# RACIOCÍNIO LÓGICO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COM ALUNOS DO 9º ANO DE COTIPORÃ

Angelica Lourdes Pierozan[1]
Franco Nero Antunes Soares[2]

**RESUMO**

O presente artigo tem a finalidade de analisar os resultados da pesquisa sobre a relação existente entre o raciocínio lógico e a resolução de problemas matemáticos com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental do município de Cotiporã. Para a realização do estudo, desenvolveu-se uma pesquisa através da coleta e interpretação de dados quantitativos e qualitativos produzidos através da interação entre a pesquisadora e os estudantes, por meio da resolução de problemas matemáticos com o uso dos operadores proposicionais. Partiu-se da hipótese de que a resolução de problemas matemáticos permite aos professores trabalharem com situações do nosso dia a dia, contextualizando conteúdos e tornando-os significativos. O desenvolvimento do raciocínio lógico permite fazermos interpretações mais aprofundadas de determinadas situações que envolvam o pensamento matemático. Com isso, o artigo busca, através da descrição e análise dos fatos ocorridos e dos dados coletados, mostrar a importância dessa relação existente entre o raciocínio lógico e a resolução de problemas matemáticos por meio dos operadores proposicionais. Reuniram-se, entre os meses de março e abril de 2018, nove estudantes em seis encontros pedagógicos, divididos em uma avaliação inicial, quatro aulas para explicação dos operadores proposicionais e resolução de problemas matemáticos e uma avaliação final. Concluiu-se, segundo as descrições dos sujeitos da pesquisa e de acordo com as comparações das notas das provas destes, que o trabalho com os operadores da lógica proposicional clássica parece contribuir para a resolução de problemas matemáticos.

**Palavras-chaves:** Operadores proposicionais. Problemas matemáticos. Raciocínio lógico. Matemática da vida.

## 1 INTRODUÇÃO

A experiência nos mostra que aprender matemática é uma tarefa difícil para muitas crianças e adolescentes das nossas escolas, principalmente quando for algo que exija deles uma maior interpretação da situação, como por exemplo a resolução de problemas matemáticos. Muitos estudantes desistem facilmente, alegando que não sabem, não aprenderam ou que é muito difícil. Porém, é necessário compreender a matemática porque ela está presente em nossas vivências diárias. A qualquer momento podemos nos deparar com problemas como encontrar um par de meias da mesma cor em uma gaveta, cuja casa encontra-se sem luz, totalmente no escuro, isso tudo para não sair de casa usando uma meia de cada cor. Diante dos problemas matemáticos que surgem em nossas vidas precisamos fazer escolhas e solucioná-los o mais breve possível.

Toda profissão faz uso da matemática, seja de forma mais simples ou mais complexa, por isso, é necessário que os professores trabalhem em sala de aula, situações do cotidiano de

[1]Aluna da Especialização em Ensino da Matemática na Educação Básica, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Campus Bento Gonçalves. angelicapierozan@hotmail.com
[2]Professor de Filosofia, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Campus Bento Gonçalves.franco.soares@bento.ifrs.edu.br

seus alunos para que os mesmos consigam aplicá-las diante das necessidades no seu convívio em sociedade. Mas matemática não é apenas números. Precisamos pensar, interpretar, compreender o contexto e buscar novas soluções para o erro identificado. Esses processos nos auxiliam a chegar a uma compreensão de fato do “conteúdo cotidiano”, ou seja, da matemática vivenciada diariamente por todos nós.

As seguintes indagações me levaram a estudar a relação existente entre o raciocínio lógico e a resolução de problemas matemáticos: o raciocínio lógico é um elemento necessário para que ocorra o aprendizado matemático? Qual seria a contribuição do raciocínio lógico para a resolução de problemas nos anos finais do ensino fundamental? O trabalho com a lógica e o desenvolvimento do raciocínio lógico são realmente importantes para o aprendizado matemático a respeito da resolução de problemas? A partir destes questionamentos surgiu o problema de pesquisa: o uso do raciocínio lógico auxilia na resolução de problemas matemáticos?

Eu trabalhei mais de perto com as atividades que aprimoram o raciocínio lógico quando fiz o Curso Normal, Antigo Magistério. Antes disso, apenas exercícios aplicados com o uso de fórmulas, com todos os dados necessários, sem haver a necessidade de pensar. Exercício que envolvesse o raciocínio lógico: raras vezes, quem sabe, uma ou duas por ano. Percebi que com o desenvolvimento do raciocínio lógico mudei minha visão de ver os problemas e meu jeito de pensar, além da interpretação das situações acontecerem com mais facilidade. Passei a fazer análises e críticas, quando necessário; antes eu era um ser passivo, não costumava defender minhas visões e muito menos fazer críticas construtivas. Para defendermos uma opinião, precisamos argumentar com coerência, apresentar justificativas que convençam o outro. Para mim, essas atividades de raciocínio lógico foram muito importantes, pois, com elas, aprendi a interpretar situações, que antes eram incompreensíveis; mudei inclusive minha relação com a língua portuguesa. Mas será que as atividades que envolvem raciocínio lógico têm a mesma relação para os outros, como alunos?

É necessário que o mais breve possível busquemos maneiras para tornar a matemática uma disciplina que os alunos gostem e compreendam, um conteúdo desenvolvido para a vida, com base no cotidiano do aluno. Essa pesquisa tentará mostrar que a resolução de problemas é algo que permite esse contato com o dia a dia do aluno. Além disso, que desenvolvendo o raciocínio lógico, essa resolução pode se tornar descomplicada, havendo uma compreensão do problema. Assim, através do contato com o raciocínio lógico, fazendo uso dos operadores lógicos proposicionais, percebe-se que a matemática torna-se significativa para os alunos, provocando um avanço na educação básica.

## 2 POR QUE O ENSINO FUNDAMENTAL E O TRABALHO COM RACIOCÍNIO LÓGICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?

Durante a minha graduação realizei três estágios, passando pela Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Dos três, gostei mais de trabalhar com o Ensino Fundamental, devido a eles terem mais contato com o professor, demonstrarem afeto, estarem mais próximos de mim do que o Ensino Médio. O retorno também foi muito bom, tendo alguns alunos pedindo para que eu permanecesse. Além disso, não me considero apta a trabalhar com Educação Infantil, por mais que eu tenha feito o Curso Normal e goste muito de crianças. Desta forma, resolvi desenvolver o projeto com o Ensino Fundamental e nas séries finais devido também a ter trabalhado, com contrato, em uma escola exatamente com os anos finais. Pude perceber, em alguns alunos, uma dificuldade de resolução de problemas, inclusive de trabalhar com atividades de raciocínio lógico.

Segundo a LDB de 1996, atualizada pela lei 11.274 de 2006, capítulo II, “Dos níveis e modalidades de educação e ensino”, na seção III, estabelece-se que o Ensino Fundamental, inicia aos 6 anos de idade, tendo uma duração de 9 anos e buscando o domínio de expressão e do cálculo, a compreensão do meio em que vive, bem como a formação de valores e atitudes. Na seção I, desse mesmo capítulo, das disposições gerais, artigo 22, encontra-se que as finalidades da educação básica são “desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”. O trabalho com a relação do raciocínio lógico e a resolução de problemas matemáticos, estimula o exercício da cidadania, porque permite ao estudante a oportunidade de desenvolver conhecimentos necessários para solucionar situações do cotidiano.

De acordo com a introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 28):

> é necessário que, no processo de ensino e aprendizagem, sejam exploradas: a aprendizagem de metodologias capazes de priorizar a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses na construção do conhecimento, a construção de argumentação capaz de controlar os resultados desse processo, o desenvolvimento do espírito crítico capaz de favorecer a criatividade, a compreensão dos limites e alcances lógicos das explicações propostas.

Em acordo com essa passagem, trabalhei com a resolução de problemas utilizando o raciocínio lógico. As situações problemas foram desenvolvidas com o uso dos operadores proposicionais. Para isso, o aluno precisa construir o conhecimento, interpretando, raciocinando e buscando uma solução para o problema que está trabalhando, desenvolvendo aos poucos o espírito crítico deles.

A resolução de problemas matemáticos, com o auxílio dos operadores proposicionais, permite ao educando interpretar situações diárias vividas, solucionando-as, dentro do possível. A solução destes pode se dar de diferentes formas, seguindo diferentes caminhos. Assim, permite-se que o aluno se posicione de maneira crítica, fazendo uso de diferentes linguagens, não apenas da matemática, questionando a realidade: alguns dos objetivos do Ensino Fundamental, de acordo com os PCNs (BRASIL, 1998b).

De acordo com a introdução aos PCNs (BRASIL, 1998b, p. 59), a "Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões". Isto comprova que convivemos com a matemática, muitas vezes sem perceber, seja no trabalho, na escola, em casa ou na sociedade. A introdução aos PCNs destaca também, que é preciso superar a aprendizagem mecânica e traz a resolução de problemas como o início para uma aprendizagem significativa.

Assim, com o auxílio dos PCNs, confirma-se a importância do trabalho com o raciocínio lógico e a resolução de problemas. Na lógica, trabalha-se com indução e dedução, aspectos existentes também na matemática, quando falamos em resolução de problemas, pois precisamos interpretar, buscar possíveis soluções testando hipóteses, rever erros e seguir uma lógica dos fatos. Os PCNs (BRASIL, 1998a, p. 26) mostram a importância da lógica na resolução de problemas ao relatar que o

> exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica.

Através de todas as informações e conhecimentos descritos anteriormente, destaco a importância da lógica para a matemática, principalmente no Ensino Fundamental, onde inicia-se a interpretação de mundo, com um olhar mais amplo e detalhado.

## 3 LÓGICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHOS QUE ANDAM JUNTOS

Em minhas vivências como professora contratada, durante dois meses, bem como nas aulas particulares, percebi que existem alunos com dificuldade para a realização de atividades que necessitem o uso do raciocínio lógico. Há também dificuldade, por parte de alguns alunos, na resolução de problemas, principalmente os mais complexos, que seja necessário uma maior interpretação. Será que essas atividades que fazem uso do raciocínio lógico são realmente necessárias? Elas auxiliam na compreensão de problemas, bem como na sua resolução? De que maneira? São algumas questões que me levaram a realizar o trabalho de resolução de problemas matemáticos com o auxílio dos operadores lógicos.

Segundo Lungarzo (1991, p. 61) a lógica "abrange desde os raciocínios triviais do dia-a-dia até as mais raras técnicas matemáticas". Antunes (2012, p. 70-71) vai ao seu encontro ao escrever que:

> Da mesma maneira como a palavra "mapa" está incorretamente associada apenas à Geografia, também a palavra "problema" erroneamente se associa apenas à Matemática. Todas as aulas, de qualquer disciplina, deveriam sempre constituir-se em oportunidades para que os alunos fossem levados a resolver problemas, principalmente os que envolvem padrões, e os fizessem perceber os relacionamentos que dão vida à lógica, à natureza e ao universo. A palavra "padrão" significa "base para comparação" e, se assim pensada, percebe-se que existe um padrão no alinhamento dos azulejos, na distribuição dos astros pelos sistemas planetários, na organização dos elementos de um ecossistema, na organização dos pés de soja em uma plantação, como existe nos átomos de uma molécula.

Assim, utilizamos a lógica a todo momento, sem percebermos, sendo ela importante para o nosso dia a dia. Ela não auxilia apenas a resolver exercícios matemáticos, mas também a entendermos textos e contextos, nos faz refletir, compreender situações, solucionar desafios cotidianos, e muito mais. Antunes (2012, p. 59-60) relata diferentes situações em que utilizamos a inteligência lógico-matemática:

> Toda solicitação para um cálculo numérico, todo convite para um esforço imaginativo que leve alguém a materializar corpos e formas geométricas no espaço, toda familiaridade com conceitos de quantidade, causa e efeito, todo poder de uso de símbolos abstratos para representar objetos concretos, toda tarefa que abriga raciocínios de proporção, grandeza, quantidade, massa, volume, peso ou ainda outros cuja expressão simbólica seja o número ou palavras que dos mesmos derivam, constituem exercícios lógico-matemáticos, assim como também os expressam e simbolizam atividades em que os alunos são levados a deduzir. Ao observar uma nuvem carregada e inferir que talvez essa situação possa gerar chuva, explora-se a inteligência lógico-matemática tão intensamente quanto se explora ao se perguntar quanto é 75 menos 14 e, portanto, é fácil perceber que a exploração e estímulo a pensamentos relativos a essa inteligência não constituem prerrogativas apenas da matemática, química, física, geometria ou outras ciências exatas.

Diante de tudo isso, o que seria lógica ou raciocínio lógico? Mortari (2016, p. 14) define a lógica como “a ciência que estuda princípios e métodos de inferência, tendo o objetivo principal de determinar em que condições certas coisas se seguem (são consequências), ou não, de outras”. Ou seja, na resolução de alguns exercícios matemáticos, como situações problemas, precisamos interpretar o enunciado para depois podermos resolvê-los. Para interpretar precisamos raciocinar e ver se o que pensamos realmente está de acordo, para no fim, perceber se o resultado é consequência do método utilizado ou não.

Para Lungarzo (1991, p. 101),

> A lógica [...] é uma disciplina de origem filosófica. É importante para a análise dos raciocínios dedutivos, em qualquer área que seja. Além disso, a lógica cresceu vigorosamente graças às suas relações com a matemática [...] é ferramenta básica na “fundamentação” da matemática como na chamada “teoria dos conjuntos” e nas disciplinas conexas.

Logo, existe uma relação da matemática com a filosofia, quando falamos em lógica. Mortari (2016, p. 16) relata que podemos chamar o raciocínio lógico de processo de inferência, processo que faz você passar a acreditar numa certa conclusão; manipulação da informação disponível, extraindo consequências disso, obtendo informações novas. Logo, obtemos informações novas raciocinando. O processo de raciocínio é um processo mental, mas a lógica não quer saber como nós raciocinamos, ela se interessa pela questão se determinadas coisas que sabemos ou acreditamos realmente justificam a conclusão alcançada.

De acordo com as ideias de Mortari (2016), argumento é um conjunto finito e não vazio de sentenças, sendo uma a conclusão e as outras as premissas. Este deve conter apenas uma conclusão e, pelo menos, uma premissa. Para se ter um argumento, a conclusão deve estar garantida, ou seja, deve decorrer das premissas. Assim, as premissas devem justificar, garantir e dar evidências para a conclusão. Para termos um argumento válido a conclusão deve ser consequência lógica das premissas. Em outras palavras, não é possível ter premissas verdadeiras e conclusão falsa em um argumento válido.

Quando o aluno se depara com algo de “difícil resolução” para ele, na maioria das vezes, desiste, alegando não ter aprendido. Por isso, é muito importante para o aluno que ele seja sujeito da sua aprendizagem, construindo seu próprio conhecimento, descartando a ideia de um “depósito”, pois tudo que ele não “compreender” não saberá usar na vida diária. Concordando com Mortari, a lógica é “algo a mais” para eles, pois permite o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento, fazendo com que o aluno não desista tão facilmente de resolver determinado problema. Esta situação ocorreu na aplicação das atividades, onde duas meninas sempre pediam para resolver os exercícios sem auxílio. Além disso, no dia da prova, ambas foram as últimas a saírem da sala. Tentaram resolver até serem vencidas pelo cansaço, desenvolvendo a maioria das questões e todas com o auxílio do método trabalhado.

A aplicação permite destacar também que cada um tem seu tempo de aprendizagem, uns aprendem mais rápido e outros mais devagar. O projeto foi aplicado em seis encontros, sendo o primeiro e o último atividades avaliativas; restando apenas quatro encontros de explicação e resolução de problemas através de um método desenvolvido para esta pesquisa. Para alguns já foi uma grande ajuda, em compensação para outros, pela minha visão, seria necessário mais alguns encontros para acontecer uma maior compreensão do processo. Mas, mesmo com o espaço curto de tempo, todos aprenderam algo a mais, melhorando suas notas. Todos tentaram resolver os exercícios da atividade final, não foi "chutômetro" como na primeira prova, na qual chegaram a escrever "chutei" nos exercícios.

Precisamos estar preparados para vencermos os desafios diários. Algoritmos não servem para nada se não soubermos transportá-los para o cotidiano. Mas isto é uma tarefa nada fácil, é complexa. Conforme as ideias de Silva (2005, p. 3) a matemática precisa "desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, projetar, etc.", possibilitando que "os alunos façam relações, conexões, intuições e descobertas". Mas para que tudo isso aconteça, havendo uma compreensão da matemática, é necessário ter em sala de aula professores capacitados, ou seja, "não basta ser um exímio conhecedor da matéria. É necessário que ele seja altamente criativo e cooperador [...] precisa reunir habilidades para motivar o aluno, ensinando-o a pensar e a se tornar autônomo" (SILVA, 2005, p. 5).

Acrescentando, Freire (2011, p. 24) descreve que "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção". Resumindo, o professor deve ser um mediador e não um mero transferidor do conhecimento, altamente questionador, instigando a curiosidade do seu aluno, levando-o a raciocinar, pensar, buscar soluções para os seus desafios diários, sendo autônomos. Fora da escola, diante da sociedade, não basta aplicarmos algoritmos para resolvermos os problemas que surgem, precisamos sim, fazermos escolhas baseados naquilo que aprendemos, conhecemos e sabemos a respeito da situação desafiadora, por isso a necessidade de formarmos seres autônomos. O desenvolvimento do raciocínio lógico nos auxilia a compreendermos determinadas situações, sendo importante ser trabalhado em sala de aula, não necessariamente apenas na matemática, devendo ser utilizado por todos os professores, pois auxilia-nos em todas as áreas do conhecimento.

A partir de agora explicarei o que é lógica, como ela surgiu, o que vem a ser a lógica proposicional clássica, os operadores proposicionais e como estes podem ser usados na resolução de problemas. A lógica é uma área do conhecimento humano que estuda as formas do raciocínio válido. É importante sabermos identificar e produzir raciocínios válidos porque eles nos permitem pensar corretamente ou de maneira lógica. Com a lógica, podemos dizer quais frases podem ser necessariamente derivadas de outras frases. Como surgiu a lógica e como era vista no tempo passado? E agora?

De acordo com o descrito por Mortari (2016), a lógica foi criada no século IV a.C, praticamente a partir do nada, por Aristóteles. Antes disso já havia uma preocupação com a validade dos argumentos, mas não havia um estudo sistemático deles. Aristóteles contribuiu muito para a lógica, sendo a teoria do silogismo[3] o cerne da lógica aristotélica. As reflexões de Aristóteles foram reunidas e publicadas em um livro chamado "Órganon[4]".

Mortari (2016) relata que os estóicos, como Crísipo, cerca de 280–205 a.C, desenvolveram a lógica proposicional, diferente de Aristóteles, mas interessante tanto quanto a dele. Muitos anos mais tarde, em 1854, George Boole publica o livro "Investigação sobre as leis do pensamento", o qual fazia numa linguagem simbólica, artificial, o que Aristóteles havia começado em grego. Boole foi o criador da Álgebra Booleana[5].

Segundo Mortari (2016), o grande avanço para a lógica contemporânea se deu em 1879, com a publicação da "Conceitografia[6]". São vários os filósofos e matemáticos que trabalharam com a lógica, como David Hilbert e Kurt Friedrich Godel, cada qual com sua característica. Nem todos "sobreviveram" e foram destaques. Mas todos contribuíram de alguma forma para chegarmos na lógica atual.

Na lógica, a partir de premissas tomadas como verdade, obtemos a conclusão. A filosofia permite questionar o real significado das premissas, se realmente o fato relatado pode acontecer ou não. Na lógica matemática também partimos de pressupostos para chegarmos em uma conclusão. A identidade entre a soma 5 + 5 e o número 10 também expressa uma relação lógica necessária. Teremos 5 + 5 diferente de 10 apenas, por exemplo, quando se mudar o significado ou das quantidades numéricas ou das operações matemáticas.

Como descrito anteriormente, são várias as formas de se estudar os raciocínios válidos, sendo a lógica proposicional clássica uma dessas teorias. Ela começou a ser

[3]Argumento contendo duaspremissas e uma conclusão, expressas por meio de proposições categóricas.
[4]Primeiro livro que tentava expressar as regras do raciocínio válido.
[5]Matemática utilizada nos computadores hoje, um cálculo lógico, com infinitas formas válidas de argumento.
[6]Obra de Gottlob Frege, filósofo e matemático alemão. Visava a sistematização do raciocínio matemático.

desenvolvida pelos filósofos estóicos e no século XX voltou a ter seus princípios investigados pelos filósofos e matemáticos da época. A lógica proposicional é uma poderosa ferramenta para organizarmos nossos raciocínios de maneira correta.

A lógica proposicional clássica faz uso de cinco operadores proposicionais. A negação, único operador unário, nega a proposição existente. Os outros quatro operadores binários são: conjunção, disjunção, condicional e bicondicional, os quais relacionam logicamente duas ou mais proposições simples, construindo uma proposição complexa. Proposições são o significado de frases declarativas, tipo de frases que usamos para fazer declarações sobre o mundo, que podem ser verdadeiras ou falsas. Proposição complexa é quando têm-se duas proposições unidas em uma proposição maior, através de determinado operador proposicional. Os operadores proposicionais atuam sobre essas proposições revelando-nos relações lógicas entre elas. Para que serve cada um desses operadores?

A negação tem a função de negar proposições. É o operador proposicional expresso geralmente pela palavra “não” e demais palavras com sentido negativo. É representada pelo símbolo “¬”. Por exemplo, a proposição “Joana não vai ao cinema hoje”, será uma verdade apenas se Joana realmente não for ao cinema, transformando-se numa falsidade se ela for ao cinema hoje.

A conjunção é o operador proposicional representado pelo símbolo “∧”, o qual significa “e”. Delimita que uma proposição complexa formada por meio do operador de conjunção é verdadeira se apenas ambos os fatos expressos pelas proposições simples acontecerem ao mesmo tempo. Por exemplo, a proposição “Angélica comeu feijão e arroz”, somente será verdadeira se Angélica comeu os dois, feijão e arroz, caso contrário essa proposição será falsa.

A disjunção é o operador proposicional que expressa alternativas por meio da palavra “ou”. O operador de disjunção é representado pelo símbolo “v” quando for uma disjunção inclusiva e por “$\underline{v}$” quando for disjunção exclusiva. Em ambos os casos o operador relaciona as proposições como alternativas lógicas, mas qual a diferença entre eles?

Temos uma disjunção inclusiva verdadeira, quando pelo menos uma das duas proposições simples relacionadas pelo operador, ou até as duas, são verdadeiras. Assim, as duas proposições simples, que formam a proposição complexa com o uso do “v”, podem ser verdadeiras, que continuaremos tendo uma verdade.

Para se ter uma disjunção exclusiva verdadeira, é necessário que apenas uma das proposições simples sejam verdadeiras; como já diz o título, é preciso excluir uma das duas possibilidades. Por exemplo, a proposição “João está em casa ou na escola”, é uma disjunção exclusiva verdadeira, pois não tem como João estar em dois lugares diferentes ao mesmo tempo: ou João está em casa, ou ele está na escola. Logo, a proposição complexa é verdadeira, sendo que o operador $\underline{v}$ exige que apenas uma proposição simples seja verdadeira. Também têm-se uma disjunção exclusiva quando a proposição complexa apresentar a escrita da palavra “ou” duas vezes, como por exemplo, “Ou Pedro gosta de comer bolo, ou Maria gosta de comer frutas”.

A proposição condicional tem o operador proposicional representado pelo símbolo “→” e expresso geralmente por meio da expressão “se, então”. Desse modo, têm-se $P \rightarrow Q$ (se P, então Q). Um exemplo de proposição condicional pode ser: “se Maria tomar leite, então terá problemas intestinais”, ou seja, se a primeira acontecer, automaticamente se terá a segunda. Um outro exemplo de proposição condicional é “se o padre estiver viajando, então não terá missa na cidade”. Neste exemplo, o padre estar viajando é condição suficiente[7] para não se ter missa na cidade. Toda vez que o padre viaja, não tem missa. Entretanto, não é condição necessária[8], pois pode ser que não haja missa por outros fatores. Por exemplo, pode ter faltado luz. Entretanto se a proposição condicional for verdadeira, não terá missa na cidade se o padre estiver viajando. Por isso que não ter missa na cidade é uma condição necessária para a verdade da proposição que o padre está viajando. Ou seja, a primeira situação (P) é suficiente para acontecer a segunda (Q) e a segunda (Q) é necessária, mas não suficiente, para termos a primeira (P).

A proposição bicondicional tem o operador proposicional representado por “↔” e expresso geralmente pela expressão “se, e somente se”. Assim, temos $P \leftrightarrow Q$ (P se, e somente se, Q). O valor de verdade (verdadeiro ou falso) de uma das proposições simples depende da outra proposição. Teremos uma proposição complexa verdadeira quando as duas proposições simples forem verdadeiras ou as duas forem falsas. Em resumo, em um bicondicional verdadeiro, os valores de verdade das proposições simples são dependentes um do outro. A proposição complexa “Angélica nasceu em Cotiporã se, e somente se, ela é Cotiporanense” é um bicondicional verdadeiro, pois tanto P (Angélica nasceu em Cotiporã) quanto Q (Angélica é Cotiporanense) são condições necessárias e suficientes. Nascer em Cotiporã é condição necessária para ser Cotiporanense, a qual é suficiente para indicar que a pessoa nasceu em

[7]Condição suficiente é também chamada de antecedente, é a primeira proposição simples da proposição complexa formada pelo operador condicional

[8]Condição necessária é também chamada de consequente, é a segunda proposição simples da proposição complexa formada pelo operador condicional.

Cotiporã e vice-versa. Assim, a segunda proposição simples é uma verdade, se a primeira é verdadeira; e a segunda proposição simples é falsa, se a primeira também for uma falsidade.

A todo momento temos os operadores proposicionais em situações-problemas, como, por exemplo, quando dizemos que Maria foi à feira, comprou três melancias e dois abacates. Obrigatoriamente ela comprou os dois tipos de frutas, por isso que somamos para obter a quantidade de frutas compradas por Maria. Quando temos um cheque em conjunto com outra pessoa, depende de como colocamos no contrato do banco, para determinarmos se ambos precisam assinar o cheque ou basta um dos dois. Se no contrato diz que Pedro e Paulo assinam o cheque, este para ser válido deve estar assinado pelos dois, pois faz uso do operador "e". Já se estiver no contrato que Pedro ou Paulo assinam o cheque, basta apenas um assiná-lo para este ser válido, pois é uma disjunção. O que comprova que a lógica encontra-se em todo lugar, a qualquer momento. Quando menos esperamos, estamos trabalhando com ela.

O contato com a prática é essencial para a construção de novos saberes. De acordo com Freire (2011, p. 23-24)

> O ato de cozinhar, por exemplo, supõe alguns saberes concernentes ao uso do fogão, como acendê-lo, como equilibrar para mais, para menos, a chama, como lidar com certos riscos, mesmo remotos, de incêndio, como harmonizar os diferentes temperos numa síntese gostosa e atraente. A prática de cozinhar vai preparando o novato, ratificando alguns daqueles saberes, retificando outros, e vai possibilitando que ele vire cozinheiro.

Como Freire relata a respeito do cozinheiro, é a prática de cozinhar que vai tornando-o em um nobre cozinheiro, por isso, precisamos permitir ao aluno que resolva os problemas da sua forma, através dos seus conhecimentos prévios, da sua imaginação, buscando o resultado. Não é através de repetições de exercícios, mas sim praticando a imaginação, colocando o cérebro para pensar que nascerão os vínculos de cada um com a matemática, passando a gostar dela, facilitando o aprendizado.

Para a resolução dos problemas matemáticos utilizamos lógica? Isto é possível? De que forma? A lógica está presente sim na resolução de problemas, a descrição de cada situação apresenta premissas (fatos/condições) para através delas construirmos a conclusão, ou seja, o resultado. A maioria dos problemas podem ser resolvidos de diversas maneiras, não sendo necessário o uso de fórmulas específicas, apenas através de conhecimentos prévios dos alunos e o "despertar" do raciocínio lógico. Mas, em sala de aula, em sua maioria, são resolvidos após a explicação de determinado conteúdo fazendo uso de fórmulas. Segundo Freire (2011, p. 111), a liberdade do aluno é trocada por essa padronização de fórmulas: "a liberdade de mover-nos, de arriscar-nos vem sendo submetida a uma certa padronização de fórmulas, de maneiras de ser, em relação às quais somos avaliados".

Precisamos rever essa padronização de fórmulas, mudando o jeito de se trabalhar em sala de aula, buscando novas metodologias de ensino. Para isso, o desenvolvimento da lógica é muito importante. Quanto mais desenvolvermos o raciocínio lógico do aluno, torna-se mais fácil a interpretação das situações-problemas, permitindo a ele uma melhor resolução e o enfrentamento de novas situações, inclusive os problemas diários. Também despertamos nele a curiosidade, a qual segundo Freire (2011, p. 85) "convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar". Nem sempre estaremos acompanhados diante dos desafios diários da sociedade e as fórmulas não servirão para solucionar estes problemas. O aprimoramento do raciocínio lógico facilita a resolução de problemas, permitindo obtermos melhores resultados na aprendizagem, formando seres autônomos, que busquem definir as estratégias de resolução por si só, sem depender de fórmulas e auxílio de outras pessoas.

## 4 METODOLOGIA

Este estudo foi desenvolvido através de uma pesquisa explicativa, a qual, segundo Gil (2008, p. 28), "tem como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos". Esta possui uma abordagem quanti-qualitativa ou mista, a qual segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013) é uma combinação do enfoque quantitativo com o enfoque qualitativo. Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 41) descrevem os dois tipos de enfoque, apresentando as características de cada um. Para eles, o enfoque quantitativo

> oferece a oportunidade de generalizar os resultados mais amplamente, ela nos permite ter o controle sobre os fenômenos, assim como um ponto de vista de contagem e suas magnitudes. Também nos proporciona uma grande possibilidade de réplica e um enfoque sobre pontos específicos desses fenômenos, além de facilitar a comparação entre estudos similares.

Segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 41), o enfoque qualitativo

> proporciona profundidade aos dados, dispersão, riqueza interpretativa, contextualização do ambiente ou entorno, detalhes e experiências únicas. Também traz um ponto de vista "novo, natural e holístico" dos fenômenos, assim como flexibilidade.

O trabalho desenvolvido identifica-se como uma pesquisa experimental, com relação aos procedimentos utilizados, pois, de acordo com Koche (2011, p. 122), neste tipo de pesquisa “o investigador analisa o problema, constrói suas hipóteses e trabalha manipulando os possíveis fatores, as variáveis, que se referem ao fenômeno observado, para avaliar como se dão suas relações preditas pelas hipóteses”. Ainda segundo o autor, a pesquisa experimental “proporciona o estudo da relação entre causas e efeitos de um determinado fenômeno, podendo o investigador controlar e avaliar os resultados dessas relações”.

Definiu-se através da correção da aplicação das avaliações iniciais e finais, das comparações entre elas, com resultados numéricos e análises, que o trabalho com os operadores proposicionais favorecem a resolução de problemas matemáticos. O investigador levou em conta todo o processo desenvolvido.

O trabalho foi desenvolvido por meio da aplicação de atividades de matemática, mais especificamente, resolução de problemas. Eram nove estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, da Escola Municipal, dos quais três meninas foram minhas alunas particulares no 7º ano e, novamente agora no 9º ano.

O projeto foi desenvolvido no município de Cotiporã, emancipado em doze de maio de 1982, o qual possui 4.019 habitantes, de acordo com o censo de 2010, sendo a maioria residente na área urbana, porém a arrecadação maior do município se dá com a agricultura, correspondendo à 55% da economia. Município localizado a 155 quilômetros da capital do Estado, Porto Alegre. Formada entre elevações, à 650 metros do nível do mar, com grandes belezas naturais e fábricas de Jóias, Cotiporã é considerada a “Joia da Serra Gaúcha”.

Escolhi estudantes do 9º ano por ser a turma de ensino fundamental que mais atuei e atuo como professora particular de matemática, tendo um contato com alguns deles fora da escola desde o 7º ano. Além disso, percebi que há entre eles um aspecto em comum, a dificuldade de interpretação de problemas matemáticos. Como nasci e sempre morei em Cotiporã, apliquei o meu projeto de pesquisa com moradores desta cidade, buscando dar importância para o seu crescimento educacional.

A prática foi realizada fora da escola, em uma sala do centro catequético. Esta sala possui no fundo as carteiras escolares e mais à frente tem uma mesa redonda com cadeiras de madeira ao redor, que permite o trabalho com os alunos de maneira coletiva. Ambas as situações possuem visibilidade do quadro de giz existente na sala.

Em primeira instância, apliquei algumas situações problemas, apresentadas no apêndice A deste artigo. Cada aluno resolveu os problemas sozinho, sem material, da maneira que achou melhor. No dia houve um desespero, por parte de todos os alunos. Todos diziam que não sabiam fazer ou que era muito difícil.

Após o primeiro encontro, trabalhei com eles um texto sobre os operadores proposicionais, formulado com o auxílio do professor orientador, disponibilizado no apêndice B deste artigo, buscando o aprimoramento do raciocínio lógico. Expliquei cada um deles, mostrando a sua função e a sua utilidade diária. Destaquei que uma proposição é uma frase, com sujeito e predicado, que contém um valor de verdade. Durante estas explicações escutei dos alunos "até tu, profe, vem com português?". Esta fala é um exemplo do caráter interdisciplinar da lógica.

Após a leitura e explicação do texto, mostrei com novos exemplos como unir as proposições simples para formar uma proposição complexa, com o auxílio dos operadores proposicionais. Para uma melhor compreensão, fizemos algumas atividades simples de união das proposições, presentes no apêndice B. Aos poucos fomos avançando com a dificuldade e passamos à resolução de problemas matemáticos fazendo uso desses operadores lógicos.

Por último, os alunos resolveram, individualmente e sem o meu auxílio ou do material, novamente problemas que envolvam os mesmos conteúdos da atividade inicial. Para isso, utilizei problemas diferentes da primeira prova, porém com o mesmo nível de dificuldade, para poder analisar se realmente a lógica ou o raciocínio lógico fazem a diferença na resolução de problemas matemáticos, comparando as notas da primeira prova com a última. Esta última atividade se encontra no apêndice C.

Iniciei a aplicação no dia vinte e sete de março, com a realização da atividade inicial, a qual teve em torno de uma hora e vinte minutos de duração. Para a realização desta, primeiramente, fiz a leitura dos problemas com eles. Conforme iam acabando a prova, os alunos iam se retirando da sala.

Nos dias dois, quatro, seis e nove de abril, expliquei o texto e fizemos as atividades planejadas, iniciando com as mais simples e aprofundando aos poucos. Todos os quatro encontros foram no fim da tarde, iniciando às dezessete ou dezoito horas, tendo uma duração de duas horas cada ou até mais.

No dia onze de abril apliquei a atividade final, fazendo, primeiramente, a leitura dos problemas com eles. Conforme os alunos iam terminando a prova, respondiam algumas perguntas a respeito das aulas para se ter uma visão dos alunos sobre o procedimento adotado. Esta última aula iniciou às dezessete horas, tendo uma duração de duas horas e trinta minutos. Houve quem entregou antes e quem tentou um pouco mais.

Foram seis encontros ao todo, com registros dos procedimentos, os quais foram analisados e interpretados, para concluir a escrita deste artigo de conclusão da especialização em Ensino de Matemática para a Educação Básica. Os nomes dos alunos foram alterados para manter a privacidade de cada um. Utilizei nomes dos meus avós, bisavós e demais familiares. A análise dos resultados encontra-se no próximo item.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Primeiramente, apresentarei os resultados fazendo uso de números, ou seja, a análise quantitativa da atividade de pesquisa aplicada. Analisando as notas de cada um, entre a prova inicial e a prova final, houve uma melhora, por parte de todos, sem distinção, resolvendo a última prova, seja usando os operadores ou não. Alguns tiveram uma grande melhora, e outros foi em menor proporção.

A média aritmética é aquela que somam-se todas as notas e divide-se pela quantia de provas realizadas. No projeto somei todas as notas e dividi pela quantia de estudantes. A média aritmética das notas da primeira prova foi aproximadamente 2,4; enquanto que da segunda prova foi 4,4. A média da última prova foi quase o dobro da primeira prova. O que comprova que realmente houve uma melhora fazendo-se uso dos operadores proposicionais, ou seja, ensinando-lhes um método diferente de resolução dos problemas.

A pessoa que mais elevou a sua nota foi Ângela, a qual apresentou uma melhora de 300% na nota da segunda prova, em comparação com a nota da primeira prova. A pessoa que menos apresentou melhora foi Genoveva, a qual melhorou em 28% a nota da segunda prova em relação à primeira. Segue abaixo (figura 1) o quadro com as notas da primeira prova, da segunda prova e o crescimento da nota da segunda prova em relação à nota da primeira.

| Nome | Nota da 1ª Prova | Nota da 2ª Prova | Crescimento da nota |
|---|---|---|---|
| | | | |
| Maria | 2,0 | 5,0 | 150% |
| Ângela | 1,0 | 4,0 | 300% |
| Eulália | 2,0 | 5,3 | 165% |
| Lourdes | 2,0 | 4,0 | 100% |
| Judite | 2,0 | 3,0 | 50% |
| Genoveva | 4,7 | 6,0 | 28% |
| João | 2,0 | 3,0 | 50% |
| Tereza | 2,0 | 3,3 | 65% |
| Aline | 3,5 | 6,0 | 71,4% |

**Figura 1: Relação das notas e o crescimento da nota da segunda prova em relação à primeira.**

A partir deste momento apresentarei o resultado qualitativo da pesquisa realizada. Das situações-problemas que utilizei, muitas delas, senão todas, podem acontecer a qualquer momento, na nossa convivência em sociedade. Todas elas podem ser resolvidas fazendo uso de operadores lógicos proposicionais. Pude perceber com o processo vivido, que devemos trabalhar com as vivências diárias, com o cotidiano do aluno. Além de buscar o desenvolvimento do raciocínio lógico, o qual nos permite termos a compreensão de várias situações, desde um problema matemático até um problema do dia a dia.

Com a aplicação pude perceber que realmente cada um tem uma visão e um modo de desenvolver os exercícios. Muitas vezes eles desenvolvem situações problemas que nós, professores, achamos que são de difícil resolução. Basta acreditarmos que eles são capazes e fazê-los acreditar em si mesmo. Na aplicação do projeto, alguns alunos apresentaram o desenvolvimento de exercícios que eu achava que dificilmente fossem resolver.

Fiquei surpreendida ao ver que duas pessoas resolveram a questão 9 (figura 2) por operadores lógicos proposicionais, de forma correta, cada qual do seu jeito, o que para mim estava entre uma das atividades mais difíceis. A resolução de Genoveva e de Aline foram diferentes, porém ambas chegaram na resposta correta, sendo ambos os desenvolvimentos corretos. Esse fato ilustra como podemos ter diferentes aprendizagens por parte dos alunos, cada qual construindo o seu aprendizado para obter a compreensão do exercício a ser desenvolvido, como escreve Freire (2011, p. 68) aprender é "*construir*, *reconstruir*, *constatar para mudar*, o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito".

**6.** Três garotos – Henrique, Lucas e Leandro – dividiram entre si alguns carrinhos. Henrique recebeu metade e mais dois. Dos carrinhos que sobraram de Henrique, Lucas recebeu dois a mais que a metade e os outros quatro ficaram para Leandro. Quantos carrinhos tinham eles?

**9.** Três trigêmeas idênticas, Anne, Juliana e Caroline, estão visitando a casa de David para um café. Elas estão sentadas lado a lado no sofá e David quer descobrir quem é quem. Ele sabe que Anne sempre diz a verdade, que Juliana sempre mente e que Caroline às vezes mente e às vezes diz a verdade. David faz as seguintes perguntas:

- Ele pergunta à irmã da esquerda: "Quem está sentada no meio?" Ela responde: "Anne".
- Ele pergunta à irmã do meio: "Qual o seu nome?" Ela responde: "Caroline".
- Ele pergunta à irmã da direita: "Quem está sentada no meio?" Ela responde: "Juliana".

David sorri. Agora ele sabe quem é quem. Como?

**Figura 2: Exercícios 6 e 9 da prova final.**

Ninguém acertou a questão 6 (figura 2), sendo que apenas Aline tentou resolvê-la até o fim, chegando em um resultado errado, por ter se perdido no meio do desenvolvimento. Como já escrevi anteriormente, de acordo com Freire, é a prática de cozinhar que torna a pessoa em uma nobre cozinheira. Da mesma forma, é através das suas tentativas e erros que a pessoa vai evoluindo na sua aprendizagem. O trabalho com os operadores proposicionais permite que cada aluno construa a resolução da sua maneira, na ordem que desejar. Há quem desenvolva em menos linhas e existem os que fazem todo um procedimento maior, com mais etapas, mas não significa que o procedimento está errado ou incompleto. Quando possuir erro, este também será útil para a aprendizagem, pois com o tempo o aluno vai compreendendo o erro e melhorando o seu desenvolvimento através dele.

Durante todo o processo, percebi que existiam estudantes realmente interessados em aprender o que estávamos trabalhando, os quais pediam para que eu os deixassem tentar resolverem sozinhos, sem o meu auxílio. Enquanto que outros estavam distantes, conversando e apenas queriam copiar o que eu escrevia no quadro ou o que os colegas faziam, nem se davam o trabalho de tentar fazer. Quando desenvolvia o problema junto com eles no quadro, ao serem questionados como tiravam os dados do enunciado, eram sempre os mesmos que respondiam quais eram as possíveis proposições que podíamos retirar da ordem do problema. Aos poucos, fui pedindo para que essas pessoas não respondessem mais e fui buscando ajuda dos outros, um por vez. Caso a pessoa não soubesse responder, realizava todo um processo de construção, fazendo uso de questionamentos como "lendo o problema, quais as proposições que podemos retirar dele? Quais as frases que declaram algo? É apenas isso que temos? Ou existem mais proposições? Se não tem mais proposições a serem retiradas do enunciado do problema, isso significa que devemos iniciar o que? Como vamos desenvolver? O que precisamos fazer para chegar na solução do nosso problema? Podemos unir mais que duas proposições para chegar em uma outra? O que podemos unir neste caso?"; e assim por diante. Ao desenvolver o problema com eles, ia tentando, através de questionamentos, fazer com que eles interagissem com o problema, comigo e com os colegas, buscando através desta interação a compreensão da situação-problema trabalhada, valorizando o que Freire (2011, p. 38-39) defende:

> A grande tarefa do sujeito que pensa certo não é *transferir, depositar, oferecer, doar* ao outro [...]. A tarefa coerente do educador que pensa certo é, exercendo como ser humano a irrecusável prática de inteligir, desafiar o educando com quem se comunica, a quem comunica, a produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado.

Após a aplicação da última prova, os alunos responderam a cinco questões (figura 3) para se ter uma noção da validade deste trabalho com os operadores lógicos.

1) Com suas palavras, explique o que aconteceu nesses encontros com a prof. Angélica.

2) Fale sobre as coisas que você mais gostou.

3) Fale sobre as coisas que você não gostou.

4) Você já tinha ouvido falar nos operadores da lógica clássica proposicional?

5) Você acha que estudar esses operadores pode ajudar a resolver problemas matemáticos em sala de aula ou eles só tornam as coisas mais difíceis?

**Figura 3: Questões respondidas pelos alunos referentes ao processo desenvolvido.**

Na primeira pergunta, todos comentaram a respeito de aprendizagens ou novos conhecimentos, com exceção de Aline, a qual respondeu haver muita conversa e pouca aprendizagem.[9] Ou seja, para essa menina, o silêncio é necessário para ter uma aprendizagem melhor. Foi a única que deixou explícito essa questão de pouca aprendizagem, porém na segunda prova foi com 6,0, obteve juntamente com Genoveva a melhor nota, faltando muito pouco para quase dobrar a nota da primeira prova. Outras pessoas também colocaram a questão de conversas. Houve quem respondeu encontrar com os amigos, momentos divertidos e explicações. As pessoas escolhidas para a aplicação deste trabalho estudam na mesma escola, na mesma série, com a mesma professora, porém em turmas separadas. Por isso, a conversa pode ter sido demasiada. Estavam todos juntos e não se sentiam na obrigação de ter que passar de ano. Porém, como relatado por eles mesmos, essa conversa acontece em sala de aula também, chegando a ser maior do que comigo.

Na segunda pergunta, a grande maioria destacou aprender coisas novas, entender o processo e encontrar com os amigos. O que me deixou feliz foi que alguns realmente estavam lá para aprender. Uma das meninas disse que o pai dela havia trabalhado na escola, em sua época, a questão do raciocínio lógico e que era muito importante na visão dele.

Quando foram descrever o que não gostaram, as conversas e a falta de colaboração estiveram presentes novamente. Alguns gostaram de tudo. Houve quem não gostou das questões extensas e outro ainda de não ter aprendido perfeitamente o processo.

Das nove pessoas que estavam realizando o processo, apenas uma já tinha ouvido falar nos operadores da lógica clássica proposicional: Tereza. Quando questionados se esses operadores ajudam a resolver os problemas matemáticos, cinco estudantes colocaram que

---

[9]Durante a realização dos procedimentos percebi muita conversa entre os participantes, conversa esta que estava totalmente fora do assunto**.** Situação esta que, como relatado por alguns participantes, acontece diariamente em sala de aula, podendo ser a possível causa de algumas notas baixas. Para mim é necessário silêncio para podermos raciocinar, desenvolvendo o exercício corretamente.

ajuda sim, três, depende o caso e um, só torna as coisas mais difíceis. Em resumo, a maioria dos estudantes opinam que esse trabalho com os operadores lógicos ajuda na resolução dos problemas matemáticos, pelo menos em alguns casos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal conclusão desta pesquisa é que o trabalho com os operadores lógicos proposicionais pode auxiliar na resolução de problemas matemáticos. É um método que pode ser utilizado em sala de aula, proporcionando uma melhor compreensão da situação-problema trabalhada. Este método permite, em primeiro lugar, aprender a retirar os dados do enunciado do problema. No momento que distinguimos as possíveis proposições presentes no enunciado, estamos coletando os dados existentes nele. Com o auxílio dos operadores lógicos proposicionais torna-se mais fácil a conclusão de determinadas possibilidades, pois unindo duas ou mais proposições simples, retiradas do enunciado, temos conclusões a respeito delas que antes não estavam visíveis ou não eram compreendidas.

Mesmo com um espaço curto de tempo, todos conseguiram aprender pelo menos parte do processo com os operadores proposicionais, tendo um desempenho melhor na segunda prova. Quanto mais tempo trabalharmos com os operadores, mais eles terão o domínio sobre eles, facilitando a resolução dos problemas. Comigo também aconteceu isso. Foi com o tempo que aprendi a manipular os operadores proposicionais, antes nunca vistos, na resolução dos problemas. Havia trabalhado raciocínio lógico na resolução de problemas através dos enigmas de Boole, os quais eram resolvidos fazendo uso de figuras, palavras, símbolos que eram manipulados até conseguirmos a resolução do enigma. Mas com o auxílio dos operadores proposicionais, depois de compreendido o procedimento, meu entendimento dos enigmas ficou bem mais fácil.

Nunca tinha desenvolvido um projeto de pesquisa até o fim, apenas tinha escrito um projeto em uma disciplina da graduação, imaginando o que seria desenvolvido, porém sem aplicá-lo realmente, consequentemente sem obtenção de resultados. Foi muito produtivo. Com ele pude obter novos conhecimentos, inúmeras aprendizagens. O que se tinha inicialmente era apenas uma hipótese e vê-la concretizada, obtendo-a como resultado final deixou-me muito feliz e satisfeita pelo trabalho desenvolvido. Agora, depois de ter trabalhado com os operadores proposicionais e ter o conhecimento de como usá-los na resolução de problemas, seguidamente me vejo desenvolvendo os problemas com o auxílio deles. Ao escolher o raciocínio lógico como tema central do meu projeto nem imaginava o processo que seria desenvolvido e o resultado que seria alcançado, mas tinha muita expectativa do que viria pela frente. A curiosidade e a busca por métodos que facilitem a resolução de problemas, me instigaram a desenvolvê-lo e chegar nos resultados.

Ao meu ver, desenvolver uma pesquisa é muito importante, principalmente para nós, professores. Com ela vamos em busca de respostas para as nossas inquietações e podemos perceber o que dá certo ou não. A pesquisa nos faz estarmos em constante mudança em relação ao conhecimento produzido anteriormente, podendo mudar a nossa visão sobre determinada situação ou conteúdo visto.

Não existe uma receita de como devemos ensinar ao nosso aluno. Cada ser é único, com suas características diferentes das do colega, assim, toda turma é diferente, cada qual com suas dificuldades ou facilidades. Pode ser que o projeto desenvolvido não dê resultados com uma outra turma, mesmo que os estudantes sejam do mesmo ano e idade. Só saberemos se vai dar certo quando utilizarmos.

## REFERÊNCIAS


ANTUNES, Celso. **Inteligências múltiplas e seus jogos:** inteligência lógico-matemática. Vol. 6. Rio de Janeiro: Vozes, 2012.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial [da República Federativa do Brasil]**, Brasília, DF, 20 dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 14 ago. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf. Acesso em: 14 ago. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998a. 148p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 14 ago. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998b. 174 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso em: 14 ago. 2017.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2008.

KOCHE, José Carlos. **Fundamentos de metodologia científica:** Teoria da ciência e iniciação à pesquisa. Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

LUNGARZO, Carlos. **O que é matemática**. São Paulo: Círculo do Livro, 1991.

MORTARI, Cezar Augusto.**Introdução à lógica.** 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2016.

MUNICÍPIO DE COTIPORÃ. **Dados Gerais do Município de Cotiporã.** Disponível em: http://www.cotipora.rs.gov.br/dados-gerais. Acesso em: 16 ago. 2017.

MUNICÍPIO DE COTIPORÃ. **Histórico.** Disponível em: http://www.cotipora.rs.gov.br/historico. Acesso em: 16 ago. 2017.

SAMPIERI, Roberto Hernandez; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, Maríadel Pilar Baptista.**Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

SILVA, José Augusto Florentino Da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática:** algumas considerações. Brasília: UCB, 2005. 11f. Trabalho de conclusão de curso, Licenciatura em Matemática, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005. Disponível em: http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf. Acesso em: 12 ago. 2017.

**APÊNDICE A – Prova Inicial**

Atividade Inicial do Projeto de Pesquisa intitulado "Relação entre o raciocínio lógico e a resolução de problemas no 9º ano do ensino fundamental do município de Cotiporã"

**1. (Vunesp)** Cátia é mais gorda do que Bruna. Vera é menos gorda do que Bruna. Logo:

a) Vera é mais gorda do que Bruna.
b) Cátia é menos gorda do que Bruna.
c) Bruna é mais gorda do que Cátia.
d) Vera é menos gorda do que Cátia.
e) Bruna é menos gorda do que Vera.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Cátia é mais gorda do que Bruna.

**(B)** Vera é menos gorda do que Bruna.

*****Desenvolvimento:**

**(C)** $B \leftrightarrow D$

**(D)** Bruna é mais gorda do que Vera.

**(E)** $(A \wedge D) \rightarrow F$

**(F)** Cátia é mais gorda do que Vera.

**(G)** $F \leftrightarrow H$

**(H)** Vera é menos gorda do que Cátia.

Opção correta: **D**

**2.** Marta corre tanto quanto Rita e menos do que Juliana. Fátima corre tanto quanto Juliana. Logo,

a) Fátima corre menos do que Rita.
b) Fátima corre mais do que Marta.
c) Juliana corre menos do que Rita.
d) Marta corre mais do que Juliana.
e) Juliana corre menos do que Marta.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Marta corre tanto quanto Rita.

**(B)** Marta corre menos do que Juliana.

**(C)** Fátima corre tanto quanto Juliana.

*****Desenvolvimento:**

**(D)** $(B \wedge C) \rightarrow E$

**(E)** Marta corre menos do que Fátima.

**(F)** $E \leftrightarrow G$

**(G)** Fátima corre mais do que Marta.

Opção correta: **B**

**3.** Suponhamos que um alpinista esteja escalando uma difícil montanha e queira atingir o seu topo. Cada dia ele sobe 300 metros, mas quando chega a noite ele é obrigado a descer 200 metros. Sabendo-se que a montanha mede 2.300 metros, quantos dias levará para concluir a escalada? **(21 dias. Quando amanhecer o 21º dia ele subirá os 300 metros restantes)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** De dia, até o sol se pôr, o alpinista sobe 300 metros.

**(B)** De noite o alpinista desce 200 metros.

**(C)** A montanha mede 2.300 metros.

*****Desenvolvimento:**

**(D)** $(A \wedge B) \rightarrow E$

**(E)** O alpinista sobe 100 metros durante todo o dia.

**(F)** $(A \wedge C) \rightarrow G$

**(G)** Durante todo o último dia o alpinista sobe 300 metros chegando ao topo da montanha.

**(H)** $G \rightarrow I$

**(I)** Ele não precisa descer à noite no último dia.

**(J)** $(C \wedge G \wedge I) \rightarrow K$

**(K)** Sobram 2.000 metros para os outros dias.

**(L)** $(E \wedge K) \rightarrow M$

**(M)** Ele leva 20 dias para subir os 2.000 metros.

**(N)** (C ∧ G ∧ I ∧ M) → O

**(O)** Levará 21 dias para chegar ao topo da montanha.

**4.** Numa certa cidade da China existem 20.000 pessoas. Dessas pessoas, 5% são pernetas e a metade da população que não é perneta anda descalça. Quantas sandálias (não pares) são usadas na cidade? **(Não faz diferença qual a porcentagem da população é perneta. É como se todos utilizassem uma sandália. Do restante, metade usa duas sandálias e metade não usa nenhuma, o que dá a média de uma sandália por pessoa. Consequentemente, 20.000 sandálias são usadas na cidade.)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Existem 20.000 pessoas.

**(B)** 5% da população são pernetas.

**(C)** Metade da população que não é perneta anda descalça.

*****Desenvolvimento:**

**(D)** C → E

**(E)** A outra metade da população que não é perneta usa sandálias nos dois pés.

**(F)** (C ∧ E) → G

**(G)** Sobra uma sandália para cada pessoa da população que não é perneta.

**(H)** (B ∧ G) → I

**(I)** É como se toda população usasse apenas 1 sandália cada um.

**(J)** (A ∧ I) → L

**(L)** São usadas 20.000 sandálias na cidade.

**5.** Em uma gaveta há 18 meias pretas e 14 meias brancas. A residência está completamente às escuras e não há uma forma de adivinhar a cor das meias. Qual é o menor número de meias que você tem de retirar para estar seguro de que há, pelo menos, um par de meias da mesma cor? **(Três meias. Se retiram-se duas, é possível que sejam de cores diferentes, mas como há somente meias de duas cores, a terceira há que ser igual que uma das duas, assim você já terá um par de meias iguais.)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

***Enunciado:**

**(A)** Há 18 meias pretas na gaveta.

**(B)** Há 14 meias brancas na gaveta.

**(C)** A residência está completamente às escuras.

**(D)** Existe um menor número de meias a serem retiradas para garantir que se tenha um par de meia da mesma cor.

***Desenvolvimento:**

**(E)** (A ∧ B) → F

**(F)** Temos duas cores de meias.

**(G)** (C ∧ D ∧ F) → H

**(H)** Se retirarmos 2 meias da gaveta, é possível que cada uma delas seja de uma cor diferente.

**(I)** (D ∧ H) → J

**(J)** Se retirarmos 3 meias da gaveta, é necessário que tenhamos um par de meias da mesma cor.

**6.** Três garotas – Helena, Gláucia e Rosana – dividiram entre si alguns selos. Helena recebeu metade e mais um, do todo. Dos selos que sobraram de Helena, Gláucia recebeu um a mais que a metade e os outros três ficaram para Rosana. Quantos selos elas tinham? **(18 selos)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

***Enunciado:**

**(A)** Há três garotas: Helena, Gláucia e Rosana.

**(B)** Helena recebeu a metade do todo mais um.

**(C)** Gláucia recebeu um mais que a metade do que sobrou de Helena.

**(D)** Rosana recebeu 3 selos.

***Desenvolvimento:**

**(E)** (C ∧ D) → F

**(F)** Rosana recebeu um a menos que a metade do que sobrou de Helena.

**(G)**F → H

**(H)** A metade do que sobrou de Helena é 4.

**(I)** (C ∧ H) → J

**(J)** Gláucia recebeu 5 selos.

**(K)** $H \rightarrow L$

**(L)** O total do que sobrou de Helena é 8.

**(M)** $(B \wedge L) \rightarrow N$

**(N)** Como Helena recebeu a metade mais um, a metade do todo é $8 + 1 = 9$.

**(O)** $(B \wedge N) \rightarrow P$

**(P)** Helena recebeu 10 selos ($9 + 1 = 10$).

**(Q)** $(D \wedge J \wedge P) \rightarrow R$

**(R)** Elas tinham ao todo 18 selos.

7. **(Vunesp -** Adaptado por Angélica**)** Cinco ciclistas apostam uma corrida:
   - João chegou depois de Maria.
   - Alice e Caroline chegaram ao mesmo tempo.
   - Caroline chegou antes de Maria.
   - Quem ganhou chegou sozinho.

   Quem ganhou a corrida foi:

   a) João

   b) Maria

   c) Alice

   d) Caroline

   e) Pedro

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Há cinco ciclistas: João, Maria, Alice, Caroline, Pedro.

**(B)** João chegou depois de Maria.

**(C)** Alice e Caroline chegaram ao mesmo tempo.

**(D)** Caroline chegou antes de Maria.

**(E)** Quem ganhou a corrida chegou sozinho.

*****Desenvolvimento:**

**(F)** $(C \wedge D) \rightarrow G$

**(G)** Alice também chegou antes de Maria.

**(H)** $(C \wedge E) \rightarrow I$

**(I)** Alice e Caroline não ganharam a corrida.

**(J)** $(C \wedge D \wedge I) \rightarrow K$

**(K)** Maria também não ganhou a corrida.

**(L)** $(B \wedge K) \rightarrow M$

**(M)** João não ganhou a corrida.

**(N)** $(I \wedge K \wedge M) \rightarrow O$

**(O)** Quem ganhou a corrida foi Pedro.

Opção correta: **E**

**8. (AFC/96)** Se Carlos é mais velho do que Pedro, então Maria e Júlia têm a mesma idade. Se Maria e Júlia têm a mesma idade, então João é mais moço que Pedro. Se João é mais moço que Pedro, então Carlos é mais velho que Maria. Ora, Carlos não é mais velho que Maria, então:

a) Carlos não é mais velho que Júlia e João é mais moço que Pedro.
b) Carlos é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia têm a mesma idade.
c) Carlos e João são mais moços do que Pedro.
d) Carlos é mais velho do que Pedro, e João é mais moço do que Pedro.
e) Carlos não é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia não tem a mesma idade.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Carlos é mais velho do que Pedro.

**(B)** Maria e Júlia têm a mesma idade.

**(C)** João é mais moço que Pedro.

**(D)** Carlos é mais velho que Maria.

**(E)** $A \rightarrow B$

**(F)** $B \rightarrow C$

**(G)** $C \rightarrow D$

**(H)** $\neg D$

*****Desenvolvimento:**

**(I)** $(G \wedge H) \rightarrow \neg C$

**(J)** $(F \wedge I) \rightarrow \neg B$

**(K)** $(E \wedge J) \rightarrow \neg A$

Opção correta: **E**

**9. (Esaf/Fiscal do Trabalho)** Três amigas, Tânia, Janete e Angélica, estão sentadas lado a lado em um teatro. Tânia sempre fala a verdade; Janete às vezes fala a verdade; e Angélica nunca fala a verdade. A que está sentada à esquerda diz: “Tânia é quem está sentada no meio”. A que está sentada no meio diz: “Eu sou Janete”. Finalmente, a que está sentada à direita diz: “Angélica é quem está sentada no meio”. A que está sentada à esquerda, a que está sentada no meio e a que está sentada à direita são, respectivamente:

a) Janete, Tânia e Angélica
b) Janete, Angélica e Tânia
c) Angélica, Janete e Tânia
d) Angélica, Tânia e Janete
e) Tânia, Angélica e Janete

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Três amigas estão sentadas lado a lado.

**(B)** Tânia sempre fala a verdade.

**(C)** Janete às vezes fala a verdade.

**(D)** Angélica nunca fala a verdade.

**(E)** A amiga que está sentada à esquerda diz: “Tânia é quem está sentada no meio.”

**(F)** A amiga do meio diz: “Eu sou Janete.”

**(G)** A amiga da direita diz: “Angélica é quem está sentada no meio.”

*****Desenvolvimento:**

**(H)** Não existe a possibilidade de duas pessoas ocuparem o mesmo lugar no mesmo momento

**(I)** $(B \land C \land D) \rightarrow (J \land K)$

**(J)** Apenas uma sempre fala a verdade.

**(K)** Apenas uma nunca fala a verdade.

**(L)** $(E \land F \land G \land H) \rightarrow M$

**(M)** Só uma das amigas pode estar falando a verdade.

**(N)** $(B \land M) \rightarrow O$

**(O)** Apenas Tânia está falando a verdade.

**(P)** $(C \land O) \rightarrow Q$

**(Q)** Janete está mentindo também.

**(R)** $(F \wedge Q) \rightarrow S$

**(S)** Janete não está sentada no meio.

**(T)** $(E \wedge G \wedge O \wedge Q \wedge S) \rightarrow U$

**(U)** A amiga da Direita está falando a verdade.

**(V)** $U \rightarrow (W \wedge X)$

**(W)** Angélica está sentada no meio.

**(X)** Tânia é a amiga que está sentada à direita

**(Y)** $(A \wedge S \vee W \wedge X) \rightarrow Z$

**(Z)** Janete está sentada à esquerda.

Opção correta: **B**

**10.** Luís e Ricardo possuem o mesmo dinheiro. Entretanto, o Luís tem mais dinheiro que Evaristo e Evaristo, mais dinheiro que Carlos. Um outro homem, o Rubens, tem menos dinheiro do que Luís e mais dinheiro do que Carlos, mas não tem tanto dinheiro quanto Evaristo. Ricardo tem menos dinheiro que seu amigo José. Se a diferença entre o dinheiro de cada um é de R$ 1.250,00 e o mais pobre tem R$ 5,00, quanto possui cada um? **(Carlos – 5; Rubens – 1.255; Evaristo – 2.505; Ricardo e Luís – 3.755; José – 5.005)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Luís e Ricardo possuem o mesmo dinheiro.

**(B)** Luís tem mais dinheiro que Evaristo.

**(C)** Evaristo tem mais dinheiro que Carlos.

**(D)** Rubens tem menos dinheiro do que Luís.

**(E)** Rubens tem mais dinheiro do que Carlos.

**(F)** Ricardo tem menos dinheiro que José.

**(G)** Rubens não tem tanto dinheiro quanto Evaristo.

**(H)** A diferença entre os valores de cada um é de R$ 1.250,00.

**(I)** O mais pobre tem apenas R$ 5,00.

*****Desenvolvimento:**

**(J)** $(A \wedge B) \rightarrow K$

**(K)** Ricardo tem mais dinheiro que Evaristo.

**(L)** $(A \wedge F) \rightarrow M$

**(M)** Luís tem menos dinheiro que José.

**(N)** $(B \wedge D) \rightarrow O$

**(O)** Luís tem mais dinheiro que Evaristo e que Rubens.

**(P)** $(C \wedge E) \rightarrow Q$

**(Q)** Evaristo e Rubens têm mais dinheiro que Carlos.

**(R)** $(G \wedge Q) \rightarrow S$

**(S)** Rubens encontra-se entre Carlos e Evaristo.

**(T)** $(F \wedge K) \rightarrow U$

**(U)** Ricardo encontra-se entre Evaristo e José.

**(V)** $(A \wedge U) \rightarrow W$

**(W)** Luís encontra-se entre Evaristo e José.

**(X)** $(A \wedge M \wedge O \wedge Q) \rightarrow Y$

**(Y)** Carlos é quem menos tem dinheiro.

**(Z)** $(A \wedge M \wedge O \wedge Q \wedge Y) \rightarrow A'$

**(A')** José é quem mais tem dinheiro.

**(B')** $(S \wedge U \wedge W \wedge Y \wedge A') \rightarrow (C' \wedge D' \wedge E')$

**(C')** Rubens tem menos dinheiro que Evaristo, Ricardo, Luís e José.

**(D')** Evaristo tem menos dinheiro que Ricardo, Luís e José.

**(E')** Ricardo e Luís possuem menos dinheiro que José apenas.

**(F')** $(I \wedge Y) \rightarrow G'$

**(G')** Carlos tem R$ 5,00.

**(H')** $(E \wedge H \wedge C' \wedge G') \rightarrow I'$

**(I')** Rubens tem R$ 1.255,00.

**(J')** $(H \wedge S \wedge I') \rightarrow K'$

**(K')** Evaristo tem R$ 2.505,00.

**(L')** $(A \wedge H \wedge D' \wedge E' \wedge K') \rightarrow M'$

**(M')** Ricardo e Luís têm R$ 3.755,00 cada um.

**(N')** $(H \wedge A' \wedge E' \wedge M') \rightarrow O'$

**(O')** José tem R$ 5.005,00.

## APÊNDICE B – Texto e Exercícios Utilizados para o Trabalho com Operadores Lógicos Proposicionais

**Projeto de Pesquisa "Relação entre o raciocínio lógico e**
**a resolução de problemas no 9º ano do ensino fundamental**
**do município de Cotiporã"**

Profª. Angélica Pierozan

"Lógica abrange desde os raciocínios triviais do dia-a-dia até as mais raras técnicas matemáticas". **(Lungarzo, 1995, p.61**)

### Lógica Proposicional Clássica

Lógica é uma área do conhecimento humano que estuda as formas do raciocínio válido. É importante sabermos identificar e produzir raciocínios válidos porque eles nos permitem pensar corretamente ou de maneira lógica. Com a Lógica, podemos dizer quais frases podem ser necessariamente derivadas de outras frases. Por exemplo, quando dizemos que é verdadeiro que "todos os homens são mortais", podemos logicamente concluir que "não há homem imortal". Assim, se não quisermos ser contraditórios, se aceito que todos os homens são mortais, não posso também aceitar que existem homens que são imortais. Do mesmo modo, o pensamento matemático nos diz que o resultado 5 é logicamente derivado da expressão "2 + 3". Como podemos ver, a Lógica é a disciplina que relaciona matemática com o raciocínio correto ou válido feito por meio de argumentos.

O conhecimento da Lógica começou a ser sintetizado na Grécia antiga, pelo filósofo Aristóteles (382-322 A.C.). As reflexões de Aristóteles sobre Lógica foram reunidas e publicadas em um livro chamado "Órganon", o primeiro livro que tentava expressar as regras do raciocínio válido por meio da teoria dos silogismos (argumento contendo duaspremissas e uma conclusão).

Além da teoria dos silogismo de Aristóteles, outra forma de estudar os raciocínios válidos é a teoria chamada de Lógica Proposicional Clássica. Ela começou a ser desenvolvida pelos filósofos estóicos e no século XX voltou a ter seus princípios investigados pelos filósofos e matemáticos da época.

Nesse projeto, tentaremos aprender um pouco mais sobre a Lógica Proposicional e como ela pode nos ajudar a resolver problemas lógico-matemáticos. Basicamente, vamos ver que a Lógica Proposicional é uma poderosa ferramenta para organizarmos nossos raciocínios de maneira correta.

A lógica proposicional clássica faz uso de cinco operadores proposicionais, a **negação** e outros quatro operadores binários: **conjunção**, **disjunção**, **condicional** e **bicondicional**. O operador de negação, como o nome já diz, quando aplicado a uma proposição, nega essa proposição. Os operadores binários relacionam logicamente duas proposições.

Mas o que é uma proposição? Proposições são o significado de frases declarativas, um tipo de frases que usamos para fazer declarações sobre o mundo e que podem ser verdadeiras ou falsas. Os operadores proposicionais atuam sobre essas proposições revelando-nos relações lógicas entre elas. Para que serve cada um desses operadores? É o que veremos a partir de agora.

## OPERADORES PROPOSICIONAIS

1. **NEGAÇÃO**

*Operadores binários:*

2. **CONJUNÇÃO**
3. **DISJUNÇÃO**
4. **CONDICIONAL**
5. **BICONDICIONAL**

**NEGAÇÃO:** Operador proposicional expresso geralmente pela palavra "não", e demais palavras com sentido negativo. A negação é representada pelo símbolo "¬" e tem a função de negar proposições. Exemplos:

- A proposição Angélica **não** vai ao cinema hoje, será uma verdade apenas se Angélica realmente não for ao cinema hoje.
- Se é verdade que o cachorro está latindo, logo é uma falsidade dizer que o cachorro **não** está latindo.

**CONJUNÇÃO:**Operador proposicional representado pelo símbolo “$\wedge$”, o qual significa “e”. Delimita que uma proposição complexa formada por meio do operador de conjunção é verdadeira apenas se ambos os fatos expressos pelas proposições simples acontecerem ao mesmo tempo. Proposição complexa é quando têm-se duas proposições unidas em uma proposição maior, através de determinado operador proposicional. Exemplo:

- Angélica comprou uma boneca.
- Angélica ganhou uma bala.

Denominando cada proposição por uma letra, podemos chamar a primeira de P e a segunda de Q. Ao juntar as duas proposições através da conjunção teremos: P $\wedge$ Q. Ou seja, Angélica comprou uma boneca**e** ganhou uma bala. Esta proposição complexa será verdade somente se Angélica realmente comprou a boneca **e** ganhou uma bala; caso contrário, essa proposição complexa será falsa.

Em resumo: quando temos duas proposições unidas pelo operador “e”, formando uma proposição complexa, esta somente será uma verdade se ambas as proposições iniciais forem verdadeiras. As duas proposições iniciais **devem** ser verdadeiras, para se ter uma verdade, se não, teremos uma falsidade.

**DISJUNÇÃO:** Operador proposicional que expressa alternativas por meio da palavra “ou”. O operador de disjunção é representado pelo símbolo “v” quando for **disjunção inclusiva** e por “$\underline{v}$” quando for **disjunção exclusiva**. Em ambos os casos o operador relaciona as proposições como alternativas lógicas, mas qual a diferença entre eles?

***Disjunção Inclusiva:*** Temos uma disjunção inclusiva verdadeira, quando pelo menos uma das proposições relacionadas pelo operador, ou as duas, são verdadeiras. Resumindo: as duas proposições, que formam a proposição complexa com o uso do “v”, **podem** ser verdadeiras, e continuamos tendo uma verdade. Exemplo:

- (S) O gato tem quatro patas.
- (L) O gato bebeu leite.

Juntando as proposições com o auxílio do “v” teremos G v L, ou seja, o gato tem quatro patas ou o bebeu leite. Neste exemplo, ambas as proposições iniciais podem ser verdadeiras, logo temos uma disjunção inclusiva, a qual permite que ambas as proposições sejam verdadeiras.

***Disjunção Exclusiva:*** Para se ter uma disjunção exclusiva verdadeira, é necessário que apenas uma das proposições sejam verdadeiras; como já diz o título, exclusiva, é preciso excluir uma das duas possibilidades. Exemplo:

- (S) Soraia está no cinema.
- (T) Soraia está na exposição.

Unindo as proposições com o auxílio do “$\underline{v}$”, Teremos S $\underline{v}$ T, ou seja, Soraia está no cinema, ou na exposição. Neste exemplo temos uma disjunção exclusiva verdadeira, pois não tem como Soraia estar em dois lugares ao mesmo tempo: ou Soraia está no cinema, ou ela está na exposição. Sendo assim, uma das duas é falsa e a outra verdadeira. Logo, a proposição complexa é verdadeira, sendo que o operador $\underline{v}$ exige que apenas uma proposição seja verdadeira. Em resumo, apenas uma das duas proposições simples é verdadeira.

Outro método de identificarmos se temos uma ***disjunção exclusiva*** é analisar se as proposições complexas apresentam duas vezes a escrita do “ou”. Exemplo:

- (P) Pedro gosta de comer bolo.
- (M) Maria gosta de comer frutas.

Se temos a proposição complexa “**Ou** Pedro gosta de comer bolo, **ou** Maria gosta de comer frutas” também teremos uma disjunção exclusiva.

**CONDICIONAL:** Operador proposicional representado pelo símbolo “→” e expresso geralmente por meio da expressão “se, então…”. Desse modo, têm-se P → Q (se P, então Q).

Exemplos:

“**Se** o padre está viajando, **então** não tem missa na cidade.”

Neste exemplo, o padre estar viajando é condição suficiente para não se ter missa na cidade. Toda vez que o padre viaja, não tem missa. Entretanto, não é condição necessária, pois pode ser que não haja missa por outros fatores. Por exemplo, pode ter faltado luz. Entretanto, se a proposição condicional for verdadeira, não terá missa na cidade se o padre estiver viajando. Por isso que não ter missa na cidade é uma condição necessária para a verdade da proposição que o padre está viajando. Ou seja, a primeira (P) é suficiente para acontecer a segunda (Q), e a segunda (Q) é necessária, mas não suficiente, para termos a primeira (P).

- (P) Nasci em Cotiporã.
- (Q) Sou gaúcho.

Juntando as proposições por meio do operador “se P, então Q” teremos, “se nasci em Cotiporã, então sou Gaúcho. Como Cotiporã é uma cidade do Rio Grande do Sul, realmente sou Gaúcho, sendo P uma condição suficiente para se ter Q. Porém, para ser Gaúcho posso ter nascido em várias outras cidades do estado do Rio Grande do Sul, por isso Q não é suficiente para dizer que nasci em Cotiporã, mas necessária para se comprovar a primeira.

**OBSERVAÇÃO:**

*Condição Suficiente:* também chamada de antecedente, é a primeira proposição simples da proposição complexa formada pelo operador condicional.
*Condição Necessária*: também chamada de consequente, é a segunda proposição simples da proposição complexa formada pelo operador condicional.

**BICONDICIONAL:**Operador proposicional representado por “↔” e expresso geralmente pela expressão “se, e somente se”. Assim, temos P ↔ Q (P se, e somente se, Q). O valor de verdade (verdadeiro ou falso) de uma das proposições simples depende da outra proposição. Teremos uma proposição complexa verdadeira quando as duas proposições, iniciais ou simples, forem verdadeiras ou as duas forem falsas. Em resumo, em um bicondicional verdadeiro, o valor de verdade das proposições simples são dependentes um do outro. Exemplo:

- (P) Angélica nasceu em Cotiporã.
- (Q) Angélica é cotiporanense.

No exemplo, aplicando P se, e somente se, Q, teremos: “Angélica nasceu em Cotiporã se, e somente se, ela é cotiporanense”. Nesses casos, tanto P quanto Q são condições necessárias e suficientes, ou seja, dizer que nasceu em Cotiporã é condição necessária para ser Cotiporanense, a qual é suficiente para indicar que nasceu em Cotiporã e vice-versa. Sendo assim, a segunda é uma verdade, se a primeira for verdadeira; e a segunda é falsa, se a primeira também for uma falsidade.

Exercícios:

**1)** Formalize as frases abaixo indicando as proposições e os operadores envolvidos:

**Observação:** Os **parênteses** são usados para limitar o alcance do operador, até onde determinado operador está envolvido.

Exemplo

Proposições:

A = O gato bebeu leite.

B = O cachorro comeu ração.

- O gato bebeu leite e o cachorro comeu ração. **$A \wedge B$**
- O gato não bebeu leite e o cachorro comeu ração. **$\neg A \wedge B$**
- Não é o caso de o gato beber leite e o cachorro comer a ração. **$\neg (A \wedge B)$**

**Proposições:**

**P** = João foi à escola.

**Q** = João foi ao cinema.

**R** = João comeu pipoca.

**S** = João gastou todo o seu dinheiro em jogo de cartas.

**M** = Maria acertou os números da loteria federal.

**N** = Maria ganhou R$ 200.000,00.

**O** = Maria comprou uma casa.

**T** = Maria comeu salgadinho.

**F** = Maria foi ao parque aquático.

a) João foi à escola ou ao cinema. **P $\underline{v}$ Q**

b) João comeu pipoca e Maria comeu salgadinho. **R ∧ T**

c) João foi ao cinema ou Maria foi ao parque aquático. **Q v F**

d) Ou Maria acertou os números da loteria ou João gastou todo o seu dinheiro em jogo de cartas. **M <u>v</u> S**

e) Se Maria ganhou R$ 200.000,00 , então comprou uma casa. **N → O**

f) Maria ganhou R$ 200.000,00 se e somente se, acertou os números da loteria federal. **N↔M**

g) Maria não comprou uma casa. **¬ O**

h) Ou João foi ao cinema e Maria foi ao parque aquático, ou João foi à escola.**(Q ∧ F) <u>v</u>P**

i) Não é verdade que João comeu pipoca e Maria comeu salgadinho. **¬ (R ∧ T)**

j) João foi ao cinema e Maria foi ao parque aquático se, e somente se, Maria acertou os números da loteria federal e ganhou R$ 200.000,00. **(Q ∧ F) ↔ (M ∧ N)**

k) Ou Maria comprou uma casa ou João não gastou todo o seu dinheiro em jogo de cartas. **O <u>v</u> (¬ S)**

l) Se Maria acertou os números da loteria federal, então ganhou R$ 200.000,00, do mesmo modo que se João não gastou todo o seu dinheiro em jogo de cartas, então foi ao cinema. **M → N ∧ (¬ S → Q)**

**2)** Duas amigas Darlene e Kétlyn, estavam conversando, quando a primeira falou: “Se não chover amanhã, eu irei ao parque aquático.” Em seguida, Kétlyn respondeu: “Se chover amanhã, eu irei ao cinema.” Sabendo que no dia seguinte choveu o dia inteiro, pode-se concluir, a partir das informações das amigas, que:

a) Darlene e Kétlyn não foram ao parque aquático.
b) Kétlyn e Darlene não foram ao cinema.
c) Kétlyn foi ao cinema.
d) Darlene não foi ao parque aquático e Kétlyn foi ao cinema.
e) Darlene e Kétlyn foram ao cinema no dia seguinte.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Chove.

**(B)** Darlene irá ao parque aquático.

**(C)**Kétlyn irá ao cinema.

**(D)** $\neg A \rightarrow B$

**(E)** $A \rightarrow C$

**(F)** A

*****Desenvolvimento:**

**(G)** $A \rightarrow H$

**(H)** A única certeza que tenho e posso afirmar é C, ou seja, que Kétlyn irá ao cinema.

Opção correta: **C**

**3)(Vunesp)** Rafael é mais baixo que Felipe. André é mais alto do que Felipe. Rafael é mais alto do que ciro. Logo:

a) Rafael é mais alto do que André.
b) Felipe é mais baixo do que Ciro.
c) André é mais baixo do que Rafael.
d) Ciro é mais alto do que André.
e) Felipe é mais alto do que ciro.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Rafael é mais baixo que Felipe.

**(B)** André é mais alto do que Felipe.

**(C)** Rafael é mais alto do que Ciro.

*****Desenvolvimento**

**(D)** $A \leftrightarrow E$

**(E)** Felipe é mais alto do que Rafael.

**(F)** $B \leftrightarrow G$

**(G)** Felipe é mais baixo do que André.

**(H)** $(C \wedge E) \rightarrow I$

**(I)** Felipe é mais alto do que Ciro.

Opção correta: **E**

**4)(FCC – TRT/4ª – 2015)** Há um diamante dentro de uma das três caixas fechadas e de cores diferentes (azul, branca, cinza). Na etiqueta da caixa azul está escrito: “o diamante não está aqui"; na da caixa branca está escrito: "o diamante não está na caixa cinza"; e na etiqueta da caixa cinza está escrito "o diamante está aqui". Se apenas uma das etiquetas diz a verdade, então, a caixa em que está o diamante e a caixa com a etiqueta que diz a verdade são, respectivamente,

(a) cinza e cinza.

(b) cinza e azul.

(c) azul e branca

(d) azul e cinza.

(e) branca e azul.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Na etiqueta da caixa azul está escrito: "O diamante não está aqui!"

**(B)** Na etiqueta da caixa branca está escrito: "O diamante não está na caixa cinza!"

**(C)** Na etiqueta da caixa cinza está escrito: "O diamante está aqui!"

**(D)** Apenas uma etiqueta diz a verdade.

*****Desenvolvimento:**

**(E)** O diamante não pode estar em mais de uma caixa no mesmo momento.

**(F)** $(B \wedge C \wedge E) \rightarrow G$

**(G)** As duas etiquetas das caixas estão se contradizendo.

**(H)** $G \rightarrow I$

**(I)** Uma das duas etiquetas das caixas (branca ou cinza) diz a verdade.

**(J)** $(A \wedge D \wedge I) \rightarrow K$

**(K)** A etiqueta da caixa azul diz uma mentira.

**(L)** $(A \wedge K) \rightarrow M$

**(M)** O diamante está na caixa azul.

**(N)** $(C \wedge E \wedge M) \rightarrow O$

**(O)** A etiqueta da caixa cinza diz a mentira.

**(P)** $(D \wedge I \wedge O) \rightarrow Q$

**(Q)** A etiqueta da caixa branca diz a verdade.

Opção correta: **C**

**5) (FCC - TRT/PR – 2015)** Luiz, Arnaldo, Mariana e Paulo viajaram em janeiro, todos para diferentes cidades, que foram Fortaleza, Goiânia, Curitiba e Salvador. Com relação às cidades para onde eles viajaram, sabe-se que:

- Luiz e Arnaldo não viajaram para Salvador;
- Mariana viajou para Curitiba;
- Paulo não viajou para Goiânia;
- Luiz não viajou para Fortaleza.

É correto concluir que, em janeiro,

(a) Paulo viajou para Fortaleza.

(b) Luiz viajou para Goiânia

(c) Arnaldo viajou para Goiânia.

(d) Mariana viajou para Salvador.

(e) Luiz viajou para Curitiba.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Luiz viajou para Salvador.

**(B)** Arnaldo viajou para Salvador.

**(C)** Mariana viajou para Curitiba.

**(D)** Paulo viajou para Goiânia.

**(E)** Luiz viajou para Fortaleza.

**(F)** Cada amigo viajou para uma cidade diferente.

**(G)** $\neg A \wedge \neg B$

**(H)** C

**(I)** $\neg D$

**(J)** $\neg E$

*****Desenvolvimento:**

**(L)** $(F \wedge H) \rightarrow M$

**(M)** Luiz, Arnaldo e Paulo não viajaram para Curitiba.

**(N)** $(G \wedge J \wedge M) \rightarrow O$

**(O)** Luiz viajou para Goiânia.

**(P)** $(F \wedge O) \rightarrow Q$

**(Q)** Arnaldo e Paulo não viajaram para Goiânia.

**(R)** $(F \wedge G \wedge M \wedge Q) \rightarrow S$

**(S)** Arnaldo viajou para Fortaleza.

**(T)** $(F \wedge I \wedge M \wedge S) \rightarrow U$

**(U)** Paulo viajou para Salvador.

Opção correta: **B**

**6)** Se Iara não fala italiano, então Ana fala alemão. Se Iara fala italiano, então ou Ching fala chinês ou Débora fala dinamarquês. Se Débora fala dinamarquês, Elton fala espanhol. Mas Elton fala espanhol se e somente se não for verdade que Francisco não fala francês. Ora, Francisco não fala francês e Ching não fala chinês. Logo,

a) Iara não fala italiano e Débora não fala Dinamarquês.
b) Ching não fala chinês e Débora fala dinamarquês.
c) Francisco não fala francês e Elton fala Espanhol.
d) Ana não fala alemão ou Iara fala italiano.
e) Ana fala alemão e Débora fala dinamarquês.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Iara fala italiano.

**(B)** Ana fala alemão.

**(C)**Ching fala chinês.

**(D)** Débora fala dinamarquês.

**(E)** Elton fala espanhol.

**(F)** Francisco fala francês.

**(G)** $\neg A \rightarrow B$

**(H)** $A \rightarrow (C \, \underline{\vee} \, D)$

**(I)** $D \rightarrow E$

**(J)** $E \leftrightarrow F$

**(K)** $\neg F \wedge \neg C$

*****Desenvolvimento:**

**(L)** $(J \wedge K) \rightarrow \neg E$

**(M)** $(I \wedge L) \rightarrow \neg D$

**(N)** $(H \wedge K \wedge M) \rightarrow O$

**(O)** Como C e D são falsos, $C \ \underline{V}\ D$ torna-se falso.

**(P)** $(H \wedge O) \rightarrow \neg A$

**(Q)** $(G \wedge P) \rightarrow B$

Opção correta: **A**

**7)** Ou lógica é fácil, ou Artur não gosta de lógica. Por outro lado, se Geografia não é difícil, então lógica é difícil. Daí segue-se que, se Artur gosta de lógica, então:

a) Se geografia é difícil, então lógica é difícil.
b) Lógica é fácil e geografia é difícil.
c) Lógica é fácil e geografia é fácil.
d) Lógica é difícil e geografia é difícil.
e) Lógica é difícil ou geografia é fácil.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Lógica é fácil.

**(B)** Artur gosta de lógica.

**(C)** Geografia é difícil.

**(D)** $A \ \underline{V}\ \neg B$

**(E)** $\neg C \rightarrow \neg B$

**(F)** B

*****Desenvolvimento:**

**(G)** $(D \wedge F) \rightarrow A$

**(H)** $(E \wedge F) \rightarrow C$

Opção correta: **B**

**8)** Sabe-se que:

I - Quando Ricardo fica gripado, ele falta ao trabalho.

II - Emília só falta ao trabalho quando está gripada.

III - Ivete jamais falta ao trabalho quando está gripada.

Hoje, Ricardo, Emília e Ivete faltaram ao trabalho. Então, pode-se afirmar que:

a) Talvez, Ricardo e Ivete estejam gripados.

b) Ricardo e Emília estão gripados.
c) Emília está gripada e é possível que Ricardo não esteja gripado.
d) Ricardo, Emília e Ivete estão gripados.
e) Ricardo está gripado e Emília certamente não está gripada.

**DEMONSTRAÇÃO:**

***Enunciado:**

**(A)** Ricardo fica gripado.

**(B)** Ricardo falta ao trabalho.

**(C)** Emília falta ao trabalho.

**(D)** Emília está gripada.

**(E)** Ivete falta ao trabalho.

**(F)** Ivete está gripada.

**(G)** Ricardo, Emília e Ivete faltaram ao trabalho.

**(H)** $A \rightarrow B$

**(I)** $C \rightarrow D$

**(J)** $F \rightarrow \neg E$

***Desenvolvimento:**

**(K)** $G \rightarrow (B \wedge C \wedge E)$

**(L)** $(J \wedge K) \rightarrow \neg F$

**(M)** $(I \wedge K) \rightarrow D$

**(N)** $(H \wedge K) \rightarrow O$

**(O)** É possível que Ricardo não esteja gripado. (Explicação: A é suficiente para se ter B e B é necessário para se ter A, porém não é suficiente. Ou seja, dizer que Ricardo ficou gripadogripado basta para sabermos que ele faltou ao trabalho, porém dizer que Ricardo faltou ao trabalho não significa que necessariamente esteja gripado, pode ser que tenho dormido além da conta.)

Opção correta: **C**

**9)** Quando não vejo Lucia, não passeio ou fico deprimido. Quando chove, não passeio e fico deprimido. Quando não faz calor e passeio, não vejo Lucia. Quando não chove e estou deprimido, não passeio. Hoje, passeio. Portanto, hoje:

a) Vejo Lucia, e não estou deprimido, e não chove, e faz calor.

b) Não vejo Lucia, e estou deprimido, e chove, e faz calor.

c) Não vejo Lucia, e estou deprimido, e não chove, e não faz calor.

d) Vejo Lucia, e não estou deprimido, e chove, e faz calor.

e) Vejo Lucia, e estou deprimido, e não chove, e faz calor.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Vejo Lucia.

**(B)** Passeio.

**(C)** Fico deprimido.

**(D)** Chove.

**(E)** Faz calor.

**(F)** $\neg A \rightarrow (\neg B \vee C)$

**(G)** $D \rightarrow (\neg B \wedge C)$

**(H)** $(\neg E \wedge B) \rightarrow \neg A$

**(I)** $(\neg D \wedge C) \rightarrow \neg B$

**(J)** B

*****Desenvolvimento:**

**(K)** $(G \wedge J) \rightarrow \neg C$

**(L)** $(G \wedge J \wedge K) \rightarrow \neg D$

**(M)** $(F \wedge J \wedge K) \rightarrow A$

**(N)** $(H \wedge J \wedge M) \rightarrow E$

Opção correta: **A**

**10) (AFTN - 1998/ ESAF)** Há três suspeitos de um crime: o cozinheiro, a governanta e o mordomo. Sabe-se que o crime foi efetivamente cometido por um ou por mais de um deles, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se, ainda que:

1) se o cozinheiro é inocente, então a governanta é culpada;
2) ou o mordomo é culpado ou a governanta é culpada, mas não os dois;
3) o mordomo não é inocente.

Logo:

a) a governanta e o mordomo são culpados

b) o cozinheiro e o mordomo são culpados

c) somente a governanta é culpada
d) somente o cozinheiro é inocente
e) somente o mordomo é culpado.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** O cozinheiro é inocente.

**(B)** A governanta é inocente.

**(C)** O mordomo é inocente.

**(D)** $A \rightarrow \neg B$

**(E)** $\neg C \underline{v} \neg B$

**(F)** $\neg C$ (O mordomo não é inocente: o mordomo é culpado.)

*****Desenvolvimento:**

**(G)** $(E \wedge F) \rightarrow B$

**(H)** $(D \wedge G) \rightarrow \neg A$

Opção correta: **B**

**11)(Esaf)** Ou Celso compra um carro, ou Ana vai à África, ou Rui vai à Roma. Se Ana vai à África, então Luís compra um livro. Se Luís compra um livro, então Rui vai à Roma. Ora, Rui não vai à Roma, logo:

a) Celso compra um carro e Ana não vai à África.
b) Celso não compra um carro e Luís não compra um livro.
c) Ana não vai à África e Luís compra um livro.
d) Ana vai à África ou Luís compra um livro.
e) Ana vai à África e Rui não vai à Roma.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Celso compra um carro.

**(B)** Ana vai à África.

**(C)** Rui vai à Roma.

**(D)** Luís compra um livro.

**(E)** $A \underline{v} B \underline{v} C$

**(F)** $B \rightarrow D$

**(G)** $D \rightarrow C$

**(H)** $\neg C$ (Rui não vai à Roma.)

*****Desenvolvimento:**

**(I)** $(G \wedge H) \rightarrow \neg D$

**(J)** $(F \wedge I) \rightarrow \neg B$

**(K)** $(E \wedge H \wedge J) \rightarrow A$

Opção correta: **A**

**12)** Se Frederico é francês, então Alberto não é alemão. Ou Alberto é alemão, ou Egídio é espanhol. Se Pedro não é português, então Frederico é francês. Ora, nem Egídio é espanhol nem Isaura é italiana. Logo:

a) Pedro é português e Frederico é francês.
b) Pedro é português e Alberto é alemão.
c) Pedro não é português e Alberto é Alemão.
d) Egídio é espanhol ou Frederico é Francês.
e) Se Alberto é alemão, Frederico é francês.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Frederico é francês.

**(B)** Alberto é alemão.

**(C)** Egídio é espanhol.

**(D)** Pedro é português.

**(E)** Isaura é italiana.

**(F)** $A \rightarrow \neg B$

**(G)** $B \underline{\vee} C$

**(H)** $\neg D \rightarrow A$

**(I)** $\neg C \wedge \neg E$

*****Desenvolvimento:**

**(J)** $(G \wedge I) \rightarrow B$

**(K)** $(F \wedge J) \rightarrow \neg A$

**(L)** $(H \wedge K) \rightarrow D$

Opção correta: **B**

**REFERÊNCIAS:**

CORTEZ, Vilson. **Raciocínio Lógico – Exercícios Resolvidos.** Disponível em:http://exclusivoensino.com.br/wp-content/uploads/2013/07/Raciocinio-Logico-Exercicios-Resolvidos-Vilson-Cortez-Resumos-Concursos.pdf, acesso em: 1 nov. 2017

DESAFIOS PARA A MENTE 1**:** 150 quebra-cabeças e enigmas para turbinar seu raciocínio. Rio de Janeiro: Ediouro Publicações, 2012

FREITAS, Wilma G. **500 Questões Comentadas de Raciocínio Lógico.** Disponível em:https://pt.slideshare.net/FabioAntonio5/raciocinio-logico-500-questoes-comentadas, acesso em: 13 nov. 2017

GYURICZA, GyorgyLaszlo. **Raciocínio Lógico Matemático:** 700 Questões com Respostas Comentadas. 8. ed. São Paulo: Yalis, 2008.

LIMA, Artur. **Questões resolvidas de raciocínio lógico.** Disponível em:https://dhg1h5j42swfq.cloudfront.net/2016/10/20102101/aul%C3%A3o-de-racioc%C3%ADno-l%C3%B3gico-resolu%C3%A7%C3%B5es.pdf**,** acesso em: 1 nov. 2017

MAIA JUNIOR, Antonio Geraldo Pinto. **Raciocínio Lógico em Exercícios:** Questões de concursos comentadas. 2. ed. Brasília: Alumnus, 2016.

SÁNCHEZ TORRES, Juan Diego. **Jogos de Matemática e Raciocínio Lógico.** Tradução de Guilherme Summa. 2. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2013.

SCRIBD. **Questões de Raciocínio Lógico.** Disponível em:https://pt.scribd.com/doc/23453529/Questoes-de-Raciocinio-Logico, acesso em: 13 nov. 2017

.

## APÊNDICE C – Prova Final

Atividade Final do Projeto de Pesquisa intitulado "Relação entre o raciocínio lógico e a resolução de problemas no 9º ano do ensino fundamental do município de Cotiporã"

**1)** Juliana é mais alta do que Angelica. Graziela é menos alta do que Angelica. Logo:

a) Graziela é mais alta do que Angelica.
b) Juliana é menos alta do que Angelica.
c) Angelica é mais alta do que Juliana.
d) Graziela é menos alta do que Juliana.
e) Angelica é menos alta do que Graziela.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Juliana é mais alta do que Angelica.

**(B)** Graziela é menos alta do que Angelica.

*****Desenvolvimento:**

**(C)**$B \leftrightarrow D$

**(D)**Angelica é mais alta do que Graziela.

**(E)** $(A \wedge D) \rightarrow F$

**(F)** Juliana é mais alta do que Graziela.

**(G)** $F \leftrightarrow H$

**(H)** Graziela é menos alta do que Juliana.

Opção correta: **D**

**2)**À caminho da Escola, Naiara caminha tantos metros quanto Maria e menos do que Fernanda. Jane caminha tantos metros quanto Fernanda. Logo,

a) Jane caminha menos do que Maria.
b) Jane caminha mais do que Naiara.
c) Fernanda caminha menos do que Maria.
d) Naiara caminha mais do que Fernanda.
e) Fernanda caminha menos do que Naiara.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*** * * Enunciado:**

**(A)** Naiara caminha tantos metros quanto Maria.

**(B)** Naiara caminha menos do que Fernanda.

**(C)** Jane caminha tantos metros quanto Fernanda.

*** * * Desenvolvimento:**

**(D)** $(B \wedge C) \rightarrow E$

**(E)** Naiara caminha menos do que Jane.

**(F)** $E \leftrightarrow G$

**(G)** Jane caminha mais do que Naiara.

Opção correta: **B**

**3)**Um caracol sobe por uma árvore de 18 metros de altura. Durante o dia, até o sol se pôr, avança 4 metros, mas à noite escorrega e regride 2 metros. Quanto tempo o caracol levará para alcançar o topo da árvore? **(8 dias)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Durante o dia, até o sol se pôr, o caracol sobe 4 metros.

**(B)** De noite o caracol escorrega e regride 2 metros.

**(C)** A árvore tem 18 metros.

*** * * Desenvolvimento:**

**(D)** $(A \wedge B) \rightarrow E$

**(E)** O caracol sobe 2 metros durante todo o dia.

**(F)** $A \rightarrow G$

**(G)** Durante todo o último dia o caracol sobe 4 metros, chegando ao topo da árvore.

**(H)** $E \rightarrow I$

**(I)** O caracol sobe 14 metros em 7 dias.

**(J)** $(C \wedge G \wedge I) \rightarrow L$

**(L)** Em 8 dias o caracol sobe 18 metros, chegando ao topo da árvore.

**4)(Vunesp)** Em uma avenida reta, a padaria fica entre o posto de gasolina e a banca de jornal, e o posto de gasolina fica entre a banca de jornal e a sapataria. A padaria está à esquerda da banca de jornal (Adaptado por Angélica Pierozan). Logo:

a) a sapataria fica entre a banca de jornal e a padaria.
b) a banca de jornal fica entre o posto de gasolina e a padaria.
c) o posto de gasolina fica entre a padaria e a banca de jornal.
d) a padaria fica entre a sapataria e o posto de gasolina.
e) o posto de gasolina fica entre a sapataria e a padaria.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** A padaria fica entre o posto de gasolina e a banca de jornal.

**(B)** O posto de gasolina fica entre a banca de jornal e a sapataria.

**(C)** A padaria está à esquerda da banca de jornal.

*****Desenvolvimento:**

**(D)** $(A \wedge C) \rightarrow E$

**(E)** Teremos o posto de gasolina à esquerda da padaria.

**(F)** $(B \wedge E) \rightarrow G$

**(G)** A sapataria deverá estar à esquerda do posto de gasolina.

**(H)** $(E \wedge G) \rightarrow I$

**(I)** O posto de gasolina fica entre a sapataria e a padaria.

Opção correta: **E**

**5)**Em um local totalmente escuro, sem visibilidade das cores, tem uma gaveta com seis pares de luvas pretas e seis pares de luvas brancas. Qual o menor número de luvas que você tem que retirar para estar seguro de que há, pelo menos, um par de luvas da mesma cor? **(Treze luvas)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Há 6 pares de luvas pretas na gaveta.

**(B)** Há 6 pares de luvas brancas na gaveta.

**(C)** As luvas estão em um local totalmente escuro.

**(D)** Existe um menor número de luvas a serem retiradas para garantir que se tenha um par de luvas da mesma cor.

*****Desenvolvimento:**

**(E)** A forma da luva da mão esquerda é diferente daquela da mão direita.

**(F)** $(A \wedge B) \rightarrow G$

**(G)** Temos duas cores de luvas.

**(H)** $(C \wedge D \wedge G) \rightarrow I$

**(I)** Se retirarmos 2 luvas corremos o risco de ser uma de cada cor.

**(J)** $(D \wedge I) \rightarrow K$

**(K)** Precisa-se retirar 3 luvas da gaveta para garantir que tenhamos 2 luvas da mesma cor.

**(L)** $(D \wedge E \wedge K) \rightarrow M$

**(M)** Não basta retirar 3 luvas da gaveta para se ter um “par” de luvas da mesma cor.

**(N)** $A \rightarrow O$

**(O)** Há 12 luvas pretas na gaveta.

**(P)** $B \rightarrow Q$

**(Q)** Há 12 luvas brancas na gaveta.

**(R)** $(D \wedge O \wedge Q) \rightarrow S$

**(S)** Preciso tirar 13 luvas da gaveta para garantir que terei um par de luvas da mesma cor.

**6)**Três garotos – Henrique, Lucas e Leandro – dividiram entre si alguns carrinhos. Henrique recebeu metade e mais dois. Dos restantes, Lucas recebeu dois a mais que a metade e os outros quatro ficaram para Leandro. Quantos carrinhos tinham eles? **( carrinhos)**

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Há três garotos: Henrique, Lucas e Leandro.

**(B)** Henrique recebeu a metade do todo mais dois.

**(C)** Lucas recebeu dois a mais que a metade do que sobrou de Henrique.

**(D)** Leandro recebeu os outros 4 carrinhos.

*****Desenvolvimento:**

**(E)**$(C \wedge D) \rightarrow F$

**(F)** Leandro recebeu dois a menos que a metade do que sobrou de Henrique.

**(G)** $F \wedge D \rightarrow H$

**(H)** A metade do que sobrou de Henrique é 6.

**(I)** $(C \wedge H) \rightarrow J$

**(J)** Lucas recebeu 8 carrinhos.

**(K)** $H \rightarrow L$

**(L)** O total do que sobrou de Henrique é 12.

**(M)** $(B \wedge L) \rightarrow N$

**(N)** A metade do todo é 12 + 2 = 14.

**(O)** $(B \wedge N) \rightarrow P$

**(P)** Henrique recebeu 16 carrinhos (14 + 2 = 16).

**(Q)** $(D \wedge J \wedge P) \rightarrow R$

**(R)** Eles tinham ao todo 28 carrinhos.

**7)(Esaf)** As seguintes afirmações, todas elas verdadeiras foram feitas sobre a ordem de chegada dos convidados a uma festa

- Gustavo chegou antes de Alberto e depois de Danilo.
- Gustavo chegou antes de Beto e Beto chegou antes de Alberto se e somente se Alberto chegou depois de Danilo.
- Carlos não chegou junto com Beto se, e somente se, Alberto chegou junto com Gustavo.

Logo:

a) Carlos chegou antes de Alberto e depois de Danilo.
b) Gustavo chegou junto com Carlos.
c) Alberto chegou junto com Carlos e depois de Beto.
d) Alberto chegou depois de Beto e junto com Gustavo.
e) Beto chegou antes de Alberto e junto com Danilo.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Gustavo chegou antes de Alberto.

**(B)** Gustavo chegou depois de Danilo.

**(C)** Gustavo chegou antes de Beto.

**(D)** Beto chegou antes de Alberto.

**(E)** Alberto chegou depois de Danilo.

**(F)** Carlos chegou junto com Beto.

**(G)** Alberto chegou junto com Gustavo.

**(H)** $A \wedge B$

**(I)** $(C \wedge D) \leftrightarrow E$

**(J)** $\neg F \leftrightarrow G$

*****Desenvolvimento:**

**(K)** $H \rightarrow \neg G$ (Alberto não chegou junto com Gustavo)

**(L)** $(K \wedge J) \rightarrow F$ (Carlos chegou junto com Beto)

**(M)** $B \rightarrow N$

**(N)** Danilo chegou antes de Gustavo.

**(O)** $(A \wedge N) \rightarrow P$

**(P)** Danilo chegou antes de Alberto.

**(Q)** $P \rightarrow E$

**(R)** $(Q \wedge I) \rightarrow (C \wedge D)$

**(S)** $(L \wedge R) \rightarrow T$

**(T)** Carlos chegou antes de Alberto.

**(U)** $(F \wedge C) \rightarrow V$

**(V)** Gustavo chegou antes de Carlos.

**(W)** $V \rightarrow X$

**(X)** Carlos chegou depois de Gustavo.

**(Y)** $(N \wedge V) \rightarrow Z$

**(Z)** Danilo chegou antes de Carlos.

**(A')** $Z \rightarrow B'$

**(B')** Carlos chegou depois de Danilo.

Opção correta: **A**

**8)** Se Mileide tem 12 anos, então Emanuelle corre 800 metros por dia. Se Emanuelle corre 800 metros por dia, então Joana tem 10 bonecas. Se Joana tem 10 bonecas, então João brinca com fogo. Ora, João não brinca com fogo. Logo:

a) Joana não tem 10 bonecas e Mileide não tem 12 anos de idade.
b) Joana tem 10 bonecas e Emanuelle corre 800 metros por dia.
c) Joana não tem 10 bonecas e Emanuelle corre 800 metros por dia.
d) Emanuelle corre 800 metros por dia e Mileide tem 12 anos.

e) Emanuelle não corre 800 metros por dia e Mileide tem 12 anos.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)**Mileide tem 12 anos.

**(B)** Emanuelle corre 800 metros por dia.

**(C)** Joana tem 10 bonecas.

**(D)** João brinca com fogo.

**(E)**$A \to B$

**(F)** $B \to C$

**(G)** $C \to D$

**(H)** $\neg D$

*****Desenvolvimento:**

**(I)**$(G \wedge H) \to \neg C$

**(J)** $(F \wedge I) \to \neg B$

**(K)** $(E \wedge J) \to \neg A$

Opção correta: **A**

**9)**Três trigêmeas idênticas, Anne, Juliana e Caroline, estão visitando a casa de David para um café. Elas estão sentadas lado a lado no sofá e David quer descobrir quem é quem. Ele sabe que Anne sempre diz a verdade, que Juliana sempre mente e que Caroline às vezes mente e às vezes diz a verdade. David faz as seguintes perguntas:

- Ele pergunta à irmã da esquerda: "Quem está sentada no meio?" Ela responde: "Anne".
- Ele pergunta à irmã do meio: "Qual o seu nome?" Ela responde: "Caroline".
- Ele pergunta à irmã da direita: "Quem está sentada no meio?" Ela responde: "Juliana". David sorri. Agora ele sabe quem é quem. Como?

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** Anne sempre diz a verdade.

**(B)** Juliana sempre mente.

**(C)** Caroline às vezes mente e às vezes fala a verdade.

**(D)** A irmã da esquerda diz que “Anne está sentada no meio”.

**(E)** A irmã do meio diz ser Caroline.

**(F)** A irmã da direita diz que “Juliana está sentada no meio”.

*****Desenvolvimento:**

**(G)** Não existe a possibilidade de duas pessoas ocuparem o mesmo lugar no mesmo momento.

**(H)** $(A \wedge B \wedge C) \rightarrow I$

**(I)** Apenas uma sempre fala a verdade: Anne.

**(J)** $(D \wedge E \wedge F \wedge G \wedge I) \rightarrow K$

**(K)**Caroline está mentindo

**(L)** $K \rightarrow M$

**(M)** Caroline não está sentada no meio.

**(N)** $(B \wedge D \wedge F \wedge I) \rightarrow O$

**(O)** Juliana está sentada no meio.

**(P)** $O \rightarrow Q$

**(Q)** A irmã da direita é Anne.

**(R)** $(M \wedge Q) \rightarrow S$

**(S)** Caroline é a irmã da esquerda.

**10)**Aplicou-se uma prova de matemática para cinco alunos: Andressa, Marina, Bernardo, Eliane e Eduardo. Sabe-se que as notas tem diferença de 1,5 pontos entre uma e outra, não necessariamente nesta ordem. Com auxílio das dicas que seguem abaixo diga qual foi a nota de cada aluno.

- A nota obtida por Andressa foi menor que a de Eliane e Bernardo.
- A nota de Eliane é menor que a de Eduardo.
- A nota de Marina é menor que a de Andressa.
- A nota de Eduardo não foi a mais alta.
- A nota mais baixa foi 4.

**DEMONSTRAÇÃO:**

*****Enunciado:**

**(A)** A nota obtida por Andressa foi menor que a de Eliane e Bernardo.

**(B)** A nota de Eliane é menor que a de Eduardo.

**(C)**A nota de Marina é menor que a de Andressa.

**(D)**A nota de Eduardo não foi a mais alta.

**(E)**A nota mais baixa foi 4.

**(F)** A diferença entre as notas é de 1,5 pontos.

*****Desenvolvimento:**

**(G)** $(A \wedge B) \rightarrow H$

**(H)** A nota de Andressa é menor que a de Eduardo.

**(I)** $(A \wedge C \wedge H) \rightarrow J$

**(J)** A nota de Marina é menor que a de Andressa, de Eliane, de Bernardo e de Eduardo.

**(K)** $J \rightarrow L$

**(L)** Marina tem a menor nota de todos.

**(M)** $(E \wedge L) \rightarrow N$

**(N)** A nota de Marina é 4.

**(O)** $(A \wedge H \wedge L) \rightarrow P$

**(P)** A nota de Andressa, de Eliane e de Marina são menores que a de Eduardo.

**(Q)** $(D \wedge P) \rightarrow S$

**(R)** A nota de Eduardo é menor apenas da nota de Bernardo.

**(S)** $R \rightarrow T$

**(T)** A maior nota é a de Bernardo.

**(U)** $(A \wedge L \wedge R) \rightarrow V$

**(V)** A nota de Eliane encontra-se entre a de Andressa e a de Eduardo.

**(W)** $L \wedge T \wedge V \rightarrow X$

**(X)** Teremos da nota mais baixa para a mais alta: Marina, Andressa, Eliane, Eduardo e Bernardo.

**(Y)** $( F \wedge N) \rightarrow (Z \wedge A' \wedge B' \wedge C')$

**(Z)** A nota de Andressa é 5,5.

**(A’)** A nota de Eliane é 7.

**(B’)** A nota de Eduardo é 8,5.

**(C’)** A nota de Bernardo é 10.

* * *

**APÊNDICE D – Respostas dos Alunos Sobre o Desenvolvimento do Projeto**

1) Nós aprendemos a utilizar melhor o raciocínio.

2) Aprenda coisas novas

3) As conversas, e peço desculpa por conversar também

4) Não

5) Torna bem mais fácil

1\ Muitas conversas, e pouco aprendizagem.

2) De ter entendido como fazer.

3) Da quantidade de conversas

4\ Não

5) Sim.

1) Muitos aprendizagens, novos conhecimentos e momentos divertidos juntos.

2) Passar esses momentos especiais com todo mundo.

3) Que nos últimos anos não colaboramos, ou melhor falo por mim isso.

4) Não.

5) Pode ajudar sim, mas não prestei muito atenção.

---

Angélica desculpa por tudo e a raiva que te fiz passar, saiba que te admiro D+++

Sucesso pra ti! ♡

1-Com suas próprias palavras, explique o que aconteceu nesse encontro com a Prof Angélica.

Explicou sobre Raciocínio Lógica, problema, matemáticas.

2-Fale sobre as coisas que você mais gostou

companhia, e a Profe♡

3-Fale sobre as coisas que você não gostou?

Gostei de td.

4- Você já tinha ouvido falar operadores da lógica clássica proposicional ?

NÃO

5- VC acha que estudar esses operadores pode ajudar a resolver problemas matemáticos em sala de aula ou se só tem mais dificuldade?

CLARO Que Ajuda mão

1) Com suas próprias palavras, explique o que aconteceu nesses encontros com a Profª Angélica.
Muita conversa, Raciocinio Logico.

2) Fale sobre as coisas que você mais gostou.
me encontrar com os amigos;
e aprender

3) Fale sobre as coisas que você não gostou.
Gostei de tudo.

4) Vc ja tinha ouvido falar nas operações da lógica classica proposicional?
Não

5) Vc acha que estudar esses operadores podem ajudar a resolver problemas matématicos em sala de aula ou ele só torna as coisas mais dificeis?
Pode ajudar sim.

1) Com suas próprias palavras explique o que aconteceu nesses encont
com a Prof. Angélica.
Aprendemos a fazer a resolução das perguntas.

2) Fale sobre as coisas que você mais gostou
Da explicação.

3) Fale sobre as coisas que você não gostou
Quando as questões eram muito estranhas.

4) Você já tinha ouvido falar nos operadores da lógica clássica proposicional?
Não só depois desses encontros.

5) Só torna as coisas mais difíceis.

com suas próprias palavras, explique o que aconteceu nesses encontros com a prof. Angeli

conversa e raciocínio lógico

Fale sobre as coisas que você mais gostou

De aprender e tar com meus amigos

Fale sobe as coisas que você não gostou

Não ter parado de falar

Você já tinha ouvido falar nos operadores da lógica clássica proporcional

Não

S = Depende d situação

1) Com seus próprios palavras, explique o que aconteceu nesses encontros com a Prof. Angélica.

A gente [illegible] aprendizagem sobre raciocínio lógico

2) Fale sobre as coisas que você mais gostou.

Aprender Raciocínio lógico.

3) Fale sobre as coisas que você não gostou.

Não der entender tudo perfeitamente.

4) Você já tinha ouvido falar nos operadores da lógica clássica proposicional?

Não.

5) Você acha que estudar esses operadores pode ajudar a resolver problemas matemáticos em sala de aula ou ele só torna as coisas mais difíceis.

Dependendo a situação pode ajudar.

1) Com suas próprias palavras, explique o que aconteceu nesses encontros com a Prof<sup></sup>ª Angélica.

Encontrar com os amigos, e tentar aprender Raciocínio lógico.

2) Fale sobre as coisas que você mais gostou?

encontrar com os amigos e aprender.

3) Fale sobre as coisas que você não gostou.

Gostei das coisas.

4) Você já tinha ouvido falar nos operadores da lógica clássica proposicional?

Sim

5) Você acha que estudar esses operadores pode ajudar a resolver problemas matemáticos em sala de aula ou ele só torna as coisas mais difíceis?

Depende o caso, pode ajudar