

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
RIO GRANDE DO SUL
CAMPUS CANOAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

GUSTAVO BROILO

**UMA PROPOSTA DIDÁTICA DE MATEMÁTICA COM O JOGO WORDLE
BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

CANOAS

2025

GUSTAVO BROILO

**UMA PROPOSTA DIDÁTICA DE MATEMÁTICA COM O JOGO WORDLE
BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Canoas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Dra. Carina Loureiro Andrade

Linha de Pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.

CANOAS

2025

CIP - Catalogação na publicação

Broilo, Gustavo
UMA PROPOSTA DIDÁTICA DE MATEMÁTICA COM O JOGO
WORDLE BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS / Gustavo
Broilo. -- 2025.
90 f.
Orientadora: Dra Carina Loureiro Andrade.

Dissertação (Mestrado) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul,
Campus Canoas, Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional - PROPMAT, Canoas, BR-RS, 2025.

1. Resolução de Problemas. 2. Letramento
estatístico. 3. Wordle. I. Andrade, Dra Carina
Loureiro. II. Título.

RESUMO

Esse trabalho teve como problema de pesquisa “De que forma pode-se explorar o letramento estatístico a partir do jogo Wordle através da resolução de problemas?” e, para responder essa pergunta, foi elaborada uma sequência didática baseada no jogo em questão e em como potencializar as chances de ganhar esse jogo. Estruturou-se, então, a sequência baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Onuchic e Allevato (2011) e explorada por Pironel (2019). A sequência foi aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio, formando grupos heterogêneos e explorando diferentes habilidades, como pesquisa, interpretação de dados, criação de uma argumentação, explanação e análise das diferentes estratégias e exploração dos conceitos matemáticos baseados nessas estratégias. A análise dos relatórios construídos pelos estudantes e observações de campo indicam que três dos quatro grupos desenvolveram argumentações coerentes com os critérios estabelecidos. A sequência indica potencial para ser ainda mais eficaz com alunos de outros anos, especialmente no Ensino Fundamental, já que algumas habilidades da BNCC previstas para esta etapa envolvem estudo de frequência e pesquisas estatísticas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Letramento Estatístico, Jogo Wordle

ABSTRACT

This study was based on the research question: "How can statistical literacy be explored through the Wordle game by solving problems?" To answer this question, a didactical sequence was developed based on the game in question and on how to increase the chances of winning it. The sequence was then structured based on the Teaching-Learning- Math Evaluation Methodology through Problem Solving, proposed by Onuchic and Allevato (2011) and explored by Pironel (2019). The sequence was applied to a third-year high school class, forming heterogeneous groups and exploring different skills, such as research, data interpretation, argumentation, explanation and analysis of different strategies, and exploration of mathematical concepts based on these strategies. Analysis of the reports constructed by the students and field observations indicate that three of the four groups developed arguments consistent with the established criteria. The sequence shows potential to be even more effective with students in other grades, especially in elementary school, since some of the BNCC skills expected for this stage involve frequency studies and statistical investigations.

Keywords: Problem solving, Statistical Literacy., Wordle game

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Desenvolvimento de uma partida na plataforma Letreco.....	9
Figura 2: Primeira Tentativa.....	10
Figura 3: Segunda Tentativa.....	10
Figura 4: Terceira Tentativa.....	10
Figura 5: Fluxograma sobre a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas	18
Figura 6: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação.	28
Figura 7: Trecho do relatório do Grupo 2.....	43
Figura 8: trecho do relatório do Grupo 1	47
Figura 9: Trecho do relatório do grupo 3	51
Figura 10: Trecho do relatório do Grupo 4.....	54
Figura 11: Resolução do problema 1 pelo aluno 3.1	61
Figura 12: Resolução do problema 2 pelo aluno 2.1	62
Figura 13: Resolução do problema 3 pelo aluno 1.1	63
Figura 14: Resolução do problema 3 pelo aluno 4.1	63
Figura 15: Resolução do problema 1 pelo aluno 2.3	64
Figura 16: Síntese sobre a pesquisa realizada pelo aluno 4.3	65
Figura 17 - Síntese sobre a pesquisa realizada pelo aluno 2.1	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Cronograma de aplicação da sequência didática

29

SUMÁRIO

Sumário	
1 INTRODUÇÃO.....	8
1.1 O JOGO WORDLE.....	9
1.2 PROBLEMA DE PESQUISA.....	11
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	14
2.2 FREQUÊNCIA.....	22
2.3 LETRAMENTO ESTATÍSTICO.....	23
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	27
4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	31
4.1 PILOTO.....	33
5 RESULTADOS.....	37
5.1 APRESENTAÇÃO DO JOGO.....	37
5.2 PESQUISA.....	38
5.3 RELATÓRIO.....	43
5.4 PLENÁRIA.....	44
5.5 NOVOS PROBLEMAS.....	59
5.6 ANÁLISE DA SEQUÊNCIA À LUZ DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO.....	65
6 CONCLUSÕES.....	70
6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	72
APÊNDICES.....	76
APÊNDICE A – Carta de Anuência.....	76

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)	78
APÊNDICE D - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)	84
ANEXO A - Lista com novos problemas:	87

1 INTRODUÇÃO

No ano de 2024, a Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio Grande do Sul (SEDUC/RS) implementou disciplinas de aprofundamento em “Redação” e “Resolução de problemas”, tendo em vista o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), para o 2º e 3º ano do Ensino Médio. São disciplinas, principalmente a de resolução de problemas, que têm como proposta desenvolver habilidades lógicas e preparar os alunos para processos seletivos, incluindo vestibulares e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) (SEDUC/RS, 2024, p.12). Na visão do pesquisador, são disciplinas com o potencial de resgatar os conteúdos presentes nessas provas de uma forma diferente.

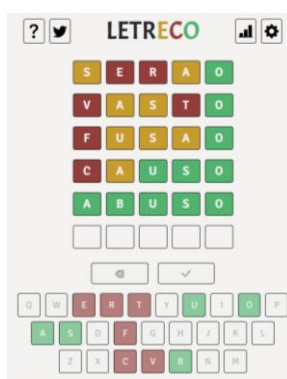
A ementa da “Resolução de Problemas”, porém, não faz nenhuma alusão à metodologia de resolução de problemas, seja a proposta por Polya (1995) ou a proposta de Onuchic e Allevato (2011). Ou seja, é uma ementa bastante aberta, possibilitando ao pesquisador levantar alguns questionamentos sobre maneiras de desenvolver a disciplina. Será que ela deveria resgatar os conhecimentos dos alunos ou ser voltada apenas para a memorização de ferramentas para resolver questões do ENEM? Como motivar os alunos a participarem da disciplina e tornar o ambiente agradável para o ensino?

A nova disciplina inspirou o pesquisador a explorar um assunto que tinha muita curiosidade e, de alguma forma, já utilizava: a metodologia de resolução de problemas. Assim, lendo sobre as diferentes abordagens para se trabalhar com a disciplina de resolução de problemas em sala de aula, decidiu-se, baseada na metodologia de resolução de problemas de Onuchic e Allevato (2011), adotar estratégias para que os alunos construam os conhecimentos a partir das suas próprias investigações sobre um problema. Dessa forma, neste trabalho propõe-se uma sequência didática para promover o letramento estatístico, partindo dos conceitos de estatística e probabilidade, assuntos recorrentes no ENEM, que podem ajudar, inclusive, no processo de pesquisa científica presente nas universidades e na vida acadêmica de modo geral.

1.1 O JOGO WORDLE

Esta sequência didática foi baseada no jogo mundialmente conhecido “*Wordle*”. Trata-se de um jogo online que tem como objetivo descobrir uma palavra secreta. Com a jogabilidade semelhante ao “*Mastermind*” (no Brasil, “Senha”), e com uma leve referência ao transgeracional “jogo da forca”, *Wordle* atingiu um status de fama tão grande que o jornal “*The New York Times*” investiu na compra em janeiro de 2022 (Superinteressante, 2022). Ele tornou-se uma febre por ter desafios diários, isto é, cada dia tinha uma palavra nova, e pela sua estrutura de compartilhamento bastante diferente, o que instiga a curiosidade de cada usuário. No Brasil, ganhou duas versões: o “Termo” e o “Letreco” (figura 1).

Figura 1: Desenvolvimento de uma partida na plataforma Letreco



Fonte: Elaborado pelo autor

O jogo funciona da seguinte forma: a cada dia há uma palavra misteriosa de cinco letras para ser descoberta. Na versão clássica, você tem seis tentativas para acertar o vocábulo, sendo cada tentativa, um palpite de uma palavra que seja válida dentro do jogo. Cada letra de um palpite pode apresentar três cores: preto (ou vermelho), amarelo ou verde. A cor preta, no caso do Termo, ou vermelha, no caso do Letreco, caracteriza que a letra não faz parte da palavra; amarelo quer dizer que a letra faz parte, mas não está no lugar correto; e verde, que a letra faz parte e está no lugar correto.

A seguir será detalhada uma partida jogada na plataforma Termo com o objetivo de esclarecer a dinâmica do jogo:

Figura 2: Primeira Tentativa



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse primeiro caso (figura 2), a primeira palavra testada não obteve um resultado positivo, já que nenhuma letra utilizada em “serão” está na palavra do dia. A partir daí, faz-se outra tentativa, buscando obter informações sobre os caracteres presentes na palavra do dia e suas posições.

Figura 3: Segunda Tentativa



Fonte: Elaborado pelo autor

No segundo vocábulo adicionado (figura 3), obteve-se duas letras presentes na palavra do dia. A letra “u” está no local certo, isto é, a resposta possui na segunda posição o “u”. E o “i” está presente, porém não no local certo.

Figura 4: Terceira Tentativa



Fonte: Elaborado pelo autor

Na terceira tentativa (figura 4), foram pensadas palavras que possuíam a letra “u” como segunda letra e a presença de “i”. Como cada sílaba deve possuir uma vogal, era provável que “i” estivesse na posição 4. Assim, analisou-se as opções que tinham essa possibilidade, escolhendo “fútil”. O fato da letra “u” aparecer acentuada não garante que ela possui esse acento na palavra secreta, apesar de neste caso de fato possuir. O jogo não diferencia letras com e sem acento. Ou seja, a letra “a” pode ser tanto “á” como “ã”, ou ainda “â”. Ao acertar a palavra misteriosa, o enigma do dia está resolvido. Nesta plataforma, a próxima partida só pode ser jogada no dia seguinte, tendo outra palavra misteriosa a ser descoberta. Esta plataforma apresenta outras modalidades com duas e quatro palavras misteriosas ao mesmo tempo, mas estas não foram exploradas nesta sequência didática.

1.2 PROBLEMA DE PESQUISA

A inspiração para essa sequência didática já vem desde o ano de 2022, quando o jogo se popularizou no Brasil. Na época, o pesquisador se questionou sobre a existência de uma palavra que potencializasse as chances de ganhar. Nesse mesmo período, ele já pensava em trazer esta questão para a classe, mas a ideia se dissipou. Mesmo assim, trazia os jogos para sala de aula, em específico com uma turma de primeiro ano, com a qual começava as lições descobrindo a palavra do dia. Dois anos depois, há o reencontro do pesquisador com a turma na disciplina de Resolução de Problemas e, por conta da nova disciplina, a oportunidade de fazer um trabalho diferente com os alunos. Dessa forma, surge a ideia de fazer a sequência didática baseada no jogo que em 2022 todos jogavam juntos.

Assim, surge a pergunta de pesquisa: “De que forma pode-se explorar o letramento estatístico a partir do jogo *Wordle* através da resolução de problemas?”. Tem-se, então, como objetivo principal “Verificar as potencialidades de uma sequência didática, baseada no jogo “*Wordle*”, para o desenvolvimento do letramento estatístico, através da metodologia de resolução de problemas”. Ainda se pretende “Propor uma sequência didática para desenvolver habilidades relacionadas a argumentação e tomada de decisões a partir de dados estatísticos”, “Aplicar essa sequência em uma turma de educação básica” e “Analisar a aplicação e avaliar os seus benefícios à luz da metodologia de resolução de problemas”.

Para responder à pergunta de pesquisa, foi feito um levantamento sobre o que é a metodologia de resolução de problemas (Onuchic; Allevato, 2011; Pironel, 2019). Além disso, é proposta uma sequência didática envolvendo o jogo *Wordle*, em que se busca trabalhar com alguns conceitos estatísticos, como frequências absoluta e relativa e noções de letramento estatístico partindo de uma única situação problema: obter uma estratégia que aumenta as chances de ganhar o jogo *Wordle*.

O próximo capítulo apresenta um levantamento sobre a perspectiva de ensino de matemática que norteou a construção da sequência: resolução de problemas. No capítulo 3, apresenta-se os processos utilizados para coleta e análise dos dados obtidos. O capítulo 4 traz um desenho da sequência didática e destaca os conceitos matemáticos trabalhados, além de fazer uma relação com o momento em que eles se apresentam dentro da sequência didática. Para finalizar, apresenta-se a aplicação desta sequência, fazendo uma relação entre o que foi desenvolvido com os alunos e o que as metodologias utilizadas falam sobre a forma de aplicar e avaliar e, por fim, as conclusões do trabalho, incluindo uma análise pessoal do pesquisador sobre os resultados obtidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Muito além dos interesses pessoais do pesquisador, a resolução de problemas tem sido incentivada pelas normativas há bastante tempo. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já tratam disso desde 2002, mostrando as vantagens de se usar essa metodologia em sala de aula:

a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (Brasil, 2002, p.52).

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento vigente que determina as habilidades, competências e aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver durante a educação básica, já apresenta uma visão, dentro do ensino médio, que explora contextos cotidianos dos alunos e busca uma abordagem que induza os alunos a desenvolverem pensamentos críticos e criativos dentro dos conteúdos já abordados. Assim:

[...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, conforme anteriormente anunciado. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros (Brasil, 2018, p.518).

Para isso, faz-se um levantamento bibliográfico sobre a metodologia de resolução de problemas e a potencialidade que ela pode proporcionar à sequência didática, já que propõe ao aluno questionar-se e construir os conceitos a partir das suas explorações. Para isso, esse capítulo será dividido em duas partes: na primeira explora-se a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Onuchic; Allevato, 2011; Pironel, 2019). Na segunda, se explora os conceitos matemáticos presentes na sequência.

2.1 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Onuchic e Allevato dedicaram boa parte da vida para entender e disseminar no Brasil a metodologia baseada na resolução de problemas. Elas mostram (2011) que há três maneiras de entender a resolução de problemas no contexto educacional. A primeira, chamada por elas de “ensinar sobre a resolução de problemas”, tem como grande influenciador George Polya, conhecido também como o pai da resolução de problemas. Os adeptos dessa visão tratam a resolução de problemas como algo teórico, isto é, necessita-se ensinar os alunos a resolverem problemas e a elaborar estratégias para isso. Pode-se verificar no livro “A arte de resolver problemas” do próprio George Polya (1995, p.3) quatro fases para resolver um problema: compreensão, interligação, execução e revisão, explicando o que cada etapa representa e como deve ser trabalhada.

Em um segundo momento, Onuchic e Allevato trazem uma visão da metodologia que elas chamam de “ensinar para a resolução de problemas”. Segundo elas (2011, p.79):

Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática para resolver problemas.

Nesse caso, o tratamento dos problemas não possui uma investigação ou uma indagação por trás daquilo que se é trabalhado, sendo a única função do problema aplicar a teoria vista em aulas anteriores. O objetivo é apenas chegar em um resultado, sem levar questionamentos nem suscitar investigações. Pode-se fazer a relação dessa metodologia, em uma escala branda, com o próprio Exame Nacional do Ensino Médio. No ENEM, resolve-se diversos problemas que não possuem função nenhuma além de aplicação dos conteúdos trabalhados durante o ensino médio inteiro. Diferente de provas como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que não possuem propriamente uma aplicação de conteúdos específicos, mas possuem todo um trabalho de desenvolvimento lógico e estratégico que podem, ou não, envolver um conceito matemático específico.

Por fim, tem-se a visão “ensinar através da resolução de problemas”. De acordo com as autoras (2011, p. 80):

Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo.

Nesse contexto, Onuchic e Allevato trazem consigo uma metodologia que não se baseia em um conceito previamente estudado, mas sim desenvolve conteúdo a partir de uma situação problema. Pode-se imaginar essa metodologia como uma “redescoberta da matemática”, já que diversos conceitos matemáticos foram desenvolvidos a partir de uma situação vivenciada pelos antigos pensadores. Os alunos vivenciam o problema, discutem sobre as soluções, analisam os padrões e definem os conceitos. Independente da disciplina ou do conteúdo abordado, essa forma de ensinar permite que o aluno desenvolva por conta própria aquilo que será trabalhado, e cabe ao professor apenas fazer as “perguntas certas”.

Onuchic e Allevato elevam a discussão dessa metodologia para um outro nível, quando apresentam a proposta de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas (2011, p.81). Para as autoras, ao se ensinar matemática através da resolução de problemas, é difícil trabalhar ensino, aprendizagem e avaliação de formas separadas, já que o aluno é o próprio construtor do conhecimento, isto é, está diretamente ligado à aprendizagem e avaliando-a a partir de suas percepções.

O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. (2011, p.81)

O professor trabalha principalmente com o ensino e a avaliação, selecionando o problema que será abordado e observando continuamente se o aluno está desenvolvendo o que se espera, se encontra alguma dificuldade ou se já dominou o conteúdo e pode seguir para algo mais avançado.

De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós Polya de ver resolução de problemas. (2011, p.81)

Onuchic e Allevato ainda comentam (2011, p. 82) as diversas vantagens proporcionadas por essa metodologia. Dentre elas pode-se destacar algumas:

- Avaliação continuada: De acordo com as autoras, a metodologia traz ao professor dados avaliativos contínuos, isto é, a cada aula o professor consegue avaliar se o aluno está conseguindo desenvolver, o quanto está ampliando os

seus conhecimentos e se o seu desenvolvimento é satisfatório. Assim, o professor consegue pensar melhor em estratégias para atacar de forma eficiente as dificuldades do aluno.

- **Pensamento matemático:** As autoras tratam como “pensamento matemático” a capacidade do aluno de elaborar estratégias para resolver problemas. Com isso, o aluno aumenta a sua capacidade de compreender os conteúdos matemáticos e acaba tratando a matemática de forma mais confiante. Trabalhar com as resoluções de problemas proporciona aos alunos desenvolver esse pensamento matemático a cada aula, mudando a percepção do aluno quanto à disciplina.
- **Sentido da matemática:** Em um mundo onde o ensino de matemática se baseia apenas em fórmulas e cálculos, a abordagem a partir da resolução de problemas proporciona aos estudantes entender o sentido de trabalhar com matemática e fazer com que vire algo prazeroso e instigante, proporcionando ao aluno desenvolver uma autoconfiança para estudar matemática, deixando de ser algo culturalmente difícil para algo motivador e agradável.
- **Motivação do professor:** Para as autoras, trabalhar com esse tipo de metodologia traz ao professor uma satisfação pessoal e uma motivação a mais, já que a avaliação constante faz com que o professor acompanhe o crescimento dos alunos ao longo do percurso. Assim, o professor se sente mais satisfeito com o seu processo de ensino e com a resposta dos alunos às suas aulas.

Nesse sentido, além de ser uma ferramenta para a recuperação da defasagem dos alunos e construção de novos conceitos, a metodologia de resolução de problemas pode contribuir para a motivação e engajamento dos alunos. De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p.83), os professores:

[...] têm enfrentado muitas dificuldades para trabalhar matemática com seus alunos, não raras vezes por falta de conhecimentos prévios; em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar. Consequentemente, esses alunos sabem cada vez menos Matemática.

Pironel (2019, p.131), que trabalhou com Onuchic e Alevatto, esclarece a definição de problema através de uma analogia com uma situação em que você está trancado em um quarto:

Ora, se você não quiser e não precisar sair, o problema não existe. Se você quiser sair, ou sentir necessidade de deixar o quarto, mas tiver em seu poder a chave que abre a porta, não há problema algum. A situação descrita só será um problema para você diante do interesse em deixar o quarto, por vontade própria ou por necessidade, e da falta da chave para abrir a porta. É a partir do

despertar da vontade de alterar o estado apresentado que o indivíduo se mobiliza para tentar resolver um problema.

Pironel (2019) ainda trata a resolução de problemas como o “coração” da matemática. Segundo ele, a matemática existe principalmente para resolução de problemas, ou seja, a matemática foi conjecturada a partir da necessidade humana, seja ela de contar ovelhas, de dividir terrenos, de se locomover ou até mesmo de saber as horas. Tudo isso foi proveniente de problemas que hoje parecem triviais, mas que há tempos foram importantes para a área.

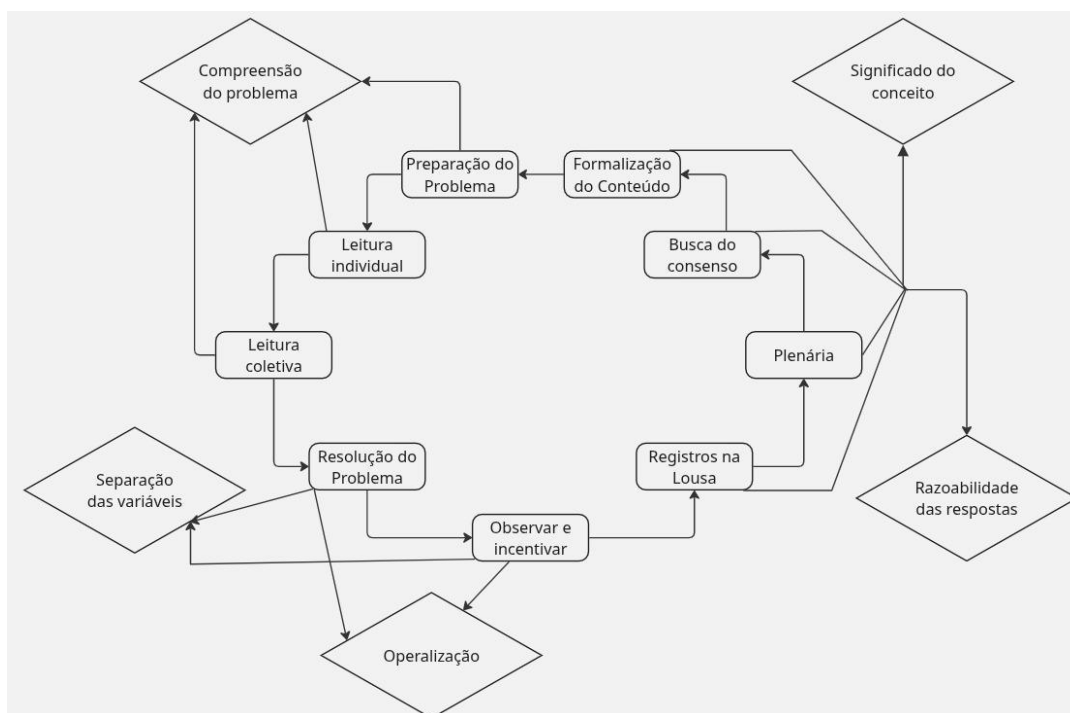
Dessa forma, trazer problemas para a sala de aula propicia que o estudante refaça o percurso da construção científica do conhecimento matemático, ajudando-o a compreender a matemática de forma mais significativa, partindo dos pensamentos dele e das próprias compreensões, com uma linguagem própria. Sobre a conexão problema-conhecimento, Pironel (2019, p.138) fala:

Essa simbiose indica que a compreensão matemática pode nos levar até à resolução de um problema, puramente matemático ou do mundo real, e a recíproca é verdadeira, ou seja, a resolução de um problema pode nos levar à construção da compreensão matemática. Mais do que isso, temos diante de nós a possibilidade de que, através da proposição de um problema, é possível levar um aluno à construção de matemática nova para ele; ou a aprofundar seus conhecimentos matemáticos sobre conteúdos anteriormente vivenciados, seja na escola como fora dela.

Assim, a metodologia de resolução de problemas permite ao aluno relacionar as suas hipóteses para resolver o problema da sequência, e essas hipóteses serão relacionadas com os conceitos explorados na sequência. Isto é, ao mesmo tempo que o aluno resolve o problema, ele inconscientemente constrói uma lógica própria, que está relacionada com o letramento estatístico, que é o objetivo deste trabalho.

Partindo de uma metodologia em que o aluno deve resolver problemas, achar a solução deste poderia ser considerado um sinal de que ocorreu a aprendizagem. Ora, se o aluno recebeu um problema e conseguiu chegar a uma solução, quer dizer que ele atingiu o objetivo. Mas não é possível afirmar isso com muita certeza. Será que a estratégia dele foi a adequada para resolver o problema ou será que foi apenas coincidência? E aquele que não conseguiu atingir o objetivo de resolver o problema, será que as suas estratégias estavam adequadas com o problema?

Figura 5: Fluxograma sobre a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Elaborado pelo autor baseado em Pironel (2019) e Onuchic; Alevatto (2011)

Onuchic e Allevato (2011, p.83) formalizam um “roteiro” para desenvolver de forma estruturada a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Assim, elas elencam as seguintes etapas (figura 5):

1º) Preparação do Problema: Nessa etapa, o professor deve selecionar/criar um problema de forma bastante atenta, para que seja possível desenvolver de forma integral. Esse problema será chamado de Problema Gerador.

2º) Leitura individual: O aluno, nessa etapa, começa lendo o problema para si e tirando as suas próprias conclusões

3º) Leitura em grupo: Dentro do seu próprio grupo, o aluno deve ler o problema novamente e começar a compartilhar as suas conclusões a partir do problema. Identificar quais interpretações são válidas, se a estratégia está correta e tirar suas dúvidas entre o grupo.

4º) Resolução do Problema: Nessa etapa os alunos vão começar a colocar as suas estratégias em prática. Partindo de discussões com os colegas, eles irão apresentar formas de responder a situação proposta e de verificar se as suas conclusões estão de acordo com o problema. É uma parte mais independente do aluno,

na qual o professor intervém, tentando guiar pelo caminho certo, mas as ideias partem dos alunos.

5º) Observar e incentivar: Para o professor, essa etapa é fundamental para a avaliação do aluno. Observar não é apenas olhar o que os alunos estão fazendo, mas também questionar se o que eles estão fazendo é sensato e está sendo operado de forma correta. Mais do que isso, o professor deve, também, incentivar os alunos, principalmente a discutir se o que os alunos estão fazendo faz sentido para eles. É primordial que o professor passe por todos os grupos, questionando, conversando e entendendo o que os alunos estão pensando sobre o problema.

6º) Registros na lousa: Nessa parte os alunos apresentam os seus registros para os demais alunos. Aqui a expressão “registros na lousa” é apenas figurativa: se, por exemplo, o problema é mais aplicado com tecnologias, então os alunos podem apresentar usando um projetor. O interessante aqui é ter o registro do que os alunos fizeram, para que todos os alunos possam fazer a análise de todas as respostas ao mesmo tempo.

7º) Plenária: Talvez o momento mais importante de todo o roteiro. Nessa etapa, os alunos defendem suas estratégias, debatem sobre elas, analisam os pontos positivos e negativos das resoluções de cada grupo e verificam as semelhanças entre elas. Para o professor, é necessário um papel de guia e mediador, para que os alunos caminhem para a direção certa, e que todos consigam expressar as suas opiniões a respeito dos questionamentos.

8º) Busca do consenso: A busca por um consenso é, talvez, o passo final do pensamento do aluno para com o problema. Nessa etapa, os alunos, junto com o professor, analisam as discussões e definem qual é o resultado correto, ou ainda, a resposta mais coerente. Importante os alunos verificarem que as semelhanças de pensamentos, talvez, levem-nos ao caminho correto.

9º) Formalização do conteúdo. Aqui, então, o professor começa a trabalhar com os conceitos definidos lá na primeira etapa com a escolha do problema. Aqui a matemática teórica aparece e, então, os alunos relacionam as estratégias adotadas com os conceitos matemáticos vistos nessa etapa.

Pironel (2019, p.143) destaca algumas variáveis que devem ser levadas em consideração ao analisar-se o processo de resolução de um problema por parte do

aluno (figura 5), isto é, se o aluno está desenvolvendo as estratégias adequadas para a resolução:

- **Compreensão do problema:** Essa variável está relacionada com as etapas de preparação do problema e leituras individuais e coletivas, que estão representadas no fluxograma da figura 5 no início da seção. Aqui vale ao professor verificar se o aluno está entendendo do que se trata o problema, se está fazendo as interpretações corretas e, principalmente, se o aluno conseguiu também discutir com o grupo sobre o problema, se fazendo compreendido. É a parte mais voltada para o raciocínio.
- **Separação das variáveis e uso das ferramentas:** É importante que o aluno retire do problema as informações que são relevantes e as que não tem muito sentido em relação aos problemas. Por exemplo, se o assunto da questão trata da capacidade de caixas dentro de um armazém, qualquer informação que trate sobre o valor das caixas, ou o valor de frete, não precisa ser usada nesse primeiro momento. É necessário que o aluno saiba quais informações são importantes e como usar cada uma delas a seu favor.
- **Operalização:** Mais do que saber escolher as ferramentas é saber como operar com elas. De nada adianta saber que tem que usar o conceito de Permutação se o aluno não souber usar, ou não se atentar para as particularidades que podem aparecer ao longo do processo. Só operando de forma correta o aluno pode chegar em uma resposta razoável.

Nessa etapa, um pouco mais longa, irá se avaliar a “Separação das variáveis e uso das ferramentas” e a “operalização” dos alunos com relação à resolução do problema e a observação e incentivo, conforme vemos na figura 5. Busca-se verificar se os alunos estão usando os conceitos corretos, as ferramentas corretas, se as informações retiradas do problema são as necessárias ou se elas estão apenas como informações extras. Além disso, saber quais conceitos, que já podem ter sido trabalhados anteriormente, os alunos estão usando e se de fato estão operando da forma correta. É a etapa mais voltada para a aplicação.

- **Razoabilidade das respostas:** Uma das mais importantes é a “detecção de resposta certa”. Ainda que o aluno tenha operado de forma correta, selecionou as variáveis corretas e utilizou as ferramentas certas, se o aluno conseguir

verificar que a resposta não está de acordo com o problema, ele está dando um passo muito importante na construção do conhecimento dele. Saber que a resposta não faz sentido com o problema mostra, além da seriedade, a capacidade de análise e interpretação do contexto, habilidades, estas, que são importantes para o desenvolvimento matemático.

- Significado dos conceitos: Verificar se os conceitos construídos durante aquele processo foram construídos de maneira correta. Essa fase se dá no final do processo de resolução, quando os alunos já chegaram às suas conclusões. Nessa parte, relaciona-se os conceitos matemáticos com as vivências dos problemas.

Como vemos na figura 5, nestas últimas etapas (“Plenária, “Busca de Consenso” e “Formalização do conteúdo”), avalia-se a “Razoabilidade das respostas” e o “significado dos conceitos”. As etapas de conclusão acabam sendo fundamentais para a construção daqueles conhecimentos desejados. Se os alunos conseguem assumir que a resposta não é razoável, então ele consegue verificar onde tem algum erro na operacionalização. Assim, ele consegue estruturar, da sua maneira, o processo que está sendo feito, dando, então, o significado para tais conceitos. Vale lembrar que essas são apenas algumas das variáveis dentro do processo de aprendizagem, baseadas na vivência de Pironel. Cada problema tem a sua especificidade.

A função do professor, segundo Pironel (2019, p.144), está baseada na observação dos grupos e nos questionamentos feitos para todos os alunos:

Para obter informações relevantes sobre esses elementos, é preciso que os professores fiquem atentos ao movimento da aula e se utilizem de questionamentos e conversas informais, pretendendo que o aluno exponha suas descobertas matemáticas, convicções, dúvidas e dificuldades.

Portanto, a metodologia proposta por Onuchic e Allevato (2011) promove uma avaliação constante, pois permite avaliar a partir da interação e discussão com o aluno sobre suas ideias. Trata-se de uma avaliação que observa o resultado, já que o aluno se propõe a buscar uma resposta para o problema, mas que ao mesmo tempo avalia o processo, já que os alunos promovem, a partir de discussões, uma construção conjunta sobre os conceitos trabalhados, que podem, inclusive, ter definições diferentes para cada turma, para um melhor entendimento. Pironel (2019) destaca que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas favorece a integração entre avaliação, ensino e aprendizagem. Segundo o autor, essa abordagem permite que a observação do professor — mesmo sem registros

formais — oriente intervenções que contribuam para o processo de construção do conhecimento matemático pelos alunos.

2.2 FREQUÊNCIA

Quando se aborda o conceito de frequência analisa-se a quantidade de ocorrência de dados. Isto é, ao trabalhar com a frequência das letras em palavras da língua portuguesa, verifica-se quantas vezes determinado caractere se apresenta nas palavras pesquisadas. Dentro da BNCC, documento vigente no Brasil com as diretrizes curriculares para Ensino Fundamental e Médio, este conceito está de acordo com o que se deve trabalhar no Ensino Médio, quando analisamos a habilidade EM13MAT408: “Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências, com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra” (Brasil, 2018).

Para exemplificar esse cálculo, será feita a análise das palavras: “vossa”, “dogma”, “curto”, “soído”, “rapto”, “prazo”, “sigma”, “daqui”, “fraga”, “morse”. Para verificar a frequência da letra “a” nesse conjunto de palavras, conta-se quantas vezes este caractere aparece. Dessa forma, a **frequência absoluta** da letra “a” nestas palavras é 8.

Segundo Iezzi, Hazzan e Degenszajn (2013, p. 77), “para cada variável estudada, contamos o número de vezes que ocorre cada um de seus valores (ou realizações). O número obtido é chamado de **frequência absoluta**”. Nota-se, porém, que esse não é um dado muito esclarecedor: afinal, se temos 3 palavras de 5 letras, então 8 é uma frequência alta. Agora, ao analisar 10 palavras de 5 letras, 8 não é uma recorrência tão alta, considerando que há menos de uma letra por palavra, em média. Daí, então, deve-se ver qual a razão da frequência de cada caractere com o total de letras que estamos verificando: a **frequência relativa**, que fornece uma relação entre a frequência absoluta e o total de elementos. De acordo com Iezzi, Hazzan e Degenszajn (2013, p. 77), “definimos, então, para cada valor assumido por uma variável, a frequência relativa (f_i) como a razão entre a frequência absoluta (n_i) e o número total de dados (n)”. Ainda, o mesmo autor faz duas observações sobre a notação da frequência relativa e algumas propriedades:

- 1ª) Como $n_i \leq n$, segue que, para cada i , $0 \leq f_i \leq 1$. Por esse motivo, é comum a frequência relativa ser expressa em porcentagem.
 2ª) A soma das frequências relativas dos valores assumidos por determinada variável é sempre igual a 1. (Iezzi; Hazzan; Degenszajn, 2013, p. 78)

Assim, analisando o problema, a frequência relativa da letra “a” nas palavras acima é dada por

$$f_a = \frac{8}{50} = 0,16 = 16\%$$

Para determinar qual estratégia potencializa as chances de ganhar o jogo, espera-se então que os alunos determinem qual a frequência das letras nas palavras de cinco caracteres da língua portuguesa. Isso pode ser feito de diferentes maneiras. Os próprios alunos irão criar uma estratégia para definir qual a melhor forma de encontrar as frequências relativas das letras do alfabeto. Nesse quesito, os alunos poderão usar recursos envolvendo pesquisas amostrais, já que há uma quantidade muito grande de palavras no dicionário, sendo inviável analisar todas elas. A BNCC, inclusive, trata do uso de estratégias desse tipo na habilidade EM13MAT202: “Planejar e executar pesquisa amostral usando dados coletados ou de diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo ou não, apoio de recursos tecnológicos, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das de dispersão” (Brasil, 2018).

Os estudantes também podem refletir se é mais adequado calcular a incidência das letras em determinadas palavras ou a ocorrência de vocábulos que contenham uma letra específica. Dessa forma, em uma mesma investigação seja com base em dados absolutos ou relativos é possível obter resultados distintos quanto às letras analisadas.

2.3 LETRAMENTO ESTATÍSTICO

Para Wallman (1993, p. 1):

O “letramento estatístico” é a capacidade de entender e avaliar criticamente os resultados estatísticos que permeiam nossa vida cotidiana, juntamente com a capacidade de apreciar as contribuições que o pensamento estatístico pode fazer nas decisões públicas e privadas, profissionais e pessoais.

Ou seja, podemos tratar o letramento estatístico como a habilidade de interpretar os dados obtidos e construir uma argumentação baseada nas informações que se tem. De fato, saber o que fazer com uma informação, além de verificar se ela é verdadeira ou não, pode contribuir para a construção do cidadão como um ser crítico, que se faz

relevante dentro da sociedade, independentemente de sua profissão. Dentro da BNCC, isso torna-se presente quando são trazidas as habilidades EM13MAT409 “Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos, como o histograma, o de caixa (box-plot), o de ramos e folhas, reconhecendo os mais eficientes para sua análise” e EM13MAT102 “Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas” (Brasil, 2018, p. 525).

Após os alunos determinarem as letras mais frequentes nas palavras, chega a hora de definirem o que fazer com essa informação, com esses dados obtidos. É importante lembrar que podemos ter palavras diferentes como resultado, já que uma combinação de cinco letras possui um total de 120 anagramas (ou menos, dependendo da quantidade de letras repetidas) e mesmo que nem todos sejam válidos como palavras na língua portuguesa, ainda há muitas possibilidades. Ainda, grupos podem fazer uma análise mais precisa, verificando a frequência de letras em determinadas posições. Verificando essa possibilidade (que não será tratada como uma exigência, mas sim como uma exploração extra), os alunos poderiam definir, entre as diversas possibilidades de palavras, qual é melhor em relação às outras. Ainda é possível pensar em situações como “Será que as letras mais frequentes em cada posição estão entre as cinco letras mais frequentes em palavras?”.

Após montar a estratégia, os alunos escreverão um relatório no qual eles apresentarão a palavra escolhida e argumentarão sobre a sua escolha, baseando-se nas ideias e nos dados coletados. Esse relatório será entregue após o momento de pesquisa, para o professor avaliar tanto a parte argumentativa quanto a coerência com o discurso apresentado por eles no momento de socialização dos resultados. Essa socialização, que chamamos de plenária, será após a elaboração do relatório, aonde os alunos irão, em outro encontro, apresentar os resultados que obtiveram na pesquisa, além de mostrar os métodos utilizados para identificar as suas estratégias, seja a partir das letras mais frequentes na língua portuguesa ou por conta da gramática. Este momento é bastante importante para avaliar o desempenho e a construção do conhecimento dos alunos, pois eles discutem sobre as suas metodologias, verificam o que poderiam ter feito melhor, ou qual estratégia de outro grupo que poderia ter

contribuído com o próprio trabalho. Pode-se, então, visualizar a capacidade do aluno em resolver aquele problema e o seu envolvimento com a atividade em si. Como se trata de um problema de resposta aberta, é interessante observar o que os alunos pensaram, quais resultados eles obtiveram e o que consideraram como situações equivocadas. Por fim, ainda na plenária, a turma irá discutir os métodos de pesquisa e elaboração das estratégias e definir qual foi a melhor ou quem teve a melhor forma de realizar essa pesquisa. É um momento de generalização, baseado no que eles entenderam a partir da pesquisa.

Após esse momento, podem ser trabalhadas de maneira mais formal e teórica as técnicas utilizadas por eles para fazer esse levantamento estatístico. Pode-se explorar frequências, amostras, análise e interpretação de dados. Assim, viabiliza-se que os alunos consigam relacionar a resolução do problema com a teoria, já que eles fizeram a pesquisa antes mesmo dos conceitos serem formalizados. Evidentemente, nem todos os conceitos estatísticos irão aparecer na resolução deste problema, mas apenas de elaborar uma pesquisa estatística do início ao fim já é uma situação relevante de aprendizado.

Mais importante que o conteúdo de frequência são as habilidades desenvolvidas ao se realizar uma pesquisa. Por se tratar de um jogo bastante conhecido, é possível encontrar facilmente os dados estatísticos de frequência das letras nas palavras de cinco caracteres. Portanto, os alunos podem ter acesso a esses dados de maneira bastante simples. Mas, saber o que fazer com esses dados é uma habilidade importante a ser desenvolvida.

A BNCC trata essa habilidade de maneira bastante ampla, quando traz a Competência Específica 1¹, que busca desenvolver a capacidade de interpretação de dados com os alunos do Ensino Médio, possibilitando que eles façam julgamentos, e, por consequência, criem argumentos, baseados em dados estatísticos presentes em diferentes locais, adquirindo a capacidade de identificá-los como úteis ou não:

Os estudantes deverão, por exemplo, ser capazes de analisar criticamente o que é produzido e divulgado nos meios de comunicação (livros, jornais, revistas, internet, televisão, rádio etc.), muitas vezes de forma imprópria, dada por generalizações equivocadas de resultados de pesquisa, o que pode ocorrer tanto pelo uso inadequado da amostragem, quanto pela não divulgação de como os dados foram obtidos (Brasil, 2018, p.532).

¹ Competência Específica 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. (Brasil, 2018, p.531)

Assim, trata-se de uma sequência didática cujo objetivo é de o aluno se pôr em uma situação de análise e interpretação de dados. Mais do que isso, desenvolver a habilidade de trabalho coletivo e de entrar em um consenso, que está presente na Competência Específica 2², apresentada pela BNCC, propociona ao aluno ampliar os seus conhecimentos e conceitos, abrindo-se para opiniões diferentes baseadas ou não em dados estatísticos. Novamente, ela trata de assuntos mais relevantes no contexto social do aluno, mas a habilidade de trabalhar em grupo pode ser desenvolvida sobre qualquer perspectiva:

O desenvolvimento dessa competência específica prevê ainda que os estudantes possam identificar aspectos consensuais ou não na discussão tanto dos problemas investigados como das intervenções propostas, com base em princípios solidários, éticos e sustentáveis, valorizando a diversidade de opiniões de grupos sociais e de indivíduos e sem quaisquer preconceitos. Nesse sentido, favorece a interação entre os estudantes, de forma cooperativa, para aprender e ensinar Matemática de forma significativa (Brasil, 2018, p. 534).

Nesse sentido, a sequência apresentada neste trabalho é pertinente não apenas como construtora de habilidades matemáticas, como a análise e o uso crítico de dados, mas também como provedora de um estímulo para competências sociais e coletivas, como a capacidade de argumentar, o trabalho em grupo, espírito de pesquisa e a autonomia.

² Competência Específica 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. (Brasil, 2018, p.531)

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para responder à questão sobre como explorar o letramento estatístico a partir do jogo *Wordle* por meio da resolução de problemas, foi realizado inicialmente um levantamento bibliográfico sobre os principais conceitos relacionados ao tema desta pesquisa, como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Onuchic; Alevatto, 2011; Pironel, 2019) que dá sustentação à estrutura da sequência didática. Além disso, foi realizada uma pesquisa breve sobre o próprio jogo “*Wordle*”, como forma de apresentar o jogo para o leitor de forma mais clara. Para fundamentar os conceitos matemáticos, usou-se o livro “Fundamentos da Matemática Elementar - vol.11” (Iezzi; Hazzan; Degenszajn, 2013).

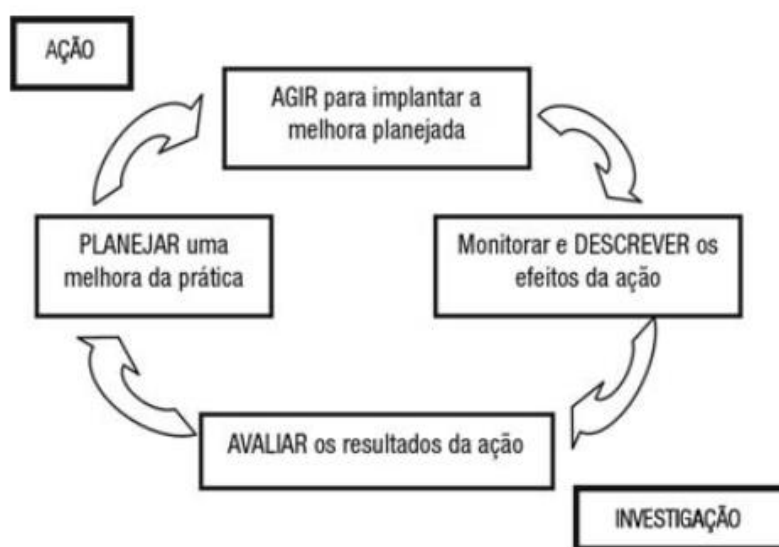
Considerando que o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) possui uma natureza profissional, há uma exigência de um produto educacional, capaz de implementar possíveis melhorias no ensino. Como destaca Rosa e Batista (2023), essa forma de ver o ensino ajuda nas pesquisas voltadas aos programas profissionais, já que os problemas e as soluções surgem do próprio ambiente da sala de aula. Assim, o professor, ao voltar para a universidade, transforma uma dificuldade do seu dia a dia em tema de estudo, criando e testando um Produto Educacional (PE) — ou, como a CAPES tem chamado, um Produto Técnico ou Tecnológico (PTT) — em situações reais de ensino.

Utilizou-se as ideias da “investigação-ação” para desenvolver a pesquisa, principalmente quanto à questão estrutural. Na investigação-ação, o pesquisador atua de forma ativa na sua pesquisa, investigando a respeito dela e buscando melhorias a partir das suas próprias conclusões, e testando suas novas ideias em uma reaplicação, conforme Tripp (2005). Além disso, a pesquisa-ação, que é um tipo de investigação-ação, proporciona ao professor, dentro da área educacional, uma chance de avaliar se suas ideias metodológicas possuem alguma validação no contexto educacional (Tripp, 2005).

Para desenvolver uma boa prática, foi seguido um ciclo (figura 4) dividido em quatro partes: num primeiro momento, desenvolveu-se uma sequência didática que se propôs a ser uma maneira eficaz de explorar o letramento estatístico. Após isso, aplicou-se a sequência construída em um grupo piloto (outra turma) e observou-se os efeitos causados, tanto nos alunos, quanto no professor. No terceiro momento, após a

aplicação, fez-se uma reflexão sobre esses efeitos. No quarto e último momento, antes da repetição do ciclo, identificou-se os potencializadores dos efeitos negativos e planejou-se uma melhora para reaplicar a sequência, agora de forma oficial. Semelhante ao processo do piloto, em um primeiro momento, foi aplicada a sequência didática com a turma selecionada, depois, avaliando os resultados, foram repensadas algumas etapas da sequência que não ficaram de acordo com o esperado. Por fim, foi feita uma nova avaliação, que resultou em uma nova estrutura que poderá ser usada em trabalhos futuros. A figura 6 sintetiza estas etapas da investigação-ação (Tripp, 2005, p. 446).

Figura 6: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação.



Fonte: Tripp (2005, p. 446)

É importante ressaltar que os resultados já são obtidos desde o início do processo, uma vez que as reflexões sobre o produto educacional são feitas desde a confecção da sequência didática. Assim, tanto antes, quanto durante e depois da pesquisa, o pesquisador já está produzindo ideias para melhoria, observando efeitos positivos causados pelo produto educacional. Tripp (2005), inclusive, destaca que a reflexão não deve ser tratada como uma etapa isolada dentro do ciclo da investigação-ação, pois ela precisa estar presente em todo o processo. Desde a análise inicial da prática até o planejamento, a execução e a avaliação dos resultados, a reflexão tem papel fundamental — algo que se enfraquece quando o ciclo é simplificado à sequência “planejar, fazer e refletir”.

A sequência foi aplicada em uma turma do terceiro ano do ensino médio, que optou por seguir uma trilha de ciências humanas do Novo Ensino Médio Gaúcho. A turma é de uma escola pública e técnica, que oferece curso técnico em logística, localizada no centro de Esteio-RS, possuindo aproximadamente 600 alunos de ensino médio, atendidos nos três turnos, oferecendo, também, turmas apenas de ensino técnico, para aqueles que já são formados no ensino médio. A turma em questão não faz parte do ensino técnico e possui 16 alunos dos quais um aluno não quis participar da pesquisa e um aluno não estava presente para assinar os termos, não participando, assim, da aplicação. Dos 14 alunos que assinaram os termos, três vieram a apenas um encontro, então seus dados não foram analisados. Assim, onze alunos serão considerados na análise dos dados, os quais são organizados nos seguintes grupos: Grupo 1 (alunos 1.1, 1.2 e 1.3), Grupo 2 (alunos 2.1, 2.2 e 2.3), Grupo 3 (alunos 3.1 e 3.2) e Grupo 4 (alunos 4.1, 4.2 e 4.3). O pesquisador era professor da turma e lecionava a disciplina de Resolução de Problemas sempre às sextas-feiras. Por conta disso, inclusive, houve alguns problemas envolvendo feriados e faltas de professores, o que alterou a dinâmica com a turma em alguns dias. A atividade foi dividida em seis dias, com dois períodos em cada dia, mas que por conta de atrasos para começar e o lanche da escola, resultava em um período ou um período e meio. A programação da sequência pode ser observada na tabela 1:

Tabela 1: Cronograma de aplicação da sequência didática

Dia	Atividade	Seção
1º dia	Apresentação do jogo	Seção 5.1
2º dia	Pesquisa	Seção 5.2
3º dia	Pesquisa e relatório	Seção 5.3
4º dia	Plenária	Seção 5.4
5º dia	Novos problemas	Seção 5.5
6º dia	Novos problemas	Seção 5.5

Fonte: O autor (2024)

Cabe ainda destacar que este estudo foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFRS, através do CAAE 81536024.4.00008024, na Versão 2. A escola deu o seu consentimento através da assinatura da Carta de Anuência (Apêndice A) pelo diretor da escola. Antes da aplicação, o pesquisador principal explicou aos estudantes os riscos e benefícios, além da forma utilizada para coleta de dados, para, desta forma, os alunos darem o consentimento através da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para alunos maiores de idade (Apêndice C) e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) pelos alunos menores de idade (Apêndice D), com, ainda, assinatura do TCLE (Apêndice B) pelos responsáveis legais dos alunos. Para coletar os dados, foram utilizadas as observações realizadas pelo pesquisador durante as atividades dos grupos e durante a plenária, incluindo as opiniões dos alunos sobre a dinâmica e as estratégias, além das falas dos alunos sobre a compreensão dos conteúdos. As interações foram registradas em áudio pelo pesquisador para captar a entonação das falas, além do seu conteúdo, conseguindo ver as emoções dos alunos em frente aos questionamentos e a pesquisa de maneira geral.

4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A presente sequência didática busca trabalhar o letramento estatístico a partir da busca por maiores chances de vitória no jogo Termo/Letreco/Wordle. Neste capítulo será apresentada detalhadamente a sequência e, no capítulo seguinte, será relatada e analisada a aplicação desta em uma turma de 3º ano do ensino médio.

Cabe ressaltar que este problema não terá uma única solução, pois essas palavras podem variar de acordo com a pesquisa e a criatividade de cada aluno. Por exemplo, caso os alunos pesquisem a frequência dos caracteres em vocábulos de cinco letras da língua portuguesa e se as letras encontradas como mais frequentes nessas palavras forem “a”, “s”, “e”, “o” e “r”, pode-se formar, pelo menos, duas palavras: “Serão” e “Rósea”. Nesse caso, será possível analisar a frequência de cada letra em cada posição, para verificar se há vantagem em uma ou outra palavra. Mas, tratando-se da presença das letras, as palavras fornecerão a mesma “vantagem”. Além disso, dependendo do banco de palavras utilizado para os cálculos, as frequências das letras poderão variar, inclusive pela contabilização, ou não, de letras repetidas numa mesma palavra. Há, portanto, vários aspectos relativos, mas o importante é analisar de que forma os alunos resolverão esse problema.

A aula se iniciará separando os participantes em grupos. Sugere-se que cada grupo tenha em média 4 alunos, sendo interessante, na visão do pesquisador, buscar grupos heterogêneos, mesclando alunos com mais e menos facilidade com a disciplina, fazendo com que os integrantes se ajudem durante o processo ao invés de apenas dividir tarefas. Definidos os grupos, partir-se-á para a primeira atividade.

Para a familiarização dos estudantes com o jogo, os alunos poderão acessar uma plataforma³ semelhante ao Termo/Letreco/Wordle, que permite, além de jogar em diversas línguas e jogar com palavras com mais letras, jogar mais de uma vez num mesmo dia. Dessa forma, os estudantes poderão discutir sobre jogo, verificar suas próprias estratégias, criando-se um ambiente de competição saudável e engajamento dos alunos com a situação proposta. Esse momento levará algum tempo até que os alunos compreendam bem a dinâmica do jogo.

Após esse momento de exploração, os alunos serão convidados a compartilhar com a turma se conseguiram ganhar, se perderam, em quantas tentativas descobriram

³ (Disponível em: https://wordlegame.org/pt#google_vignette).

a palavra, ou seja, a sua experiência com o jogo. Em seguida, será lançada a pergunta norteadora, que guiará a pesquisa dos estudantes: **“Existe uma palavra que aumenta minhas chances de ganhar o jogo ao começar com ela?”**. A partir desse momento, a pesquisa será conduzida pelos próprios alunos.

O professor, neste momento, terá o papel de mediador, fazendo com que os estudantes pensem sobre as ideias que eles trazem e instigando-os a buscar estratégias para enfrentar o problema.

Quando os alunos finalizarem as suas pesquisas e encontrarem as palavras de acordo com a pergunta norteadora, será promovido um espaço de discussão, denominado “Plenária”. Também será solicitado aos alunos um relatório sobre a pesquisa realizada. Durante a plenária os estudantes expressarão suas ideias e apresentarão seus pontos de vista, comentando o que consideraram fácil, o que dificultou o processo e o que poderiam ter feito melhor, com base nas ideias dos colegas. Essa etapa será fundamental para o desenvolvimento dos estudantes, permitindo verificar se realmente compreenderam o processo e como isso se conecta com os conteúdos matemáticos. Assim, os estudantes poderão padronizar uma maneira para resolver problemas semelhantes.

Por fim, haverá um momento destinado a relacionar as situações vivenciadas com os conceitos matemáticos. Espera-se que os alunos façam uso, durante suas pesquisas, de noções que envolvem a ideia de frequência e, posteriormente, a conectem à de probabilidade. Perceber-se-á que, mesmo sem mencionar diretamente o conceito, será bastante provável que os alunos relacionem os valores encontrados com a ideia de probabilidade.

De acordo com Amorim e Mozer (2020, p. 8), em um espaço amostral finito e equiprovável, a probabilidade de ocorrência de um evento é dada pela razão entre os casos favoráveis e os casos totais. Assim, quando a pesquisa se encaminha para “as letras mais comuns do dicionário”, seja por uma perspectiva gramatical ou pela frequência de ocorrência, já se aproximará de uma visão probabilística. Ainda que o conceito não apareça de forma explícita, ao escolher a letra “a”, por exemplo, seja por estar associada ao gênero feminino ou por aparecer com maior frequência, a chance de acertar sua presença na palavra aumentará. Dessa forma, ao selecionar as letras mais recorrentes, crescerá também a probabilidade de acertar pelo menos uma delas.

Ou seja, no evento “escolher uma letra”, os casos favoráveis aumentarão conforme a frequência das letras, o que nos levará à própria definição de probabilidade.

Para aprofundar a compreensão desses conceitos, será proposta uma lista de atividades (Apêndice A) que explorará diversas situações relacionadas aos conteúdos discutidos na plenária e ao próprio jogo: desafios em que o aluno deverá determinar a próxima palavra baseado nas jogadas anteriores, um texto com palavras de cinco letras, para verificar frequências em geral; um exercício para compreender a ideia de eventos independentes e uma questão que abordará a ideia de permutação.

4.1 PILOTO

Baseado na metodologia de Pesquisa-ação, foi pensada em uma aplicação piloto da sequência didática, para verificar possíveis falhas ou fatores externos que poderiam atrapalhar tanto no tempo de aplicação quanto no projeto em si. Sendo assim, a sequência foi aplicada em uma outra turma, na qual o pesquisador também ministra aulas da disciplina de Resolução de Problemas, porém em turno inverso, para fazer com que os alunos não conversem entre si sobre as atividades da sequência. A turma piloto na qual foi aplicada é do segundo ano do ensino médio.

No momento da apresentação para os alunos, já foi verificado o primeiro problema: a divisão dos grupos. Uma das ideias da sequência didática é a constituição de grupos heterogêneos, para que as diferentes habilidades e experiências dos participantes complementam-se nas tarefas. Assim, quanto mais características diferentes, mais rico torna-se o trabalho e, portanto, o professor fez a escolha dos integrantes de cada grupo. Porém, pessoas próximas acabam ficando em grupos diferentes, justamente porque possuem características semelhantes. Desta forma, alguns grupos acabaram designando a atividade para algum integrante e não comentaram muito as ideias em conjunto.

Outro problema que apareceu foi a internet. Como é um jogo online, a ideia era que cada aluno iria ter um Chromebook para trabalhar, podendo compartilhar uma planilha com os resultados ou situações semelhantes. Porém, a internet na sala de aula não estava funcionando. Para o primeiro dia, então, optou-se por trabalhar com o jogo nos celulares, o que até trouxe algumas vantagens, pois o jogo tinha uma melhor apresentação e, nos desafios que eles poderiam propor entre eles, era mais fácil de

compartilhar o “link” da palavra. Para as demais aulas, a solução encontrada foi o uso dos notebooks na biblioteca da escola. É interessante mencionar que, no momento de exploração do jogo, alguns alunos já tinham hipóteses sobre alguma “palavra potencializadora” e foram, ao longo da atividade, falando sobre estas com os seus colegas, fazendo, a partir daí, um estudo já na fase de exploração. Os que tiveram maior facilidade com o jogo e já começaram a explorar palavras com mais letras e até lançando desafios entre si. Por outro lado, a maioria dos alunos não conhecia o jogo e precisaram de maior ajuda para compreender como funcionava. Uma vantagem apresentada pelos grupos é o fato de que eles estavam se ajudando durante essa fase e quem ainda não tinham maior intimidade com o jogo foi adquirindo ao longo da exploração.

A etapa de pesquisa mostrou algumas limitações relacionadas à familiaridade dos alunos com metodologias ativas. Acostumados a abordagens tradicionais, centradas na transmissão de conteúdos, eles tiveram dificuldade inicial em assumir o protagonismo na construção do conhecimento, conforme previsto por Onuchic e Allevalo (2011). Essa resistência inicial aponta a necessidade de tempo para que os estudantes se adaptem à metodologia, deixando de lado a postura passiva típica dos exercícios. Outro problema que acabou se entrelaçando com este foi a falta de costume de trabalharem em grupos e, principalmente, com colegas com os quais não têm muita afinidade. Isso fez com que os alunos não discutissem entre si, nem buscassem juntos estratégias para resolver os problemas. Como o pesquisador tinha se tornado professor da turma apenas há um mês da aplicação, não conhecia todos os alunos e suas valências. Dessa forma, talvez, fazendo algumas modificações nos grupos, o trabalho teria um maior envolvimento dos alunos. Assim, uma maneira de fazer com que todos os alunos se envolvessem foi a criação de um relatório. Não houve exigência para que seguissem um modelo, apenas foi solicitado que os alunos expressassem os resultados de maneira escrita. Como os alunos não assinaram os termos de participação, esses relatórios elaborados pelo grupo piloto não serão analisados sistematicamente.

Porém, apesar das dificuldades, vários aspectos positivos puderam ser observados. A principal vantagem foi o envolvimento dos alunos de modo geral. Alguns que nunca interagiram em sala de aula, ou com determinados colegas, na parte da exploração do jogo, fizeram isso de forma frequente. Além disso, a participação com o próprio jogo foi bastante positiva. Os alunos, já na parte da pesquisa e da discussão no

grupo, ainda buscavam estratégias para determinar a palavra potencializadora jogando. Alguns alunos testavam estratégias como iniciar com a palavra secreta da partida anterior ou com a palavra que tinham iniciado a partida anterior, no caso de terem ganhado esta última. Mas a principal vantagem foi que os alunos, durante duas aulas, não ficaram interagindo com outras coisas. Por exemplo, alguns alunos que normalmente passavam a aula usando celular, ou conversando com os colegas sobre outros assuntos alheios à aula, nessas aulas ficaram interagindo apenas com o jogo e os colegas. Por mais que, talvez, não tivessem jogado com o intuito de resolver o problema proposto, ter o aluno interagindo com um jogo que pode estimular o vocabulário e o desenvolvimento de estratégias para ganhar o jogo, pareceu mais eficaz do que uma aula expositiva.

Por fim, a plenária, que é uma parte importante da metodologia proposta por Onuchic e Allevato (2011), acabou sendo um pouco abaixo do esperado. Os alunos, em sua maioria, acabaram não dando a mesma atenção que estavam dando no processo de desenvolvimento da pesquisa. É importante ressaltar que teve uma semana com feriado entre a pesquisa e a plenária. Isso pode ter tirado um pouco da motivação dos alunos para essa parte. Outro fator que pode ter contribuído para esse resultado não satisfatório foi a forma com que os alunos socializaram suas soluções: os alunos iam à frente da sala e expunham seus resultados, tal qual uma apresentação de um trabalho. Foi percebido que eles acabaram apresentando voltados para o professor, o que, talvez, tenha feito com que os demais alunos tenham se sentido como parte alheia à atividade. Nesse momento seria importante que todos participassem de todas as apresentações e a organização da turma em um círculo talvez tivesse facilitado isso.

A plenária, com caráter mais expositivo, influenciou na formalização dos conceitos matemáticos, tornando essa parte, também, expositiva. Não houve uma forma de generalização proposta pelos alunos para uma palavra potencializadora e não houve muita participação deles neste momento da formalização, fazendo com que esta etapa tenha ficado distante do que é indicado por Onuchic e Allevato (2011). Assim, todo o processo realizado anteriormente teve pouca conexão com o que foi explorado de conceitos matemáticos, não despertando o interesse dos alunos.

A atividade desenvolvida com o grupo piloto fez com que fossem pensadas algumas mudanças para a aplicação da sequência didática. O primeiro ponto foi em

relação à internet, que fez com que a aplicação tivesse que ser feita na biblioteca da escola. Outra mudança pensada foi a elaboração do relatório, que não tinha sido pensado em um primeiro momento, mas que acabou sendo implementado já no piloto. Porém, inicialmente não houve uma necessidade tão grande de uma argumentação e apenas os resultados foram solicitados. Já no momento da pesquisa, então, foi solicitada argumentação dos estudantes, usando os dados que os alunos coletaram ou desenvolveram, fazendo uma interpretação para chegar na melhor palavra. Por fim, a principal mudança em relação ao piloto foi a plenária e a discussão dos resultados, nas quais foi pensado, em um primeiro momento, como uma apresentação, e, na aplicação, foi pensado em uma discussão com a turma, em um círculo, sem o uso do quadro, mas se questionando a partir do que cada grupo socializou.

5 RESULTADOS

Este capítulo descreve a aplicação da sequência didática com alunos do ensino médio, utilizando o jogo Wordle como ferramenta para explorar o letramento estatístico por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Cada seção deste capítulo corresponde a um encontro com os alunos, no qual será retratado, de maneira fidedigna, o que ocorreu em cada um deles. Aqui, o foco não é apresentar respostas prontas, mas mostrar o movimento da turma — as dúvidas, as tentativas, os palpites, as descobertas e até os momentos de surpresa que surgiram enquanto investigavam o problema proposto. A única exceção é a última seção, onde será feita uma análise geral dos encontros, baseada no que Onuchic, Allevalo (2011) e Pironel (2019) apresentam na metodologia proposta por eles.

5.1 APRESENTAÇÃO DO JOGO

A aula iniciou com o encaminhamento da turma para a biblioteca, onde os alunos utilizaram os chromebooks para jogar. Neste primeiro dia estavam presentes apenas nove alunos, sendo que um deles não havia aceitado participar da pesquisa. O professor, então, organizou os estudantes em quatro grupos, buscando uma mescla de alunos com mais e menos facilidade em matemática. Assim, esperava-se que os grupos teriam um equilíbrio entre si e, dessa forma, haveria boas discussões na plenária.

O professor iniciou a aula apresentando o site *Wordly.org*, que possui uma dinâmica idêntica ao *Wordle*, mas que não se limita a uma palavra por dia. Assim, os alunos poderiam jogar quantas vezes eles quisessem. De fato, alguns alunos jogaram mais de 20 vezes. Neste momento, os alunos deveriam se apropriar da dinâmica do jogo e já poderiam pensar em estratégias para maximizar as chances de vencer. Importante pontuar que os alunos não sabiam qual era o problema/pergunta norteadora nessa fase da pesquisa. Ou seja, qualquer ideia, qualquer pensamento, qualquer estratégia, era própria, sem nenhuma influência da atividade.

Percebeu-se que os alunos estavam se ajudando de alguma forma em todos os grupos, seja dando palpites ou ensinando propriamente o jogo aos demais. Alguns grupos não tinham tanta conexão desde o início, mas os alunos estavam auxiliando e

sendo auxiliados por colegas não tão próximos já foi algo bastante positivo e que seria bastante importante para a etapa da pesquisa a ser realizada pelos integrantes.

Nos Grupos 2 e 4 havia alunos que já conheciam bem o jogo e que inclusive já tinham hipóteses de boas opções de palavras para começar. No Grupo 4 foi possível registrar um aluno sugerindo ao colega: “Começa com Áureo” (aluno 4.1). No Grupo 2, em uma conversa informal, um aluno falou que era fã do Casimiro e que normalmente via as *lives* em que ele jogava o jogo “Termo”, e acabou jogando bastante por um tempo. Esses alunos ajudaram muito os seus grupos em relação ao jogo, sendo visível a evolução nesses grupos.

Já nos Grupos 1 e 3, os alunos ajudavam-se, mas ainda não tinham suas próprias estratégias em relação ao jogo. Assim, eles aprendiam juntos, criavam suas estratégias, mas eram mais auxiliados pelo pesquisador. É interessante observar que os alunos menos acostumados a jogar ficavam muito tempo sem dar um palpite porque queriam acertar a palavra imediatamente, sem utilizar outras estratégias, como inserir palavras que sabiam não ser a correta apenas para descobrir posições das letras. Essa maneira de pensar pode ter acarretado algumas dificuldades na realização da pesquisa por estes estudantes.

Ao fim do primeiro dia, então, foi feita uma explanação com os alunos, apresentado a pergunta norteadora: “Existe uma palavra que aumenta minhas chances de ganhar o jogo ao começar com ela?”. Explicou-se a ideia de que os alunos deveriam embasar a sua escolha de palavra de acordo com algum método matemático, que faria parte da pesquisa deles. Ainda, sabendo da existência dessas respostas na internet, foi solicitado que os alunos não pesquisassem a palavra na internet, ou dados estatísticos úteis, mas que poderiam usá-la para acessar outras ferramentas, como algum gerador de palavras ou um contador de frequências, fazendo com que a internet se tornasse um auxílio para o levantamento estatístico de cada grupo.

5.2 PESQUISA

No segundo encontro, os alunos que não haviam comparecido à aula anterior foram inseridos nos quatro grupos existentes. Inicialmente, o professor comentou com os alunos sobre a necessidade de um relatório, no qual eles apresentariam, de forma escrita, os resultados da pesquisa deles. Além disso, havia a necessidade de uma

validação ou justificativa das palavras que eles escolhessem. O Grupo 4 encontrou o artigo de Barbosa e Campos (2022), que continha a frequência das letras nas palavras, o mesmo que foi usado como referência para esse trabalho. Em um primeiro momento, pediu-se que não usassem resultados da internet, mas, por fim, estes dados acabaram sendo liberados. Integrantes deste mesmo grupo perguntaram se deveriam encontrar apenas uma palavra, ou ainda uma palavra por componente, mas foi explicado que não havia necessidade de se limitar a apenas uma. Foi possível observar que o Grupo 4 era o que mais estava envolvido na pesquisa, com questionamentos entre si, discussões e alguns resultados apresentados.

Ao começar a circular pela sala, foi possível notar que no Grupo 2 o aluno 2.1 já tinha tomado à frente para iniciar a pesquisa, pois ele já conhecia o jogo. Sua ideia para aumentar as chances de ganhar baseava-se em testar primeiramente as vogais, porém, quando questionado sobre o porquê da eliminação das vogais, ele não conseguiu justificar sua estratégia. Ainda, o grupo perguntou se deveria estar focado em palavras de 5 letras ou se poderia expandir para palavras com mais letras. O professor, então, esclareceu que no momento não havia necessidade de expandir para mais, ainda que o argumento pudesse fazer sentido para palavras com mais letras.

O Grupo 4 apresentou maior engajamento colaborativo durante a fase de pesquisa. Os alunos construíram hipóteses de forma autônoma e questionaram as estratégias uns dos outros, indicando que se apropriaram do problema proposto. Durante uma conversa com o professor o grupo mostra uma palavra com 5 letras:

Aluno 4.1: “Olha! (Achei uma palavra de) Quatro vogais. Quatro quintos de achar uma vogal, e, usando isso, é só usar o que tu achou na próxima palavra, já que na próxima tem que ter essas...”

Professor: “Sim, mas isso faz parte da dinâmica do jogo”

Aluno 4.1: “Mas é o mais lógico”

Professor: “Mas é justamente por isso que temos que achar essa primeira palavra, para ter mais recurso para usar na segunda palavra”, complementei

Aluno 4.2: “É por isso que estou focando em palavras-chave...”

Essa foi uma das primeiras discussões da turma de modo geral. Logo após essa discussão eles já vieram com uma nova hipótese:

Aluno 4.1: “Precisar ser só uma palavra?”

Professor: “Não. Pode ser uma estratégia.”

Aluno 4.1: “Então achei. Essas duas possuem as letras todas diferentes” mostrando duas palavras, como uma estratégia

Professor: “Baseado em que tu escolheste essas?”

Aluno 4.1: “Vozes da minha cabeça?”

Professor: “Não podem existir as “vozes da minha cabeça”.

Aluno 4.1: “Mas funciona!”

Professor: “Pode ser que ela funcionou para uma palavra específica...”

Aluno 4.1: “Então vou tentar de novo!”

A partir disso, o grupo começou a direcionar a sua pesquisa para a realização de testes. Já que os alunos não puderam, nesse momento, usar os resultados da internet, resolveram jogar as duas palavras mencionadas acima por repetidas vezes, verificando se, de alguma forma, essas duas palavras iriam, de fato, melhorar as chances de ganhar, sem mencionar diretamente como iriam verificar isso. Foi possível, ainda, ver eles discutindo se a ideia era apenas ganhar ou ganhar de forma rápida.

O grupo 1 passou a maior parte do tempo buscando entender a pesquisa de modo geral. Foi explicado que eles deveriam achar argumentos para validar uma palavra ou uma estratégia específica para potencializar as chances de ganhar o jogo. A função da pesquisa era de, justamente, mostrar o porquê dessa possível palavra ser melhor.

O grupo 3, talvez por ter uma quantidade menor de membros neste dia, inicialmente não sabia muito como proceder. Estavam jogando mais do que pesquisando algo efetivamente. O professor, então, foi até o grupo para discutir sobre a pesquisa:

Aluno 3.1: “Sor, não entendemos muito bem a pesquisa”

Professor: “Vocês devem achar uma palavra que aumente suas chances de ganhar e apresentar um argumento que explique o motivo.”

Aluno 3.1: “Mas como?”

Professor: “Por exemplo, vamos dizer que vocês acham que a palavra é ‘Sofia’ porque sempre que eu comecei com essa palavra eu ganhei. É um bom argumento?”

Aluno 3.1: “Não”

Professor: “Ruim não é, porque sempre que tu começaste, tu ganhaste. Mas pode ser coincidência. Importante é achar esses argumentos”.

A partir daí, o grupo começou a participar mais da atividade, buscando, primeiramente, possíveis palavras para começar, mesmo que sem encontrar argumentos para justificá-las.

Após alguns minutos, o Grupo 1 voltou para mostrar alguns resultados:

Aluno 1.1: “Acho que essa é a palavra, professor, porque essas são as vogais mais usadas e essas são as consoantes mais usadas.” comentou o grupo, apresentando um artigo que possuía a frequência das letras em palavras.

Professor: “Mas será que não tem palavras melhores que essa?”

Aluno 1.1: “Essas foram as que a gente lembrou.”

Professor: “Mas usa essa lista que tu achaste.”

No caso em questão, a lista presente no artigo apresentava a consoante “s” como a consoante mais presente, mas ela não estava na palavra escolhida pelo grupo.

Nesse momento, o grupo 3 veio comentar suas descobertas:

Aluno 3.2: “Encontramos essa palavra (anexo) que, dentre essas todas, achamos que é a melhor.”

Professor: “Porque vocês acham isso?”

Aluno 3.2: “Porque tem mais vogais.”

Professor: “Ok, mas porque ‘anexo’ é melhor que ‘amigo’, por exemplo, já que as duas têm a mesma quantidade de vogais?”

Aluno 3.1: “Mas amigo é mais comum...”

Professor: “Mas não necessariamente. Num contexto de e-mail, é muito mais comum a gente usar ‘em anexo’ do que usar a palavra amigo. O que torna a palavra ‘anexo’ melhor que a palavra ‘amigo’? É isso que eu quero.”

Aluno 3.1: “O mais difícil. Acho que entendi”

Essa discussão foi bastante interessante para ver se eles, de fato, compreenderam qual a proposta da atividade.

No momento seguinte, o Grupo 4 mostra uma lista de algumas palavras que foram testadas em jogos aleatórios, e os resultados obtidos com essas palavras. Então, questionam:

Aluno 4.1: “O que eu faço com esses dados?”

Professor: “Não sei. Foi tu quem coletou.”

Aluno 4.1: “Ele mostrou quantas letras certas, quantas letras ‘amarelas’ e quantas letras erradas. O que eu consigo fazer com isso?”

Professor: “Com só esses dados, quase nada. O que tu podes fazer é um comparativo com outras palavras. Aí tu vais ter um embasamento”

Aluno 4.1: “Mas aí teria que escolher uma palavra...”

Professor: “Isso, aí a mesma coisa que tu fizeste com essa, tu fazes com essa. E aí tu comparas qual que te dá mais possibilidades.”

Assim, o Grupo 4 definiu qual seria a sua estrutura de argumentação. Eles iriam realizar um comparativo entre palavras, testando-as como primeiro palpite por repetidas vezes, identificando a quantidade de letras corretamente posicionadas (indicadas pela cor verde) e as letras presentes na palavra, mas em posição incorreta (indicadas pela cor amarela). Após testar uma quantidade pré-determinada de vezes, iriam comparar esses resultados entre as palavras que eles definiram para teste. Assim, eles teriam um argumento bem-feito em relação às palavras comparadas. Só faltava, assim, os motivos pelo qual compararam aquelas determinadas palavras.

Em seguida os alunos foram chamados para o lanche e, quando retornaram, tinham perdido a concentração na atividade, o que levou o professor a encerrar o segundo encontro neste momento. Foram aproximadamente 45 minutos envolvidos na pesquisa, levantando hipóteses e buscando resultados. Se não tivesse o lanche, é bem provável que os grupos iriam se envolver por muito mais tempo. Após esse período, os alunos do Grupo 4 ainda vieram comentar sobre os resultados das tentativas e questionar se era, ou não, um bom argumento. O grupo foi convidado a refletir sobre quantos testes seriam necessários para terem um argumento mais robusto, com menos chance de ser apenas coincidência.

Nesse encontro alguns alunos, apesar de não estarem tão envolvidos com a pesquisa, continuaram jogando o jogo, seja para entender a atividade, seja porque algum colega tomou frente na pesquisa. Fato é que, apesar de não estarem tão imersos na pesquisa, ainda estavam imersos na atividade, mostrando um interesse pelo jogo. Isso mostra que ter escolhido uma atividade utilizando um jogo online fez com que os alunos estivessem concentrados na atividade, e não em situações alheias à aula, fazendo com que, de alguma forma, o aluno desenvolva alguma habilidade, ainda que não seja a esperada ao final da sequência. Como reforça Lima e Negrão (2022, p. 7):

[...] logo a criança que é incentivada a jogar com fins educacionais irá receber um reforço comportamental, em que será utilizada a imprevisibilidade do jogo como forma de sobressair o raciocínio lógico para concluir os desafios propostos.

Na mesma linha, Jacobsen, Maffei e Sperotto (2013, p. 6) exaltam as vantagens de se ter uma abordagem lúdica em sala de aula, dando ênfase para o fascínio criado pelos jogos eletrônicos:

[...] a atividade lúdica se apresenta como alternativa para o educador ter um aluno mais atencioso e curioso durante a aula, pois estará realizando algo diferenciado, algo excitante que acrescente experiência. Entre as atividades lúdicas, citamos nesse trabalho o jogo eletrônico, devido ao seu potencial de fascinar a todos os seus jogadores com seus designs, sons, imagens, em especial, participando da sala de aula deixando um ambiente tecnológico.

5.3 RELATÓRIO

No terceiro dia, os alunos inicialmente participaram de uma palestra, o que diminuiu mais ainda o tempo que os alunos estiveram envolvidos com a pesquisa. Porém, as pesquisas estavam bastante adiantadas, restando, apenas, a construção dos relatórios. Outro problema foi a internet, que, como grande parte da escola estava usando por conta de uma mostra científica, acabou atrasando a conexão dos computadores.

O Grupo 2, logo no início do encontro, já tinha finalizado e enviado o relatório. A figura 7 traz um trecho deste relatório, no qual é possível ver que eles definem o uso da maior quantidade possível de vogais na palavra inicial, além de usar letras como R e S, baseado no uso do infinitivo verbal e do plural das palavras. Além disso, ainda indicaram possíveis outras letras para uso. Por fim, o grupo aponta a palavra *Áureo* como a melhor escolha para começar o jogo, potencializando as chances de ganhar.

Figura 7: Trecho do relatório do Grupo 2

Bom, pegando esses exemplos pode-se perceber alguns padrões, um deles é de que todas as palavras têm a presença de várias vogais tornando assim muito maior a chance de ganho pois já podemos descartá-las e na língua portuguesa a presença das vogais é totalmente fundamental, mais precisamente a chance de conter alguma vogal na palavra é de 48,74%. Outro padrão que é reparado é a presença de R e S nas palavras, na língua portuguesa o R é fundamental pois todo verbo é terminado com R e a mesma lógica é válida para o S já que toda palavra no plural é terminada com S, um fator que temos que considerar também são as consoantes P, M, N, T, D e C que são comumente utilizadas na língua portuguesa.

Com estes dados podemos concluir que a melhor palavra para facilitar o WORDLY é:

Áureo

FONTES:

<https://wordly.org/>

https://pt.wikipedia.org/wiki/Frequ%C3%Aancia_de_letras

Fonte: Material da pesquisa (2024)

Dessa forma, o Grupo 2 acabou terminando a pesquisa e não teve mais participações no terceiro encontro. É importante ressaltar que os alunos argumentaram que a chance de uma palavra possuir uma vogal era de 48,74%. Porém, como trazem Seara, Nunes e Lazzarotto-Volcão em seu livro *Fonética e Fonologia do Português Brasileiro* (2011), toda sílaba deve ter obrigatoriamente uma vogal, isto é, é impossível uma palavra na língua portuguesa não ter uma vogal. Desta forma, o grupo analisou de forma equivocada os dados obtidos. O percentual mostra, na verdade, que, dada uma letra qualquer em uma palavra, ela tem 48,74% de chance de ser uma vogal. Apesar de ser um bom argumento para a utilização das vogais, o grupo interpretou de maneira equivocada.

O Grupo 1 acabou focando na elaboração do relatório, já que tinham uma boa linha de argumentação desde quando acharam o artigo. Assim, usaram o período apenas para finalizar o que já estavam fazendo. Não houve uma participação mais ativa.

O grupo 3 estava testando alternativas ainda para a palavra. Foi possível notar que eles pegavam determinadas palavras de algum site, testavam uma vez, e definiam se era válida ou não. Não teve uma estratégia sistemática deles para determinação da palavra ou para a argumentação. Durante o período, o grupo não conseguiu trabalhar muito em cima do relatório, e nem com muita determinação.

O grupo 4 acabou continuando a “testagem” das palavras, que já era uma estratégia bem definida no encontro anterior. Com o foco em coletar os dados, acabaram não finalizando a tempo o relatório.

Os grupos no geral não estavam com tanto entusiasmo neste encontro. Além da palestra sobre o Enem, os alunos também tinham que apresentar os próprios trabalhos da mostra científica da escola. Assim, o foco dos estudantes não estava na atividade.

5.4 PLENÁRIA

Nesse encontro aconteceu a socialização das pesquisas dos alunos com os colegas. Essa parte é equivalente à plenária, que foi destacada por Onuchic e Allevato (2011) como a parte de explanação e discussão dos resultados, buscando um consenso entre todos. Devido à importância desta etapa, optou-se por uma descrição detalhada da atividade.

Os alunos se sentaram em um círculo e foram contando suas estratégias. Começa as explicações o Grupo 1:

Aluno 1.1: “A gente viu que as vogais estão mais presentes nas palavras. A gente achou que seria uma boa ideia ter mais vogais nas palavras para usar como “coringa”. Aí as palavras escolhidas foram ‘Júlia’, ‘Bispo’ e ‘Perua’. Aí, se usar ‘Perua’ e depois ‘Bispo’, a gente vai ter usado todas as vogais, vendo quais vogais tem na palavra do jogo e a posição delas também. A gente matava na terceira linha, às vezes, a palavra.”

Professor: “Usaram alguma fonte para pesquisa?”

Aluno 1.1: “Sim. A gente achou um estudo da Universidade do Rio de Janeiro.”

Professor: “A pesquisa dele era com palavras com mais letras, né?”

Aluno 1.1: “Isso. Não tinha especificamente cinco...”

Professor: “E o que dizia a pesquisa?”

Aluno 1.1: “Dizia quais as letras são mais usadas na língua portuguesa, quais são mais usadas na inicial, quais são mais usadas na final, conjuntos de letras juntas, tipo ‘ão’...”

Professor: “Teve alguma coisa que vocês acharam curiosa nesse artigo?”

Aluno 1.3: “... Perua! Hahahaha”

Vale ressaltar que a palavra “perua” não estava no artigo. Eles acabaram confundindo com o que era mais curioso na pesquisa deles.

Professor: “Perua foi bem curioso mesmo. Porque vocês escolheram ‘Perua’?”

Aluno 1.1: “Porque tem bastante vogal.”

Professor: “Só isso? Mas poderia ser outra palavra.”

Aluno 1.1: “Mas foi a primeira que veio na cabeça, mas a letra P é bastante usada”

Professor: “Tu tens esses valores?”

Aluno 1.1: “Sim, 2,52%. O “R” é 6%. O “S” é a que mais aparece com 7%. E vogal é “A”, com 14%”

Professor: “Mais alguma consideração? Alguma coisa para falar? E o jogo? Muito difícil?”

Aluno 1.1: “Depende da palavra. A gente quebrava a cabeça para não perder chance”

Professor: “Conseguiram, do primeiro dia até o último, resolver mais rápido ou não?”

Aluno 1.3: “Sim”

E assim o Grupo 1 finalizou a sua participação. Interessante observar no relato que, apesar de possuírem um bom artigo como referência, com bons dados, eles acabaram escolhendo uma palavra “que veio na cabeça”. Os dados ajudaram a sustentar o argumento, principalmente para o uso do “r” e do “a”, mas, ainda assim, não apresentaram um argumento tão robusto para as outras letras. Aparentemente, os alunos ficaram com receio do uso das informações do artigo, ou não fizeram as ligações necessárias para definir que a melhor palavra possui as letras mais frequentes. Entretanto, foi possível identificar que os alunos pensaram em uma estratégia e não apenas em uma palavra. Conforme mencionado por eles, conseguiram resolver a maioria das partidas em três tentativas usando as palavras “Perua” e “Bispo” como iniciais.

Apesar de não ser um argumento onde eles explicam porque esse fenômeno aconteceu, eles usaram um argumento baseado nas experiências deles no jogo. Desta forma, ainda que escolhendo as palavras de maneira aleatória, eles explicaram os motivos dessas palavras terem dado certo. Ainda, caso a palavra secreta possuía a letra “P”, ela já teria sido testada em dois lugares, aumentando a chance de achar ela no lugar certo, caso ela faça parte da palavra original.

Porém, no relatório do grupo, os alunos utilizaram argumentos diferentes (figura 8). Por exemplo, no relatório eles defendem que, para montar a palavra que mais potencializa, deve-se juntar o maior número de letras com alta frequência. Entretanto, na hora de escolher “perua” e “bispo” como palavras iniciais, eles não levaram em consideração as consoantes mais frequentes. Eles escolheram de forma aleatória e usaram a experiência deles para argumentar que essas eram boas escolhas. Talvez possa-se supor que os alunos acreditam mais na experiência deles do que na matemática em si.

Figura 8: trecho do relatório do Grupo 1

https://www.gta.ufrj.br/grad/06_2/alexandre/criptoanalise.html

Segundo o Grupo de Teleinformática e Automação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, a vogal que aparece com maior frequência nas palavras da língua portuguesa é "A" (14,63%), "E" (12,57%) e "O" (10,73%). E consoantes, o S é a que mais aparece (7,81%), R (6,53%) e N (5,05%). A partir disso, é possível concluir que usar uma palavra que contenha a maior quantidade dessas letras possíveis terá mais chance de encontrar a palavra escolhida. Além disso, as vogais A, E, I, O, U e as consoantes S, R, N, D, M estão presentes em $\frac{3}{4}$ das palavras portuguesas.

É válido também analisar a probabilidade das letras iniciarem ou finalizarem uma palavra: as letras D, A e E são as que têm mais chance de iniciar uma palavra, enquanto as letras A, O e E são as que mais aparecem como última letra.

Baseado nisso, palavras como "perua", "bispo", "julia" quando usadas juntos podem servir como "coringas" e potencializar o acerto.

Fonte: Material da pesquisa (2024)

O grupo está adequado em relação à resolução do problema. É possível classificar a argumentação como boa, já que os alunos tinham bons dados para reforçar suas ideias, porém não faz jus com o que o grupo socializou na plenária, havendo uma inconsistência entre o uso de letras frequentes e as palavras escolhidas que não continham todas elas. Isso pode talvez se justificar pelo fato do terceiro membro do grupo chegar mais tarde com as suas contribuições ou pelo grupo não ter tido uma relação tão boa, já que, dos quatro grupos, esse foi o que menos interagiu entre si. Note também que o grupo fez a mesma interpretação em relação às frequências que o Grupo 2, dizendo que as vogais e as consoantes aparecem em $\frac{3}{4}$ das palavras portuguesas, sendo que todas as palavras da língua portuguesa possuem vogais. Na verdade, a interpretação correta é que essas letras correspondem a $\frac{3}{4}$ das letras presentes nas palavras da língua portuguesa.

No momento de explanação do Grupo 2, eles foram mais sucintos:

Aluno 2.1: "A gente fez a pesquisa no Google, aí tinha uma matéria do Wikipédia que falava as letras mais usadas nas palavras e as vogais têm 50% de chance de estar na palavra. Então pegamos isso aí, jogamos algumas vezes e algumas palavras mais usadas que eu reparei foram 'Áureo', que todo mundo usa no início, 'Reais' também... Reais é bom também porque tem o 'R' e o 'S', que são duas consoantes muito usadas na língua portuguesa, porque o 'R' é do verbo e o 'S' é do plural. Acho que foi isso"

Professor: "Vocês já tinham pensado nessa estratégia ou foi aleatório pesquisar a palavra?"

Aluno 2.1: “Eu joguei muito esse jogo há um tempo, aí eu tinha mais essa ideia. Eu sou muito fã do Leon, do ‘Coisa de Nerd’, aí ele joga muito esse jogo...”

Nesse momento, quem comentou mais foi o “líder do grupo”. Assim, questioneei a outra participante que estava presente

Professor: “Acharam muito difícil o jogo?”

Aluno 2.2: “No início foi, mas aí eu fui pegando o jeito. O meu colega foi comentando para começar com a palavra “Áureo”, por causa das vogais. Depois eu fui pesquisar e comecei a colocar as palavras “Áudio”, “Rádio”, que ajudavam a diminuir...”

Professor: “Vocês chegaram a pensar em outra estratégia ou pensaram em uma palavra só mesmo?”

Aluno 2.1: “Eu pensei em uma palavra, para ‘tirar várias’, mas tem também duas palavras que é...”

Professor: “Perua e Julia (risadas)”

Aluno 2.1: “Perua e Bispo (risadas). Mas eu costumo usar Áureo e uma segunda palavra que tenha ‘S’ ou ‘D’”

Professor: “Mais alguma consideração? Gostaram?”

Aluno 2.2: “Gostei. Eu começava a me estressar, mas depois eu fui pegando.”

E dessa forma o Grupo 2 finalizou a sua participação. É possível notar que um aluno já tinha um bom conhecimento do jogo, o que acabou facilitando a pesquisa e a montagem de uma estratégia. Esse aluno usou uma estratégia de “eliminar letras” usando palavras formadas por letras frequentes, mas pensadas a partir de uma percepção própria dessas letras. Faltava apenas ter dados sobre essas letras e montar uma boa argumentação. Apesar de ter interpretado de maneira errônea os dados, dizendo que a chance de uma palavra ter uma vogal é de 50%, a intenção de usar as letras mais frequentes faz total sentido para encontrar a palavra, já que se tem maior probabilidade de achar pelo menos uma letra que faça parte da palavra secreta.

O grupo não precisou “aprender junto” a jogar, promovendo, assim, uma cooperação partindo do Aluno 2.1 para com os demais integrantes do grupo. Essa ajuda ficou bastante clara durante as falas e durante as observações. Por diversos momentos foi interessante circular perto desse grupo e ver os alunos se ajudando no jogo.

O próximo grupo socializando suas experiências foi o Grupo 3. Este foi o grupo que mais apresentou dificuldades por conta de sua composição. Apesar dos alunos serem próximos durante as aulas, essa relação não favoreceu o trabalho entre si. Além

disso, a composição do grupo não se manteve a mesma durante toda atividade devido a faltas dos seus integrantes.

Aluno 3.2: “A palavra que a gente escolheu de fonte foi ‘sorte’. A gente focou mais nas questões das vogais também, assim como os demais grupos. Fizemos testes em algumas palavras de acordo com as sugestões de um site, ‘WikiHow’, tentando encaixar a parte das palavras que a gente viu ali. A gente usou várias delas, várias vezes, e teve outras que a gente conseguiu fazer um encaixe para dar na terceira tentativa, umas duas vezes, mas depois a gente não teve tanto sucesso. Aí, nós fizemos uma nova pesquisa e daí chegamos na palavra ‘sorte’.”

Professor: “Qual foi essa nova pesquisa?”

Aluno 3.2: “A gente usou outro site”

Professor: “Mas o método foi o mesmo?”

Aluno 3.2: “Foi sempre focando nas vogais. E das consoantes. Daí a gente misturou as duas...”

Professor: “O que vocês consideravam quando a palavra era boa? Por que tu falaste que fez teste né? O que você levava em consideração?”

Aluno 3.1: “Não entendi tua pergunta...”

Professor: “O que tu consideravas melhor? Dá um exemplo de quando uma palavra era melhor do que a outra. Entre dois que acertaram, o que vocês julgavam melhor? Se tinha mais letras certas, mais letras no local certo...”

Aluno 3.1: “Mais letras no lugar correto”

Professor: “Então se tem uma palavra que tem quatro letras na palavra ou duas letras no lugar certo, vocês consideram melhor a segunda?”

Aluno 3.2: “Na verdade, considerarei as duas. Porque se tem amarelas é só uma questão de organizar. Se tem verdes é só replicar.”

Professor: “Então era mais acertos mesmo?”

Aluno 3.2: “Sim”

Professor: “Então a palavra final foi ‘sorte’?”

Aluno 3.1: “Foi. E ‘poder’”

Professor: “Ambas têm ‘O’, ambas têm ‘E’, ambas têm ‘R’...”

Aluno 3.2: “A gente tentou também usar a relevância das palavras, como tu falou. Então, tipo, a palavra mais relevante que a outra. Que era mais usada.”

Nesse momento, um aluno do Grupo 2 fez uma intervenção para levantar um ponto que ele observou:

Aluno 2.1: “Tipo, áureo nunca vai ser de primeira. Áureo é uma palavra muito pouco usada. Poder é uma palavra com mais relevância, podendo, assim, ser de primeira”

Professor: “Sim. Teve um caso que a gente comentou que era o ‘anexo’ e ‘amigo’. Qual palavra que a gente mais usa? Depende do contexto. Se a gente está mandando e-mail, a palavra que a gente mais vai visualizar é ‘anexo’. ‘Segue em anexo’, como normalmente se escreve, por mais que ‘amigo’ seja mais comum.”

Assim, voltando para a explanação do Grupo 3:

Professor: “Mais alguma consideração? Melhoraram em relação ao jogo?”

Aluno 3.1: “Estava acertando na terceira. Acertamos uma de segunda...”

Professor: “Qual era a palavra?”

Aluno 3.1: “Não lembro. Esses dias a gente estava na aula jogando e eu acertei de terceira ou de segunda.”

Professor: “Na aula dos outros?”

Aluno 3.1: “Sim.”

Professor: “Que feio! (risadas). É isso?”

Aluno 3.1: “Isso aí!”

Durante a socialização, o grupo apresentou fragilidades em sua argumentação, já que existiam divergências entre as opiniões dos componentes. Além disso, eles tentaram usar a estratégia de testar as palavras que encontraram em um determinado site. Porém, esse teste era feito em apenas um jogo, o que traz uma fragilidade para a palavra, independente se essa tentativa foi bem-sucedida ou não. Esses resultados podem ter sido totalmente ao acaso por conta da palavra secreta, o que não permite confirmar a potencialidade da palavra.

Em contrapartida, é possível ver no relatório do grupo (figura 9) que há uma boa argumentação das palavras baseada na frequência de letras nos vocábulos, que eles acabaram não comentando de maneira clara na explanação para os demais colegas.

Figura 9: Trecho do relatório do grupo 3

A palavra "sorte" foi a que mais se encaixou nesses critérios e se mostrou ser uma ótima palavra para se começar nas jogadas do wordly.

As presenças de vogais na palavra Sorte: A palavra "Sorte" inclui duas das vogais mais frequentes na nossa língua: O e E. Isso possibilitou identificar se alguma dessas vogais estava na palavra alvo.

Consoantes comuns: As consoantes S, R e T são bastante recorrentes em termos de cinco letras, o que eleva a chance de acertar pelo menos uma dessas letras na primeira tentativa.

A distribuição de letras: As letras na palavra Sorte estão bem distribuídas e não se repetem, o que nos permite uma maior variação, e por consequência, uma possível chance ampliada de vitória no wordly.

Fonte: Material da pesquisa (2024)

Quando os alunos falam durante a plenária sobre “usar as vogais e consoantes”, fica um pouco subentendido. Uma interpretação disso pode ser o que eles trazem no relatório como escolhas das vogais e consoantes de acordo com a recorrências das letras nas palavras, ou ainda, o que eles trazem como distribuição de letras, focando que as “letras que não se repetem dentro da palavra”. Caso seja isso que eles queriam dizer, no relatório apareceu de forma bastante contundente, ainda que sem dados estatísticos, fazendo com que a argumentação da escolha da palavra “sorte” seja coerente. Este relatório, porém, foi entregue após o quarto encontro, no qual explorou-se bastante a ideia de frequência. Assim, ainda que a ideia e pesquisa tenha partido dos próprios alunos, pode ser que o quarto encontro tenha influenciado na resposta deles.

Por fim, conclui-se que os alunos tiveram um desempenho mediano, trazendo uma argumentação confusa, mas demonstraram um bom envolvimento com o jogo, expondo que jogaram até em outros momentos que não eram os encontros. Mostra que o jogo motivou e despertou um interesse nos alunos para buscar uma estratégia para ganhar de forma mais rápida, revelando uma opção agradável para os alunos.

Por fim, houve a explanação do Grupo 4, finalizando a plenária. Esse grupo não havia conseguido terminar sua pesquisa, então eles apresentaram os resultados que já tinham obtido:

Aluno 4.2: “A gente decidiu escolher três palavras-chave para ver, com bastante vogal... Para depois dar início na procura da palavra, que era ‘Áureo’, ‘Serão’ e ‘Risca’. ‘Áureo’ e ‘Serão’ tinham bastante vogais e consoantes para fechar.”

Aluno 4.1: “A gente tentou fazer uma ‘pesquisa’ testando as palavras 100 vezes, como tu falou, para ver qual caia mais. No fim a gente conseguiu fazer com duas das três. ‘Serão’ tem ‘s’ e ‘r’, duas consoantes que se usam muito, e ‘a’, ‘o’ e ‘e’, que são as vogais que mais se usam. Tanto ‘i’ quanto ‘u’ não aparecem muito. Então, a partir do momento em que tu tens as letras ali... Como vou te explicar... se tiver outras letras tu até pode conseguir de terceira, mas as chances são maiores com essas. Mas a gente não conseguiu terminar a pesquisa estatística...”

Professor: “Mas o que vocês conseguiram?”

Aluno 4.1: “Até agora, ‘serão’ foi a que mais teve letras na palavra, mas no lugar errado. ‘Risca’ foi a que mais teve letras erradas e a última palavra ‘áureo’ a gente não conseguiu testar.”

Aluno 4.2: “É que normalmente ‘áureo’ sempre tem por conta das vogais, uma grande quantidade de vogal. Mas ‘serão’ tem bastante acerto também.”

Professor: “Acerto de letra ou acerto de lugar certo? Verde ou amarelo?”

Aluno 4.2: “Verde”

Aluno 4.1: “Amarelo”

Professor: “Então ‘serão’ tinha tanto mais verde quanto mais amarelo?”

Aluno 4.1: “Sim”

Professor: “Entendi. E as outras?”

Aluno 4.1: “As outras eram as que tinham mais letras erradas. Tinha em ‘risca’ palavras que estavam todas erradas. E tipo assim, acho que isso é mais questão de azar porque ‘serão’ também tem ‘s’, ‘r’ e ‘a’... São duas letras que diferem.”

Professor: “Sim. O aleatório, no caso. ‘Serão’ teve alguma palavra que deu tudo errado?”

Aluno 4.1: “Não.”

Professor: “E por que essas três palavras?”

Aluno 4.1: “‘Áureo’ por conta das vogais, ‘serão’ pela questão que eu falei antes e ‘risca’ foi a colega que escolheu, se não me engano”

Aluno 4.2: “Também trazendo a questão da letra ‘i’ e das consoantes”

Aluno 4.2: “Ainda, ‘Risca’ teve quatro vezes que deu tudo errado”

Professor: “E ‘áureo’?”

Aluno 4.1: “Áureo” teve sempre uma letra verde. Não sempre, mas o que mais apareceu.”

Professor: “O ‘serão’ foi o mais testado, e teve mais letras verdes e letras amarelas. Mas o ‘áureo’ teve mais vezes que a palavra começou com verde? No caso, teve menos casos em que tinha apenas letras amarelas?”

Aluno 4.1: “Isso”

Professor: “Tu falaste das vogais e das consoantes mais usadas. Tu chegaste a pesquisar isso?”

Aluno 4.1: “Eu cheguei a pesquisar, mas eu usei mais em teoria, porque ‘r’ vem de mais palavras no infinitivo, ‘parar’ e ‘s’ eu peguei do plural. As vogais são mais por número. Se tu parares para analisar, várias palavras têm ‘a’, ‘e’ e ‘o’. Poucas palavras têm ‘i’ e ‘u’. Poucas não. Um 60 a 40. É mais fácil ter uma palavra com ‘ae’ ou ‘ao’ do que com ‘ui’”

Professor: “Isso? Mais alguma consideração? Como vocês ficaram no jogo depois? Vocês chegaram a jogar bastante depois ou só focaram na pesquisa?”

Aluno 4.2: “Jogamos mais na primeira ou na segunda.”

Professor: “Alguém conseguiu de primeira?”

Aluno 4.1: “A nossa colega conseguiu com a palavra ‘filha’”

E assim o Grupo 4 finaliza. Como visto, este foi o grupo que mais trouxe contribuições para a discussão com dados produzidos por eles mesmos. Ainda que eles tivessem usado algumas palavras comuns de se começar, que são “áureo” e “serão”, eles apresentaram bons argumentos para a escolha das palavras e apresentaram dados sobre as palavras que partiram dos próprios testes, como a quantidade de letras amarelas e verdes. No relatório dos alunos (figura 10), é possível ver esses resultados:

Figura 10: Trecho do relatório do Grupo 4

De acordo com a pesquisa: [Pesquisa sobre o term.ooo](#), em relação à palavras que podem ajudar a obter uma maior chance de vitória no term.ooo (jogo inspirado no wordle), temos o valor por porcentagem de cada letra que foi analisado por palavras comuns da língua portuguesa, com base nisso foi feita uma escolha de palavra pelo grupo onde estavam pelo menos uma das letras “importantes”, a palavra escolhida foi “serão” por conter a vogal “A”, com base de 63,78%, “E” com base de 34,76%, “R” com base 39,89%, “O” com base 51,27% e “S” com base 35,13%. Com estas informações buscamos uma palavra com todas estas letras, pois eram as que “mais apareciam” em questão de porcentagem, assim formando a palavra Serão”, juntamente de outra palavra que era “Filha”, assim fizemos um teste às comparando dentro do jogo, e a Palavra “serão” se mostrou muito eficaz pois em 25 testes foram mostradas 24 letras no lugar certo e 33 letras que estavam na palavra mas em locais errados, já a palavra “filha” teve 12 acertos de 25 e 19 letras nos locais errados, então tivemos o resultado de 48% de diferença em questão de letras certas e 56% letras na palavra mas no lugar errado. Mostrando a “superioridade” de [serão](#).

Dados:

Serão 96% certas

132% no lugar errado

Filha 48% certas

76% no lugar errado

Fonte: *Material da pesquisa (2024)*

Esse grupo demorou para enviar o relatório, entregando alguns dias após a plenária. Pode ser que alguns dados tenham se perdido e eles acabaram refazendo os testes, já que durante a explanação falaram sobre a palavra “risca” e no relatório apresentaram a palavra “filha”. Ainda assim, houve uma boa apresentação de resultados por parte dos alunos. Note que os dados abaixo foram calculados de maneira errada. O grupo acabou realizando a razão entre o número de letras de determinada cor e o número de tentativas. O que o grupo não conseguiu entender é que a cada partida pode ser que o número de letras verdes ou amarelas pode ser maior do que um. Se considerarmos a quantidade de letras jogadas (25 partidas x 5 letras cada palavra = 125 letras no total), o resultado seria 19,2% de letras verdes com a palavra serão e 26,4% de letras amarelas, totalizando, assim, mais de 45% das letras já conhecidas na primeira jogada. Ainda assim, um bom argumento.

Após esse período, começou a parte da discussão das socializações. Como primeira pergunta, questionou-se aos alunos qual palavra eles julgaram a melhor palavra e qual grupo teria dado o melhor argumento. Algumas palavras apareceram, como “Reais”, que foi a primeira a ser mencionada, além da palavra “áureo”. Porém, os alunos, em sua maioria, escolheram a palavra “perua” como a melhor, justamente por ser “uma palavra engraçada”, como eles mesmos disseram.

Nenhum dos alunos fez uma grande explanação sobre os argumentos que os grupos apontaram, não analisando muitos aspectos positivos ou negativos. Sobre a palavra “Reais” foi comentada a questão da letra “r” ser a consoante mais usada, mas a maioria apenas montou a estratégia ao acaso, sem usar os dados levantados, o que tornou a escolha um pouco rasa. Isso acarretou a eleição de “perua” como melhor palavra, apenas por ela ser incomum. Os alunos que, de fato, se empenharam bastante na pesquisa, acabaram escolhendo “áureo” e “reais”, que era o esperado. Curiosamente, “serão” não foi mencionada, ainda que os alunos do Grupo 4 deram uma ênfase maior nela durante a pesquisa.

Após esse momento, houve uma conversa sobre as intenções das pesquisas. A ideia inicial seria que os alunos realizassem uma pesquisa quantitativa, determinando as frequências das letras nas palavras ou das palavras com determinada letra, mas isso mudou pela facilidade de encontrar esses dados na internet. Solicitou-se, então, aos alunos, que usaram frequência nas suas argumentações, para explicarem o significado desse conceito. De fato, eles explicaram corretamente, identificando como a análise de todas as palavras do dicionário, verificando em quantas destas cada letra aparece. Entretanto, os estudantes demonstraram menos clareza quando questionados sobre como calculá-la. Um aluno comentou que uma forma de calcular a frequência seria utilizando a regra de três. De fato, usar a proporcionalidade para calcular a frequência (relativa) é uma estratégia possível, ainda que, talvez, seja um pouco “mais trabalhosa”. É importante ressaltar que, neste momento, não foram explorados os conceitos de frequência tal como descritos na seção 4.1, mas principalmente a relação entre frequência e probabilidade, identificando que a frequência relativa da letra identifica a chance da letra na palavra ser a letra analisada:

Professor: “A frequência traz uma ideia ligeiramente semelhante à probabilidade. O que é esse percentual que vocês calcularam ou pesquisaram? É a chance que tem daquela letra estar presente na palavra. Por exemplo, supondo que a letra ‘a’ aparece em 14% das palavras, o que isso quer dizer? Quer dizer que, se eu inserir a letra “a” no jogo, tem 14% de chance do “a” pertencer ao vocábulo. E como que a gente chega na ideia de frequência? Vamos colocar as palavras que vocês falaram... quantos vocábulos nós temos aqui? Sete (Julia, Bispo, Perua, Áureo, Sorte, Serão, Reais), né? Tem duas formas de pensarmos em frequência aqui: Quantas vezes uma letra se repete

nas palavras e quantas palavras possuem essa determinada letra. Entenderam a diferença? Falem para mim.”

Todos os alunos riram, pois concordaram sem muita confiança. Os alunos demoraram um pouco para entender a diferença entre ambas. Um aluno se arriscou:

Aluno 1.3: “Aparece de cinco em cinco. A letra A aparece 5, em cinco palavras uma vez”

Professor: “Aparece em cinco de quantas?”

Aluno 4.1: “Cinco de sete”

Professor: “Então a frequência seria...”

Aluno 3.1: “Não sei”

Professor: “Seria cinco dividido por sete. Quanto dá isso?”

Aluno 1.1: “Dá 0,71”

Professor: “Então é 0,71 que é a mesma coisa que 71%. O que esse 71% me mostram?”

Aluno 4.1: “Que a cada sete palavras, 71% têm tipo... Não!”

Professor: “É isso mesmo. O que representa? A quantidade de palavras que possuem a letra A. Beleza. Agora me fala quantas vezes a letra A aparece nas palavras.”

Nesse momento, os alunos ficaram confusos em relação à pergunta. Para tentar auxiliar na compreensão, o professor trouxe o exemplo da palavra Arara.

Professor: “Vamos pegar esse exemplo: ‘Arara’. ‘Arara’ todos concordam que é uma palavra possível dentro do jogo Termo, né? Se eu fosse achar a porcentagem de palavras com a letra A em um universo em que só existe essa palavra, quanto seria? Essa palavra tem a letra A? Sim? Então todas as palavras têm a letra A, ou seja, 100%. Fez sentido?”

Alguns alunos ficaram confusos. De fato, usar só uma palavra não foi um bom exemplo para se usar. O professor optou, então, por voltar às demais palavras.

Professor: “Vimos, então, que 5 das 7 palavras têm a letra A. Portanto, 71% das palavras têm a letra A. Agora, quantas letras ‘A’ nós temos nas palavras?”

Aluno 4.1: “Cinco”

Professor: “De quantas letras?”

Aluno 4.2: “Letras?”

Professor: “Sim. Antes nós estávamos analisando as palavras. Agora, queremos analisar a frequência das letras nas palavras.”

Aluno 1.3: “Nesse caso, 35 letras”

Professor: “Exato. Então temos $5/35$. E isso aqui vai dar?”

Aluno 1.1: “Dá 0,14”

Professor: “Que é 14%. Que é o valor que tu falaste, né? Curiosamente. Entenderam a diferença de uma para outra? Qual vocês acham que mais vai ajudar no jogo?”

Nesse momento as opiniões variaram. Um aluno levou em consideração que, como o intuito é descobrir palavras, vale mais a pena eu focar em quantas possuem a letra A, já que, visto no exemplo da Arara, algumas delas podem ser compostas de apenas duas letras. Outro aluno achou que era melhor focar na frequência das letras nas palavras, sem muitos argumentos aparentes, mas focando na maior chance de acertar. Ao questioná-lo sobre porque ter mais chance de acertar na frequência das letras ao invés das palavras, ele não soube responder. Ao questionar os demais colegas, eles não tinham uma opinião formada:

Professor: “Vamos analisar cada um. Talvez a análise das palavras nos ajude a entender a importância daquela letra na palavra. Por exemplo, na nossa análise, a letra A aparece em 71% das palavras. Isso é palavra pra caramba. Então, é razoável usar a letra A na minha palavra...”

Aluno 1.1: “Mas sor, nesse caso ele está em bastante porque foi usado nas nossas estratégias. Então não está enviesado?”

Professor: “Ah sim. Com certeza. Mas tenta pensar no geral. Nossas palavras aqui estão enviesadas mesmo. Mas concordam que é um bom argumento? Então por que talvez a letra A seja melhor? Porque a gente está escolhendo uma letra para uma palavra existente. Mas se analisarmos as letras, o que ela me fala? Ela me fala a chance de eu escolher uma letra aleatória e essa letra ser o A. Vamos imaginar palavras desconhecidas. Aí eu vou pedir uma dica para o jogo. Ele vai me falar ‘vou revelar uma letra’. Qual a chance dessa letra revelada ser o A? É 14%. Então a ideia de analisar as letras seja mais a probabilidade daquela letra em específico ser o A. Mas isso não quer dizer que o A vai estar na palavra ou não. Mas a minha dúvida é a mesma de vocês. Qual será que é o melhor argumento? Não sei. Mas sei que os dois são bons

argumentos. Por quê? Porque independente se eu analisar as palavras ou as letras, eu sei que o A vai estar bastante. É nisso que ajuda a frequência.”

E com essa discussão teve fim a plenária. Após esse momento, discutiu-se sobre como é calculada uma frequência e como seria realizar uma pesquisa estatística. Infelizmente, após essa aula, houve uma pausa de duas semanas nas aulas por conta de feriados e aulas pré ENEM. Assim, a parte da discussão de argumentos ficou bastante superficial e poderia ser melhor explorada se tivesse mais tempo. Porém, a participação dos alunos foi bastante satisfatória. Ainda que nem todos os alunos tenham opinado, todos estavam bastante atentos e respondiam questões mais gerais. Apesar de algumas interrupções, foi uma plenária bastante satisfatória.

Fazendo um contraponto com a plenária realizada neste momento com aquela realizada com o grupo piloto, há uma grande diferença. No piloto houve uma plenária mais expositiva, com os alunos apresentando suas descobertas de acordo com as suas pesquisas, mas como se fosse uma apresentação para o professor, sem a participação ou a atenção dos demais estudantes. Já na plenária da aplicação, apesar da apresentação ser uma conversa entre professor e grupo, os demais colegas estavam bastante atentos ao que o grupo falava, inclusive se apropriando de algumas falas dos colegas para as suas explicações. Porém, o principal foi a diferença na formalização dos resultados, onde, claramente houve uma participação muito maior dos alunos, demonstrando, assim, um maior engajamento e compreensão sobre o que se discutia.

Como análise individual dos grupos, pôde-se verificar que o Grupo 1 conseguiu montar uma boa argumentação e usar os dados das frequências de maneira correta, mas, baseado na explicação e no relatório do grupo, não usou esses dados para escolher a palavra, apenas se utilizaram desses para justificar as palavras escolhidas, o que enfraqueceu a construção do grupo.

O mesmo pode ser aplicado ao Grupo 3, que usou um site para escolher as palavras, testou apenas uma vez para ver se ganhavam ou não, mas no relatório fizeram referência às letras comuns, que não foram vistas durante o processo. Ainda, não trouxeram dados para argumentação, utilizando-se do senso comum para definir as letras.

Analisando o Grupo 2, a argumentação foi baseada no uso de frequência de letras, o que foi possível ver tanto na escolha da palavra quanto no relatório apresentado pelo grupo. Apesar de uma interpretação confusa sobre o que

representava aquelas frequências, o grupo entendeu o motivo de as usar. O discurso foi coerente com o relatório e o trabalho em grupo foi notório.

Por fim, o Grupo 4 foi o que apresentou maior criatividade para escolha da palavra, apresentando uma análise de resultados baseados na testagem de palavras específicas em partidas diferentes. Assim, mostraram com bastante propriedade o argumento para a palavra escolhida. O trabalho em grupo foi primordial para chegar nesses resultados. A escolha das palavras teve um argumento fraco, mas coerente. Foi o grupo destaque.

5.5 NOVOS PROBLEMAS

Após duas semanas sem encontros, e perto do final do ano, manter o engajamento e a presença dos alunos foi um desafio. O período de aplicação desta última atividade foi logo após o ENEM, e os alunos, em sua maioria, já estavam aprovados. Ainda assim, nota-se alguns bons resultados daqueles alunos que, de fato, queriam finalizar a atividade, como um fechamento de ciclo do ensino médio. Entretanto, alguns dos alunos que participaram do processo inteiro acabaram não fazendo esta última atividade. Estes problemas podem ser encontrados na íntegra no Anexo A.

A atividade baseia-se em 5 novos problemas, que possibilitam explorar o jogo por outros olhares matemáticos:

- Problema 1: Apresenta 8 partidas iniciadas por outra pessoa. Em cada uma delas, o estudante deve apontar qual seria a próxima jogada, justificando porque escolheu cada palavra. A intenção não é acertar a palavra correta na próxima jogada, mas justificar a sua escolha. Neste problema, os alunos voltam à pesquisa, usando as estratégias pensadas anteriormente para responder a situação problema.
- Problema 2: Os alunos possuem um texto, criado pelo pesquisador, formado apenas por palavras de 5 letras. O intuito é fazer com que os estudantes calculem algumas frequências e reflitam sobre uma possível generalização. De maneira simples, é possível relacionar esses problemas com uma ideia de interpretação de dados, já que o aluno fará uma análise de uma amostra e, a

partir de suas percepções, definirá se os resultados valem para uma generalização do dicionário de palavras de 5 letras.

- Problema 3: Novamente os alunos são apresentados a situações de primeiras jogadas em diferentes partidas. Nesse caso, porém, são palavras que eles julgaram ser as melhores para começar, mas que nessa situação não resultaram em uma grande ajuda. Os alunos, então, tinham que determinar se, em outros jogos, iriam continuar usando as mesmas palavras e por quê. Traz a ideia central de probabilidade à prova, que é justamente pensar que esses valores representam a chance de algo acontecer, mas que a não ocorrência faz parte do “acaso”.
- Problema 4: Eram apresentadas as primeiras jogadas em que todas as letras estavam amarelas, isto é, todas as letras certas, mas em lugares errados. Os alunos tinham que colocar o máximo de palavras possíveis que poderiam ser as corretas. Esse problema trabalha com a ideia de permutação e combinatória, ainda que nem todas as permutações das cinco letras sejam válidas, já que a palavra deve fazer sentido.
- Problema 5: Problemas em outros contextos sobre percentual e frequência.

O problema 1 contou com bastante envolvimento dos alunos. O intuito da atividade era ser individual, porém, em algumas situações, houve boas discussões entre pares ou trios, que vieram justamente de pessoas que não estavam no mesmo grupo nas etapas anteriores. Essa cooperação foi mais perceptível em um trio, que apresentou respostas bastante interessantes (ver figura 11), mas iguais, já que foram construídas em conjunto. Os componentes usaram muito bem as tentativas anteriores e trouxeram bons argumentos para as suas escolhas. Em quase sua totalidade, os alunos utilizavam as letras já presentes para determinar a próxima palavra, trocando de lugar as letras em amarelo. Apenas uma situação fez com que os alunos colocassem palavras aleatórias, já que a tentativa anterior resultou em apenas uma letra no lugar certo. Nenhum aluno optou por uma estratégia de sugerir uma palavra com todas as letras “novas”, usando, por exemplo, “bispo” e “perua”, como tinha sido sugerido pelo Grupo 1. Foi interessante ver que um aluno acabou usando uma palavra com seis letras como um dos palpites e alguns alunos colocaram palavras que não existem como resposta.

Figura 11: Resolução do problema 1 pelo aluno 3.1

A partir da discussão em sala de aula sobre o jogo, indique qual será a próxima palavra que você usaria, justificando a sua decisão:

V	E	R	S	O
---	---	---	---	---

Y Í R U S

a)

PERCEBI que o "V" e o "R" estavam perto então troquei o "O" pelo "S" e troquei a vogal pelo "I" e onde estava o "S" troquei pelo "U".

C	A	L	V	O
V	O	Z	E	S

S E T O R

c)

NESSA resolvi por o "S" e o "E" para iniciar depois fui pesquisando e me veio a palavra "setor".

G	L	O	B	O
A	M	I	G	O

L A R G O

b)

AS OUTRAS consoantes não se encaixavam com o verso da palavra. Então resolvi botar o "R".

B	O	C	A	L
L	E	N	T	O

V E L H O

d)

TINHA pensado em "vento" só que o "N" e o "T" não TEM então resolvi botar o "V" então pensei na palavra velho.

Fonte: Material da pesquisa (2024)

Os alunos acabaram levando bastante tempo para resolver este problema, talvez por não terem o costume de argumentar, sendo assim um dos únicos problemas que todos os alunos fizeram.

O Problema 2 foi um pouco mais complicado, pois havia muitos conceitos de frequência, que não foram tão aprofundados durante a plenária. Como fazia algum tempo que haviam trabalhado esse conceito de maneira mais aprofundada, e sem exercitá-lo durante esse tempo, alguns alunos ficaram com dúvidas na hora de responder. Com algum auxílio do professor, alguns estudantes precisaram relembrar os conceitos de frequência relativas e absolutas, e conseguiram usar esse momento no exercício proposto no texto com palavras de 5 letras, como pode ser observado na entrega da atividade por esse grupo. A maior dificuldade foi com a última questão, que tratava, indiretamente, de amostragem. Nela, os alunos deveriam julgar se aquele conjunto de palavras era uma boa referência para definir a frequência das letras. Talvez os alunos não tenham compreendido bem a proposta da questão. Ainda assim, a maioria dos estudantes definiu como uma boa quantidade de palavras, com uma distribuição satisfatória de vogais e consoantes, e que, apesar das palavras repetidas,

permite uma boa estimativa de frequência. Entretanto, alguns alunos responderam que não era uma boa estratégia e um em específico falou que não era uma boa quantidade para fazer “uma média” de todas as palavras (ver figura 12). Acredito que, entre todos os estudantes, esse foi o único que conseguiu compreender a ideia da questão.

Figura 12: Resolução do problema 2 pelo aluno 2.1

2) Analise o texto abaixo e determina as frequências que se pede

“Dúbio seria viver revés minha ética, mesmo sendo vidro fraco. Sinto, quero muito... Ainda terço. Posso lutar. Nunca viajo firme. Nunca tanto. Breve sonho claro... Passo firme vence. Viver, rezar... Nunca parar. Busco lugar. Vasto mundo justo. Forte! Livre! Mesmo sendo vidro fraco.”

- a) Frequência absoluta de vogais $a) \frac{22}{215} //$ $b) 70,54$ $c) 43$
 $547 //$ $43 //$
b) Frequência relativa de consoantes $d) 10,04$ $e) 144$
 $47 //$ $215 //$
c) Frequência absoluta de palavras com 5 letras
d) Frequência relativa da palavra “nunca”
e) Frequência absoluta da letra “v”
f) Você acha interessante usar essas palavras para definir a frequência das letras em todas as palavras de cinco letras? Justifique sua respostas

Usando em vez apenas estas palavras, não é possível fazer uma média de todas

3) Veja os cenários abaixo:

Fonte: Material da pesquisa (2024)

A partir do Problema 3 os alunos pareceram não demonstrar uma motivação maior para resolver o que era proposto. Como essa atividade foi realizada em duas aulas, a maioria dos estudantes começaram a pensar sobre esse e os próximos problemas no último dia. Ou seja, os alunos já estavam cansados de terem aulas, seja por conta de já ser final do ano ou porque já não tinham o mesmo entusiasmo com a proposta. De toda forma, os alunos resolveram as questões, mas de forma mais sucinta.

O Problema 3 apresentava uma situação hipotética: em cinco jogos seguidos, aquelas palavras que eram julgadas como melhores para começar não tinham surtido muito efeito, resultando em apenas uma letra verde, ou amarela, ou nenhuma letra fazendo parte da palavra. Ao fazer a análise, era perguntado se, dada essa circunstância, a palavra inicial era ou não substituída. A ideia era verificar a compreensão de que a escolha das palavras com uma maior chance de acertos pode ocasionalmente não dar bons resultados, o que não significa que não seja a melhor palavra para começar. Dentre os problemas em que os alunos devem argumentar, talvez este é o único que possua uma resposta certa.

Entre os alunos, apenas um respondeu que não alteraria, mas outros deram respostas próximas à correta. Um aluno, por exemplo, falou que trocaria de palavra,

mas comentou que aquelas não terem dado resultado era apenas “azar”. Outro comentou sobre escolher uma nova palavra, mas estava se referindo a uma segunda tentativa, e não uma tentativa inicial. Porém, as novas palavras tinham praticamente as mesmas letras das anteriores (ver figura 13). Ou seja, inconscientemente o aluno as “manteria”. De modo geral, os estudantes entenderam que essas palavras são, de fato, as melhores.

Figura 13: Resolução do problema 3 pelo aluno 1.1

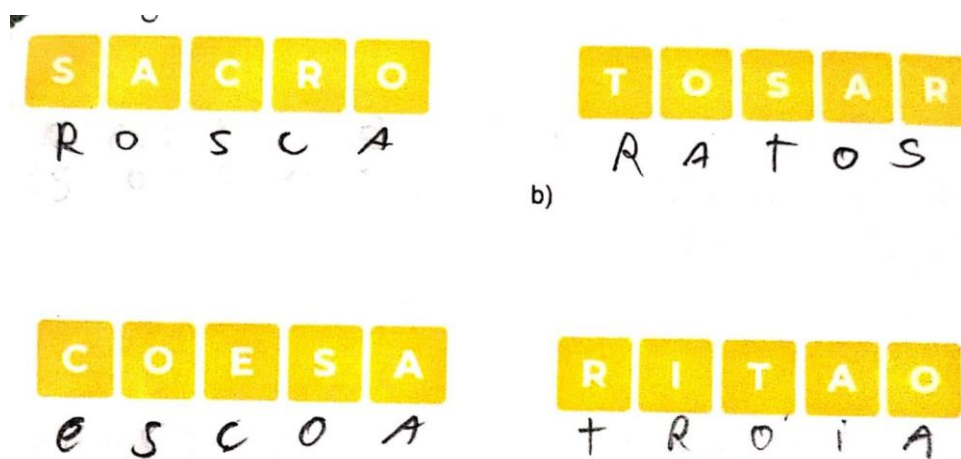
Imaginando essa como uma sequência de palavras em 5 dias seguidos, você alteraria as suas palavras de início? Explique sua resposta. Sim, uma melhor abordagem seria testar novas combinações de letras a partir do que já foi descoberto. - Letra "I" está correta. Após "reais", tentaria "sario" ou "Atisa" seriam mais úteis, assim alteraria as palavras iniciais aumentando a chance de chegar à solução mais rápido.
4) Veja as situações abaixo e indique possíveis resultados para essas palavras, listando-os:

Fonte: *Material da pesquisa (2024)*

O Problema 4 é o último diretamente relacionado ao jogo. Trata-se de diversas situações em que todas as letras estão amarelas, isto é, todas fazem parte da palavra. Os alunos devem, apenas, reordenar para criar o maior número de palavras possíveis. Um problema relativamente simples, que explora o vocabulário, além da capacidade de permutar as letras, explorando a análise combinatória.

Os alunos responderam de forma satisfatória ao exercício, mas com apenas uma palavra (figura 14), e não listando o máximo de palavras que conheciam. Provavelmente isso se deve pela falta de motivação causada pelo final do ano, mas, dada a complexidade de algumas das palavras, foi um resultado bastante satisfatório.

Figura 14: Resolução do problema 3 pelo aluno 4.1



Fonte: *Material da pesquisa (2024)*

Por fim, o Problema 5 traz a frequência em contextos diferentes. São problemas simples, que não precisam de uma interpretação muito grande, envolvendo mais cálculos. De modo geral, os alunos realizaram com alguma facilidade (ver figura 15), mas alguns não apresentaram um desenvolvimento. Um aluno não resolveu, por conta do tempo, já que não tinha vindo no primeiro dia.

Figura 15: Resolução do problema 1 pelo aluno 2.3

5. a) 35 100
 x 3250
 $100x = 35 \cdot 3250$
 $100x = 113750$
 $x = \frac{113750}{100} = 1137,5$

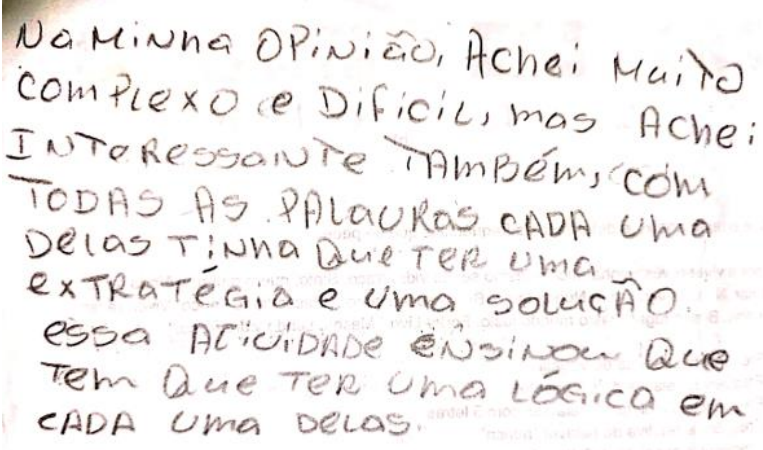
b) 75 100
 12 x
 $75x = 100 \cdot 12$
 $75x = 1200$
 $x = \frac{1200}{75}$
 $x = 16$

Fonte: *Material da pesquisa (2024)*

De modo geral, considerou-se o resultado dos novos problemas como relevante e satisfatório. Um ponto importante para a sequência seria ter um tempo para correção das atividades junto com os alunos, para esclarecer possíveis dúvidas. Além disso, se os problemas fossem trabalhados na semana após as discussões em aula, possivelmente eles teriam as ideias mais claras e, por consequência, maior entendimento das questões, além de uma motivação maior. Em relação às frequências, os alunos tiveram um desempenho satisfatório, mostrando destreza na resolução dos exercícios de forma correta. Nas questões envolvendo novas palavras, os estudantes também desenvolveram de forma bastante interessante, trazendo palavras diferentes e usando algumas estratégias desenvolvidas durante a aplicação. Por fim, os alunos apresentaram bons argumentos quando justificaram suas escolhas, apresentando questões discutidas em sala de aula nos demais momentos da aplicação.

Para finalizar, foi solicitado que os alunos, caso quisessem, escrevessem o que acharam da sequência didática. Há diferentes opiniões entre eles. Por um lado (figura 16), alguns alunos julgaram a atividade como difícil por exigir uma necessidade de justificar as suas escolhas. Isso mostra o potencial da sequência para suscitar reflexões sobre os conceitos e sobre a possibilidade de não existir apenas uma resposta correta em matemática.

Figura 16: Síntese sobre a pesquisa realizada pelo aluno 4.3

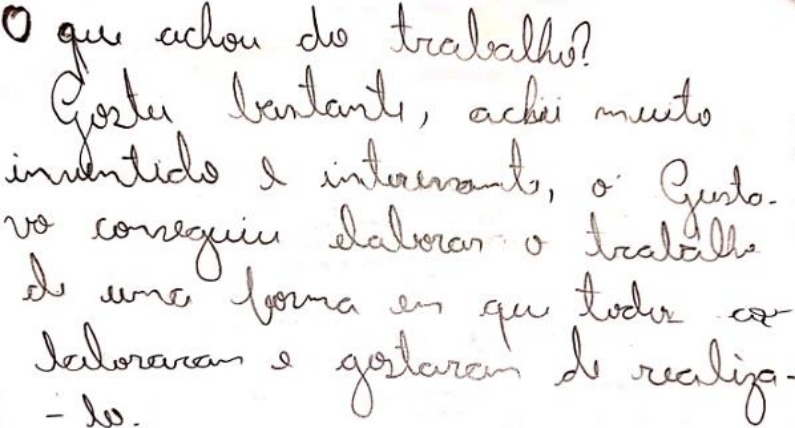


Na minha opinião, achei muito complexo e difícil, mas achei interessante também, com todas as palavras cada uma delas tinha que ter uma estratégia e uma solução. essa atividade ensinou que tem que ter uma lógica em cada uma delas.

Fonte: Material da pesquisa (2024)

Por outro lado (figura 17), alguns elogiaram a sequência, principalmente no que se refere à organização das atividades e às habilidades desenvolvidas na dinâmica. Um dos motivos exaltados é a colaboração entre os alunos, o que mostra que a estrutura da pesquisa ajudou o desenvolvimento dos conceitos, mas também desenvolveu habilidades coletivas, mostrando as vantagens do trabalho em grupo.

Figura 17 - Síntese sobre a pesquisa realizada pelo aluno 2.1



O que achou do trabalho?
Gostei bastante, achei muito interessante e divertido, o Gustavo conseguiu elaborar o trabalho de uma forma em que todos colaboraram e gostaram de realizá-lo.

Fonte: Material da pesquisa (2024)

5.6 ANÁLISE DA SEQUÊNCIA À LUZ DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO

A pesquisa em si sofreu mudanças significativas durante todo o processo. Na estruturação e no piloto, a ideia da pesquisa era ensinar os alunos a fazerem uma pesquisa quantitativa, passando pela ideia de como fazer a frequência de letras em

palavras ou frequência de palavras que possuem determinadas letras, podendo aparecer, também, algumas outras situações envolvendo probabilidade e amostragem. Isso foi evidenciado durante o processo, mas não foi explorada na sua totalidade. Ao longo da aplicação, é possível notar que foi muito mais significativo explorar outros aspectos.

Um dos desafios do produto didático sempre foi que, por se tratar de um jogo muito famoso, há diversos estudos estatísticos disponíveis na internet, trazendo resultados sobre as melhores palavras iniciais. Desta forma, fazer com que o aluno faça um levantamento das palavras e calcule as frequências pode acabar se caracterizando como um esforço “desnecessário”. Além disso, ter os dados prontos não caracteriza uma resposta imediata à pergunta, já que os alunos ainda teriam que descobrir o que fazer com essas informações, para determinar a melhor palavra possível.

Para explorar mais o processo de inferência a partir dessas informações, a pergunta norteadora da sequência não foi alterada, ainda questionando sobre uma melhor palavra inicial. A seguir, analisa-se os resultados obtidos sob a perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas.

Começando pela estrutura, a sequência didática está de acordo com o que foi proposto por Onuchic e Allevato (2011, p.83), que trouxeram no seu roteiro nove etapas, conforme detalhado na seção 2.2.1 deste trabalho. Começando pela “preparação do problema”, que fora pensada com antecedência e chegou bem definida para os alunos. Apesar de algumas mudanças no andamento da sequência didática e da pesquisa, o problema manteve-se sempre o mesmo, já que os conteúdos explorados não se alteraram desde o início.

Continuando pela “leitura individual e coletiva”, esta foi feita com a exploração do jogo nos grupos. Nela, os alunos ainda não sabiam qual era o problema, mas já estavam se familiarizando com o jogo e determinando estratégias para vencer, tanto de maneira individual quanto conversando com os colegas. Não foi exatamente uma leitura, mas foi uma imersão no problema, o que pode ter deixado mais clara a proposta da sequência.

Os processos de “resolução do problema” e “observação e incentivo” ficam bastante claros durante a pesquisa. Os alunos apresentaram, tanto nas discussões quanto nas opiniões sobre a sequência, o quanto mais fácil foi trabalhar por conta dos

grupos. Além disso, todos conseguiram resolver o problema, ainda que suas argumentações possam ter apresentado alguma confusão em determinado momento. O pesquisador buscou instigar os alunos durante todo o processo e isso ficou claro, baseado no engajamento que os alunos tiveram na primeira parte da pesquisa, principalmente em relação ao jogo.

O “processo de registros na lousa” relaciona-se com o relatório que cada grupo teve que fazer e, depois, explicar para os colegas durante a plenária. Por conta dos registros de áudio, foi feita apenas uma explicação oral. Apesar disso, os grupos pegaram referências entre si, cumprindo, portanto, o papel estipulado para essa etapa.

A “plenária” e a “busca do consenso” foram realizadas de maneira satisfatória, assim como a “formalização do conteúdo”. Destas, porém, a busca do consenso pode ser a que foi menos bem sucedida: ao serem solicitados para que escolhessem uma única palavra, os alunos optaram pela mais “exótica” ao invés da palavra mais relevante para o jogo. Ainda que a palavra não fosse ruim, com toda a certeza ela não foi a melhor, independente do critério que eles trouxeram. Porém, pensando na estrutura apenas, houve o consenso.

Pensando de modo geral, a estrutura da sequência está de acordo com o que Onuchic, Allevato (2011) e Pironel (2019) trazem no roteiro. Ainda que, em algumas situações, foi ajustada a forma de trabalho, todas as situações são visualizadas e os alunos sentiram os benefícios desta forma de trabalho, sendo a mais destacada o trabalho em grupo.

Pironel (2019, p.143) traz métodos de avaliação para essa estrutura, nos quais é possível verificar se o aluno está compreendendo de fato aquilo que foi proposto e se está fazendo sentido para ele. Cada etapa de avaliação está associada a uma etapa da estrutura do projeto.

Começando pela compreensão do problema, pode-se afirmar que esse critério está diretamente associado com a apresentação do jogo e os primeiros momentos de pesquisa. A pesquisa só fará sentido, inclusive, se o aluno estiver com a certeza de qual objetivo ele quer alcançar. Durante as observações, notou-se os alunos muito “afoitos” para resolver o problema, até de maneira correta, mas com alguma dificuldade em explicar e justificar suas estratégias. Eles, porém, entenderam que o objetivo era encontrar a melhor palavra ou uma melhor estratégia para essa busca. Ao longo da pesquisa eles foram apropriando-se mais de como resolver esse problema.

A segunda habilidade a ser avaliada é a separação das variáveis e o uso das ferramentas. Pensando em separação de variáveis, os alunos entenderam que as letras tinham influência na composição da melhor palavra e, portanto, este era o caminho a ser trabalhado. Porém, no uso de ferramentas, mesmo tendo acesso ao notebook, alguns grupos pesquisaram muitas coisas, mas não sabiam muito bem o que fazer com isso. Dois grupos já se mostravam adiantados em relação ao que deveriam pesquisar e como deveriam lidar com as informações obtidas, mas outros dois grupos começaram perdidos, sem saber por onde começar. Assim, é possível concluir que o uso de ferramentas não começou da forma mais adequada, mas que foi se desenvolvendo aos poucos, durante a pesquisa.

Partindo para a parte de “operalização”, pode-se dizer que ela não está relacionada diretamente a cálculos. Alguns grupos utilizaram informações de artigos ou basearam seus argumentos em regras da língua portuguesa. Um grupo, apenas, usou uma estratégia baseada em observações dos jogos e frequências. Nesse processo é possível ver uma operalização bem-feita durante algumas aulas, registrando de maneira correta, fazendo boas comparações entre os resultados e construindo de forma satisfatória um argumento baseado nas suas observações. De modo geral, tratando a construção do argumento como “operalização”, é possível verificar que foi desenvolvido de forma coerente em sua maioria, ainda que não tenha sido algo bem compreendido no início, muito por conta de não ser uma habilidade comum aos alunos.

Pensando na razoabilidade das respostas, acredita-se que seja a principal habilidade estimulada. De fato, apenas um grupo não apresentou bons argumentos nem respostas adequadas. Os demais foram coerentes com aquilo que apresentaram. A parte negativa, talvez, dessa habilidade, foi a resposta que eles definiram como a melhor palavra entre todas. Nesse caso, os alunos optaram pela palavra mais engraçada e não pela mais eficiente. Apesar disso, observou-se os mais dedicados e focados na atividade. Como última habilidade, a construção dos significados dos conceitos, ficou muito restrita ao encontro da plenária. Durante este encontro, a participação dos alunos, ou da maioria deles, foi bastante relevante para a construção dos conceitos discutidos em aula, mas talvez, por não explorar esses conceitos em outros contextos e nem os utilizar por duas semanas seguidas, acabou se perdendo um pouco quando aplicada a atividade com novos problemas. Claro que, após lembrar esses conceitos, eles conseguiram desenvolver as atividades de maneira

adequada, principalmente aqueles que se empenharam durante todo o processo, mas esse intervalo sem trabalhar nas atividades acabou atrapalhando.

A sequência convida os alunos a construir hipóteses para a sua resposta, seja na procura da palavra ou na sua argumentação. Os grupos foram por diferentes caminhos e soluções, além de não apresentarem resposta repetida. Seus argumentos foram desde relações com a estrutura da língua portuguesa, passando pela frequência de letras, até testagem sistemática de resultados das palavras no jogo e, ainda assim, todas possuíam uma coerência estando, assim, corretas. De fato, poderiam existir mais momentos ou maiores explorações, mas isso pode ter se dado por fatores alheios à sequência, que possibilita fazer uma exploração aprofundada em outros conceitos presentes. Por fim, a sequência estimulou a autonomia dos alunos na construção do conhecimento, promovendo uma postura investigativa e reflexiva. Além disso, favoreceu o desenvolvimento de habilidades de argumentação e de pensamento crítico, aspectos fundamentais nesse paradigma, que valoriza a exploração e a validação de ideias por parte dos estudantes.

Em síntese, podemos observar que a estrutura foi seguida conforme Onuchic e Allevato (2011) propõem. Pela análise de avaliação de Pironel (2019), é possível verificar esses pontos na sequência didática e analisar de acordo com o que o autor propõe.

6 CONCLUSÕES

Esse trabalho teve como problema de pesquisa “De que forma pode-se explorar o letramento estatístico a partir do jogo *Wordle* através da resolução de problemas?” e, para responder essa pergunta, foi elaborada uma sequência didática baseada no jogo em questão e em como potencializar as chances de ganhar esse jogo. Estruturou-se, então, a sequência baseada na “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas”, proposta por Onuchic e Allevato (2011) e explorada por Pironel (2019), a qual foi aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio, formando grupos heterogêneos e explorando diferentes habilidades, como pesquisa, interpretação de dados, criação de uma argumentação, explanação e análise das diferentes estratégias e construção dos conceitos matemáticos baseado nessas estratégias.

A análise dos relatórios e observações de campo indica que três dos quatro grupos desenvolveram argumentações coerentes com os critérios estabelecidos, conforme detalhado na seção 5.4, seja ela baseada em frequência ou não. Os conceitos explorados durante a plenária foram apresentados de maneira clara e bem aplicada, ainda que após duas semanas da plenária. Mesmo não estando acostumados com elementos de uma metodologia mais ativa e uma independência maior para a resolução de um problema, os alunos se saíram bem, apresentando momentos de dúvidas, naturais por conta da falta de costume, mas houve momentos de criatividade e protagonismo. Outro fator que influenciou na aplicação da atividade foi a aderência ao projeto. Isso foi visível quando os grupos mais motivados aplicaram bons métodos para resolver o problema, enquanto outros, com menor motivação, apresentaram respostas confusas ou contraditórias, justamente por terem realizado a atividade sem comprometimento ou por não terem focado em momentos importantes da pesquisa e da plenária. Assim, ainda que parta de um jogo, isso não é suficiente para que realmente produzam um bom trabalho, pois, por mais interessante que seja a sequência e por mais próxima que esteja do cotidiano deles, é necessário pensar em formas mais eficazes de explorá-la, corroborando o que afirmam Onuchic e Allevato (2011), destacando que cabe ao professor selecionar ou elaborar problemas adequados aos conteúdos que pretende trabalhar e incentivar os alunos a assumirem um papel mais

ativo no processo de aprendizagem, o que demanda mudanças de postura de ambas as partes.

Como professor dos alunos participantes da pesquisa durante três anos, o pesquisador observa que muitos demonstraram habilidades que não haviam apresentado em anos anteriores, motivados talvez pelo desafio completamente diferente do que costumavam enfrentar. Por se tratar de uma turma que estava em uma trilha de ciências humanas, os resultados podem ser considerados ainda melhores, já que alguns escolheram essas trilhas justamente por não se enxergarem com muitas habilidades em matemática ou até mesmo por não gostarem da disciplina.

A sequência indica potencial para ser ainda mais eficaz com alunos de outros anos, especialmente no Ensino Fundamental, já que algumas habilidades da BNCC envolvem estudo de frequência e pesquisas estatísticas. Trabalhar desde os anos finais do fundamental com a capacidade de argumentar a partir de dados de diferentes fontes, assim como introduzir conceitos de frequência relativa, porcentagem e probabilidade desde cedo, pode contribuir para o desenvolvimento dos alunos em matemática. Além disso, a curiosidade natural das crianças pode levar a sequência didática por caminhos inesperados.

Um ponto a ser discutido é a 'liberdade' da sequência, ou seja, os alunos agindo por intuição e estratégias próprias, em vez de seguir um passo a passo. Isso fez com que eles iniciassem a atividade um pouco perdidos, sem saber por onde começar. Por outro lado, a ausência de etapas fixas pode ter motivado ou, ao menos, desafiado os estudantes. Dessa maneira, os alunos foram levados a discutir entre si, trocar ideias, elaborar estratégias e verificar, junto aos colegas ou ao professor, a validade de seus argumentos, o que permitiu que vivenciassem sua própria aprendizagem e potencialmente desenvolvessem maior interesse pelas aulas. Em contrapartida, embora a ausência de roteirização possa motivar os alunos, ela também pode gerar confusão em relação ao problema proposto, possibilitando, então, especialmente para estudantes com maior dificuldade na disciplina, um risco de distanciamento da matemática. Além disso, se o aluno apresenta dificuldades de interação com os colegas e não consegue trabalhar em grupo por qualquer motivo, a sequência pode se tornar ainda mais desafiadora.

Fazendo um balanço sobre a roteirização, acredita-se que há mais pontos positivos do que negativos, principalmente no trabalho em grupo. Além disso, o aluno

pode se tornar mais aberto ao erro, uma vez que é responsável pelo desenvolvimento da pesquisa e podem existir aspectos em que a ideia não agregou à atividade, necessitando revisitar a pesquisa e os seus resultados. Fazendo uma relação com a metodologia de pesquisa, o aluno dá indícios de uma “pesquisa-ação”, verificando os dados, fazendo uma análise deles, seja esta feita pelo professor ou pelos próprios alunos, e reaplicando seus métodos, buscando resultados mais consistentes ou adequados.

Os alunos também classificaram como uma experiência boa, que possibilitou aprender conceitos e desenvolver habilidades novas de um modo diferente. Outro ponto apresentado foi a forma de trabalho durante a pesquisa, que possibilitou uma participação de todos os integrantes do grupo, o que facilitou no trabalho de todos, e o tornou mais prazeroso. Foi possível perceber, ao longo da apresentação, que, de modo geral, os estudantes gostaram da proposta.

O cronograma de aplicação da sequência foi um ponto negativo. A sucessão de feriados entre a plenária e os demais problemas, além de diversos movimentos na escola alheios à aplicação, mas de extrema importância para os alunos, acabou atrapalhando a continuidade, além da assiduidade dos participantes. Talvez, se a aplicação fosse mais cedo, sem que houvesse preocupações com provas finais e a mostra científica da escola, eles estivessem mais engajados e, talvez, seria possível explorar muito mais conceitos durante as aulas. Apesar do bom desempenho dos alunos durante o desenvolvimento da sequência didática, não foi possível desenvolver o tanto quanto poderia. Além disso, os grupos poderiam ter sido melhor organizados em relação a afinidade entre os colegas. Apesar de alguns grupos apresentarem resultados excelentes e produzirem pesquisas de qualidade, outros não conseguiram se engajar plenamente, possivelmente devido à falta de proximidade entre os integrantes ou a questões pessoais.

6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho buscou elaborar uma forma mais interessante, divertida e eficiente de trabalhar o letramento estatístico, lembrando alguns conceitos, como o de frequência, além de estimular a capacidade de argumentação. Voltado para a disciplina de resolução de problemas, procura também desenvolver nos alunos a habilidade de investigação dentro dos problemas, potencializando a análise e

separação de variáveis, o que pode auxiliar no desempenho em provas de seleção, como o ENEM. Mais do que isso, o trabalho tem potencial para explorar diversas outras habilidades e conteúdos além daqueles trabalhados na sequência didática:

- Probabilidade: Um assunto possível para abordar com os alunos é a probabilidade, já que é possível questionar “Qual é a chance da letra na 3ª posição ser A?” ou ainda “Qual a chance da palavra ter a letra C?”. Apesar de um pouco amplo, é possível trabalhar com a ideia da definição clássica de probabilidade, ainda que para introduzir o conteúdo. Para professores que possuem maior conhecimento em programação, talvez seja mais fácil pensar em uma atividade mais voltada para isso, com algum software de contagem de frequências ou algo semelhante.
- Análise Combinatória: Ainda que de alguma forma explorada na atividade dos novos problemas, o conceito não foi trabalhado em sala de aula. Torna-se bastante simples explorá-lo, seja na própria atividade proposta nesse trabalho, utilizando as “letras amarelas”, ou ainda questionando: “E se as palavras não precisassem existir na língua portuguesa?”. Talvez, seja a forma mais fácil de trabalhar conceitos de combinatória, principalmente Permutação e Arranjo.
- Conjuntos e operações com conjuntos: É possível usar o jogo e a ideia da atividade como um problema para trabalhar interseção de conjuntos e conjuntos mutuamente exclusivos, em especial, para explicar justamente como funciona a pergunta: “Porque a soma das frequências das letras nas palavras dá menos de 100% e a soma das frequências das palavras com determinada letra dá mais que 100%”.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMORIM, Vitor; MOZER, Grazielle. *Probabilidade além da combinatória: tópicos e problemas reais com foco no raciocínio probabilístico*. 1. ed. Rio de Janeiro: Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica, 2020. ISBN 978-65-88013-10-6.

BARBOSA, Pedro Vítor dos Santos; CAMPOS, Joelson da Cruz. Utilizando a matemática para obter uma maior chance de vitória no jogo Termo. In: CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. *Anais do VIII Congresso Nacional de Educação*, 2022.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática; orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 2002.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

DE LIMA, Ana Clavia Oliveira; NEGRÃO, Felipe da Costa. O uso de jogos eletrônicos no processo de ensino e aprendizagem da matemática. *Revista Docência e Cibercultura*, v. 6, n. 1, p. 1–16, 2022.

IEZZI, Gelson et al. *Fundamentos de matemática elementar: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva*. v. 11. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

JACOBSEN, Daniela Renata; MAFFEI, Letícia de Queiroz; SPEROTTO, Rosária Ilgenfritz. Jogos eletrônicos: um artefato tecnológico para o ensino e para a aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. *Anais...* Curitiba: Universidade Federal de Pelotas, 2013. p. 1–14.

MENEZES, Sabrina da Silva. O jogo Senha sob a perspectiva da metodologia resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de análise combinatória e probabilidade na EJA. 2023. 113 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Campos dos Goytacazes, RJ, 2023.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011.

PIRONEL, Márcio. Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação. 2019. 296 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus Rio Claro, 2019.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. *Caderno de aprofundamento ENEM: resolução de problemas*. Porto Alegre: SEDUC-RS, 2024.

ROSA, Cleci Teresinha Werner de; BATISTA, Michel Corci. A pesquisa e os produtos educacionais nos programas profissionais. In: ROSA, Cleci Teresinha Werner de (Org.). *Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências*. 2. ed. Ponta Grossa, PR: Atena, 2023.

ROSSINI, Maria Clara. O que explica a popularidade do “Wordle”, jogo recém-comprado pelo The New York Times. *SuperInteressante*, 1 fev. 2022. Disponível em: <https://super.abril.com.br/cultura/o-que-explica-a-popularidade-do-wordle-jogo-recem-comprado-pelo-the-new-york-times>. Acesso em: abr. 2024.

SEARA, Izabel Christine; NUNES, Vanessa Gonzaga; LAZZAROTTO-VOLCÃO, Cristiane. *Fonética e fonologia do português brasileiro: 2º período*. Florianópolis: LLV/CCE/UFSC, 2011. 119 p. ISBN 978-85-61482-38-1.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, v. 31, p. 443–466, 2005.

WALLMAN, K. K. Enhancing statistical literacy: enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, v. 88, n. 421, p. 1–8, 1993.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Carta de Anuência

TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Eu, _____, diretor(a) da Escola _____, localizada em _____, autorizo a realização da pesquisa intitulada “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”, a ser conduzido pelo(s) pesquisador(es) abaixo relacionados.

Fui informado pelo responsável do estudo sobre objetivos, metodologia, riscos e benefícios aos participantes da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual represento.

Foi assegurado pelo pesquisador responsável que os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo de acordo com a Resolução do Conselho Nacional de Saúde nº 466/2012, que trata da Pesquisa envolvendo seres humanos e que serão utilizados tão somente para a realização deste estudo. Serão, ainda, observadas na íntegra, as disposições constantes na Lei Geral de Proteção de Dados nº 13.709/2018, no tocante à preservação da confidencialidade de todas as informações pessoais coletadas, que serão utilizadas unicamente para atender à finalidade específica da pesquisa, sendo realizada, sempre que possível, a anonimização de eventuais dados pessoais sensíveis.

Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Esta autorização está condicionada à aprovação prévia da pesquisa acima citada por um Comitê de Ética em Pesquisa e ao cumprimento das determinações éticas das Resoluções nº 466/2012 ou 510/2016 - Conselho Nacional de Saúde/Ministério da Saúde e suas complementares.

O descumprimento desses condicionamentos assegura-me o direito de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa.

Cidade, x de xx de 2024.

Assinatura e carimbo do responsável institucional

Cargo que ocupa na instituição

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, consultar:

CEP/IFRS

E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

Pesquisador(a) principal: Mestrando(a) Gustavo Broilo

Telefone para contato:

E-mail para contato:

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, consultar:

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Pais ou Responsáveis

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – IFRS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPI
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PAIS OU RESPONSÁVEIS

Prezado (a) Senhor (a):

Seu filho(a) está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa intitulado: “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”. Este projeto está vinculado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – Campus Canoas. Nessa pesquisa pretendemos validar uma forma de estudar conceitos estatísticos, baseado na metodologia de resolução de problemas, através do jogo “Wordle”.

A pesquisa será feita no/a Escola Técnica Estadual Bernardo Vieira de Mello, e deverá durar em torno de quatro (4) semanas com início previsto para o dia 06/09/2024 e término previsto para o dia 27/09/2024, na qual acontecerá durante as aulas de Resolução de Problemas e se dará através de através de uma sequência didática. Para a coleta de dados será utilizado/a falas, observações e atitudes frente ao problema. A participação do seu/sua representado(a) será gravada por áudio, apenas para o uso na pesquisa, sem a divulgação de nome, apenas com transcrição de falas consideradas interessantes.

A sua participação na pesquisa pode ter alguns riscos, como algum desconforto por conta da participação em grupo e algum tipo de cansaço psicológico pela atividade. A participação nesta pesquisa não traz complicações legais de nenhuma ordem. Os procedimentos utilizados obedecem aos critérios da ética na Pesquisa com Seres Humanos, conforme resoluções 411/12 e a 510/16 do Conselho Nacional de saúde e nenhum desses procedimentos oferece riscos à dignidade do participante, porém caso o participante necessite, ele poderá ser encaminhado a equipe de orientação da escola, a fim de receber o acompanhamento necessário. Além disso, diante de qualquer tipo de questionamento ou dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato imediato com o pesquisador responsável pelo estudo.

A sua participação na pesquisa poderá ter benefícios diretos, como aulas descontraídas, desenvolvimento de habilidades através do trabalho em grupo e o desenvolvimento de habilidades matemáticas referente à estatística, por isso a importância da sua participação.

As informações e os dados que você informar para esta pesquisa serão mantidos confidenciais, não havendo nenhuma identificação sua ou de sua família, portanto o pesquisador se responsabiliza pelos cuidados em preservar a sua identidade e os seus dados. Todos os registros da pesquisa estarão sob a guarda do pesquisador em um HD externo em lugar seguro de violação, pelo período mínimo de 05 (cinco) anos e após esse prazo, os mesmos serão destruídos

Os resultados da pesquisa vão ser divulgados através da escrita da dissertação, com toda a relação entre os dados obtidos e o referencial teórico levantado. Estará

disponível no portal de dissertações do PROFMAT.

Ao participar desta pesquisa, saiba que você tem direito:

- de retirar o seu consentimento, a qualquer momento, sem que isso traga qualquer prejuízo ao seu representado;
- a não ser identificado e que as informações relacionadas à privacidade são confidenciais;
- de ter acesso às informações em todas as etapas do estudo, bem como aos resultados, ainda que isso possa afetar seu interesse em continuar participando da pesquisa;
- de não ter despesas ou ônus financeiro relacionado à participação nesse estudo;
- de que, caso tenha despesas (e de seu acompanhante, se aplicável) relacionadas à participação na pesquisa, terá direito a compensação material das mesmas;
- de se recusar a responder qualquer pergunta que julgar constrangedora ou inadequada.
- de que serão mantidos todos os preceitos ético-legais durante e após o término da pesquisa, de acordo com a Resoluções 466/2012, 510/2016 e outras do Conselho Nacional de Saúde relacionadas à ética em pesquisa.

=====

Concordo em autorizar a participação do meu representado na pesquisa intitulada: “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”.

Recebi uma via assinada e rubricada deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Cidade, ____ de _____ de _____.

Nome e Assinatura do(a) participante

Nome do(a) Mestrando(a)

Table 2.

Contato do pesquisador

Nome: Gustavo Broilo

Instituição: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)

Telefone:

E-mail:

Nome: Dra. Carina Loureiro Andrade

Instituição: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)

Telefone:

E-mail:

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, por favor consulte o **Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)** responsável pela avaliação. Um CEP é um colegiado interdisciplinar e independente, de relevância pública, de caráter consultivo, deliberativo e educativo, que tem como objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

CEP/IFRS - E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

APÊNDICE C – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – IFRS

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPPi

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa intitulado: “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”. Seus pais/responsáveis concordaram com a sua participação. Se você quiser participar, vamos te explicar como será essa pesquisa. Se você não quiser participar, não tem problema, não vai ter nenhum prejuízo para você ou para os seus pais.

Este projeto está vinculado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da instituição Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS). Nessa pesquisa pretendemos explorar uma forma mais agradável de trabalhar os conceitos de estatística através do jogo “Wordle”.

A pesquisa será feita no/a Escola Técnica Estadual Bernardo Vieira de Mello, e deverá durar em torno de quatro (4) semanas, através de uma sequência didática. Para a coleta de dados será utilizado/a falas, observações e atitudes frente ao problema. A sua participação será gravada por áudio, , apenas para o uso na pesquisa, sem a divulgação de nome, apenas com transcrição de falas consideradas interessantes.

A sua participação na pesquisa pode ter alguns riscos, como algum desconforto por conta da participação em grupo e algum tipo de cansaço psicológico pela atividade. A participação nesta pesquisa não traz complicações legais de nenhuma ordem. Os procedimentos utilizados obedecem aos critérios da ética na Pesquisa com Seres Humanos, conforme resoluções 411/12 e a 510/16 do Conselho Nacional de saúde e nenhum desses procedimentos oferece riscos à dignidade do participante. Caso seja necessário, você poderá ser encaminhado(a) para a orientação da escola, a fim de receber o acompanhamento necessário. Além disso, diante de qualquer tipo de questionamento ou dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato imediato com o pesquisador responsável pelo estudo.

A sua participação na pesquisa poderá ter benefícios diretos, como aulas descontraídas, desenvolvimento de habilidades através do trabalho em grupo e o desenvolvimento de habilidades matemáticas referente à estatística, por isso a importância da sua participação.

As informações e os dados que você informar para esta pesquisa serão mantidos confidenciais, não haverá nenhuma identificação sua ou de sua família. O/A

pesquisador(a) se responsabiliza pelos cuidados em preservar a sua identidade e os seus dados.

Os resultados da pesquisa vão ser divulgados através da escrita da dissertação, com toda a relação entre os dados obtidos e o referencial teórico levantado. Estará disponível no portal de dissertações do PROFMAT.

=====

=====

Concordo em participar da pesquisa intitulada: “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”.

Recebi uma via assinada e rubricada deste termo de consentimento.

Local, ____ de _____ de _____.

Nome e Assinatura do(a) participante

Nome e Assinatura do(a) pesquisador(a)

Contato do pesquisador:

Nome: Gustavo Broilo

Instituição: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)

Telefone:

E-mail:

Nome: Dra. Carina Loureiro Andrade

Instituição: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)

Telefone:

E-mail:

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, por favor consulte o

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) responsável pela avaliação. Um CEP é um colegiado interdisciplinar e independente, de relevância pública, de caráter consultivo, deliberativo e educativo, que tem como objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

CEP/IFRS

E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

APÊNDICE D - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – IFRS

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPP

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa intitulado: “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”. Seus pais/responsáveis concordaram com a sua participação. Se você quiser participar, vamos te explicar como será essa pesquisa. Se você não quiser participar, não tem problema, não vai ter nenhum prejuízo para você ou para os seus pais.

Este projeto está vinculado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da instituição Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS). Nessa pesquisa pretendemos explorar uma forma mais agradável de trabalhar os conceitos de estatística através do jogo “Wordle”.

A pesquisa será feita no/a Escola _____, e deverá durar em torno de quatro (4) semanas, através de uma sequência didática. Para a coleta de dados será utilizado/a falas, observações e atitudes frente ao problema. A sua participação será gravada por áudio, , apenas para o uso na pesquisa, sem a divulgação de nome, apenas com transcrição de falas consideradas interessantes.

A sua participação na pesquisa pode ter alguns riscos, como algum desconforto por conta da participação em grupo e algum tipo de cansaço psicológico pela atividade. A participação nesta pesquisa não traz complicações legais de nenhuma ordem. Os procedimentos utilizados obedecem aos critérios da ética na Pesquisa com Seres Humanos, conforme resoluções 411/12 e a 510/16 do Conselho Nacional de saúde e nenhum desses procedimentos oferece riscos à dignidade do participante. Caso seja necessário, você poderá ser encaminhado(a) para a orientação da escola, a fim de receber o acompanhamento necessário. Além disso, diante de qualquer tipo de questionamento ou dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato imediato com o pesquisador responsável pelo estudo.

A sua participação na pesquisa poderá ter benefícios diretos, como aulas descontraídas, desenvolvimento de habilidades através do trabalho em grupo e o desenvolvimento de habilidades matemáticas referente à estatística, por isso a importância da sua participação.

As informações e os dados que você informar para esta pesquisa serão mantidos confidenciais, não haverá nenhuma identificação sua ou de sua família. O/A pesquisador(a) se responsabiliza pelos cuidados em preservar a sua identidade e os seus dados.

O participante pode cancelar sua participação a qualquer momento. Caso você queira deixar de participar da pesquisa, isso será feito imediatamente. Sua produção em aula não será usada na pesquisa e, como é um conceito que faz parte do planejamento em sala de aula, você sairá do grupo em que estava e trabalhará com um grupo que não está com os dados sendo coletados. Não haverá a necessidade de expor as suas ideias dentro do período e você não precisará se preocupar com os seus dados pessoais e dados produzidos durante a pesquisa, pois estes serão desconsiderados.

Os resultados da pesquisa vão ser divulgados através da escrita da dissertação, com toda a relação entre os dados obtidos e o referencial teórico levantado. Estará disponível no portal de dissertações do PROFMAT.

=====

Concordo em participar da pesquisa intitulada: “Um estudo matemático sobre o jogo Wordle através da resolução de problemas”.

Recebi uma via assinada e rubricada deste termo de consentimento.

Local, ____ de _____ de _____.

Nome e Assinatura do(a) participante

Nome e Assinatura do(a) pesquisador(a)

Contato do pesquisador:

Nome: Gustavo Broilo

Instituição: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)

Telefone: (51) 98435-5789

E-mail: gustavobroilo@hotmail.com

Nome: Dra. Carina Loureiro Andrade

Instituição: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)

Telefone: (51) 982967699

E-mail: carina.andrade@canoas.ifrs.edu.br

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, por favor consulte o

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) responsável pela avaliação. Um CEP é um colegiado interdisciplinar e independente, de relevância pública, de caráter consultivo, deliberativo e educativo, que tem como objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

CEP/IFRS

E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

ANEXO A - Lista com novos problemas:

A partir da discussão em sala de aula sobre o jogo, indique qual será a próxima palavra que você usaria, justificando a sua decisão:

a)

V	E	R	S	O

b)

G	L	O	B	O
A	M	I	G	O

c)

C	A	L	V	O
V	O	Z	E	S

d)

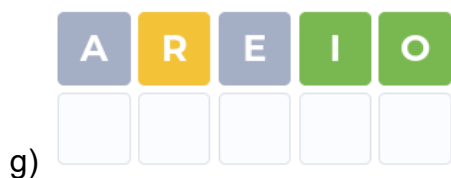
B	O	C	A	L
L	E	N	T	O

e)

G	E	R	A	L
D	I	S	C	O
P	U	L	A	R
M	A	T	A	R

f)

F	I	L	H	O
D	E	N	S	O
C	A	N	T	O

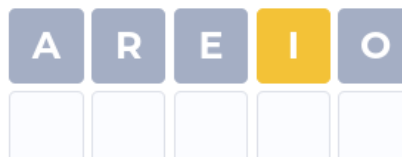
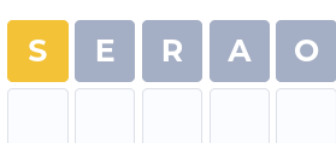


2) Analise o texto abaixo e determina as frequências que se pede

“Dúbio seria viver revés minha ética, mesmo sendo vidro fraco. Sinto, quero muito... Ainda tento. Posso lutar. Nunca viajo firme. Nunca tanto. Breve sonho claro... Passo firme vence. Viver, rezar... Nunca parar. Busco lugar. Vasto mundo justo. Forte! Livre! Mesmo sendo vidro fraco.”

- a) Frequência absoluta de vogais
- b) Frequência relativa de consoantes
- c) Frequência absoluta de palavras com 5 letras
- d) Frequência relativa da palavra “nunca”
- e) Frequência absoluta da letra “v”
- f) Você acha interessante usar essas palavras para definir a frequência das letras em todas palavras de cinco letras? Justifique sua respostas

3) Veja os cenários abaixo:



Imaginando essa como uma sequência de palavras em 5 dias seguidos, você alteraria as suas palavras de início? Explique sua resposta

4) Veja as situações abaixo e indique possíveis resultados para essas palavras, listando-os:

a) SACRO

b) TOSAR

c) COESA

d) RITAO

5) Utilizando os conceitos desenvolvidos durante o processo, responda as perguntas abaixo:

- a) “Cerca de 35% das pessoas que possuem conta em redes sociais não consegue usar planilhas online.” Se a pesquisa foi realizada com 3250 pessoas, quantas não conseguem utilizar as planilhas?
- b) “Das cobranças de pênalti de Luis Suárez, 12 cobranças foram convertidas, totalizando um percentual de 75% das cobranças”. Quantos pênaltis o jogador cobrou?