

# *Implementação Digital de um Controlador PID em uma Bancada Didática de Controle de Nível de Fluido*

Everton Leno Santos Scheibler<sup>1</sup>, Ivan Jorge Gabe<sup>2</sup>  
 TCC2 - Curso de Engenharia de Controle e Automação  
 Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – Câmpus Farroupilha  
 Farroupilha, Brasil  
 Discente<sup>1</sup>, Orientador<sup>2</sup>  
 xlenuhx@gmail.com, ivan.gabe@farroupilha.ifrs.edu.br

**Resumo** — O controle do nível ou vazão de fluidos está presente em diversos processos da indústria, além de ser uma implementação típica utilizada para o ensino de teoria de controle, por apresentar vários elementos importantes de uma malha de controle em uma escala de tempo que permite a visualização e entendimento do estudante de engenharia. Este artigo tem como objetivo de implementar um controlador digital PID em uma bancada didática de controle de nível de fluido baseada no controle da vazão através da medição do nível de dois tanques utilizando sensores ultrassônicos, sensores de vazão e uma bomba d'água ligados a um microcontrolador do tipo arduino. A interface do sistema é realizada com um supervisor Elipse E3 que permite a comparação dos resultados através da exportação de relatórios e gráficos com o projeto realizado utilizando a ferramenta sisotool do software Matlab. Este projeto é desenvolvido dentro do Trabalho de Conclusão II do Curso de Engenharia de Controle e Automação do IFRS - Campus Farroupilha.

**Palavras-chave** — controle de nível de fluido; controlador PID; sistemas de controle; bancada didática.

## I. INTRODUÇÃO

É de grande importância que alunos tenham experiências práticas nas disciplinas de controle na engenharia, além das aulas tradicionais com fundamentação teórica e simulações dos sistemas. Apenas através do estudo prático os alunos podem assimilar as vantagens e limitações que serão encontradas no desenvolvimento de sistemas de controle [1].

O sistema proposto neste trabalho de conclusão de curso, diferente do controle contínuo que envolve controladores analógicos como amplificadores operacionais, baseia-se no controle discreto onde são utilizados microcontroladores ou CLP's. Estes controladores são mais flexíveis permitindo alterações sem modificação do hardware observado as limitações do processador [2].

Para simular o sistema e estimar seu comportamento é preciso representá-lo por um modelo matemático. Com o método de representação em espaço de estados se obtém as matrizes que representam o sistema físico da bancada de nível de fluido. Com base neste modelo e nos requisitos de resposta da malha de controle é possível projetar um controlador que atenda estas especificações. Nas aplicações que utilizam microcontroladores, existe a necessidade da discretização do controlador projetado em tempo contínuo.

Utilizando métodos adequados de discretização, é possível obter o controlador PID discreto já adequado para a inserção no microcontrolador. Sendo assim é possível verificar se o comportamento esperado do modelo está condizente com o obtido na bancada.

O objetivo deste trabalho é validar o controlador PID projetado em ambiente Matlab, através do desenvolvimento de uma bancada de controle de nível utilizando uma bomba de água de corrente contínua (CC) com vazão de aproximadamente 12 L/min, sensores ultrassônicos, um arduino mega, sensores de fluxo em malha fechada com uma interface desenvolvida no software de supervisão Elipse E3.

Um dos pontos importantes é possibilitar ao aluno a experiência da implementação digital, diretamente no microcontrolador, da lei de controle PID projetada para a planta, aprofundando assim o entendimento de vários aspectos de sistemas de controle.

## II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Existem inúmeros trabalhos que descrevem bancadas de nível de fluido para fins de ensino. Nesta seção serão descritos dois trabalhos distintos, que foram utilizados como referência para o desenvolvimento deste artigo. A bancada desenvolvida no trabalho de fim de curso de graduação [1], baseia-se num

sistema de tanques acoplados como pode ser observado na Fig.1. Esta bancada possui dois tanques de acrílico com dimensões 6,0 x 25,4 x 22,0 cm e um reservatório com capacidade para aproximadamente 7 litros [1].

A vazão entre o tanque um e dois ( $q_{12}$ ) se dá por meio de uma ranhura de 2 mm de espessura funcionando como uma válvula. O primeiro tanque possui dois furos para conectar os atuadores do sistema  $q_i(+)$  e  $q_i(-)$ . Já no segundo tanque há um furo de 6 mm de diâmetro, que funciona como uma válvula fixa de saída  $q_o$ . Existem nos dois tanques um furo na parte superior próximo a lateral direita dos tanques, a fim de criar uma saturação de altura, para que a água escape por este duto caso o nível chegue a este limite. Os detalhes podem ser vistos na Fig.2 [1].

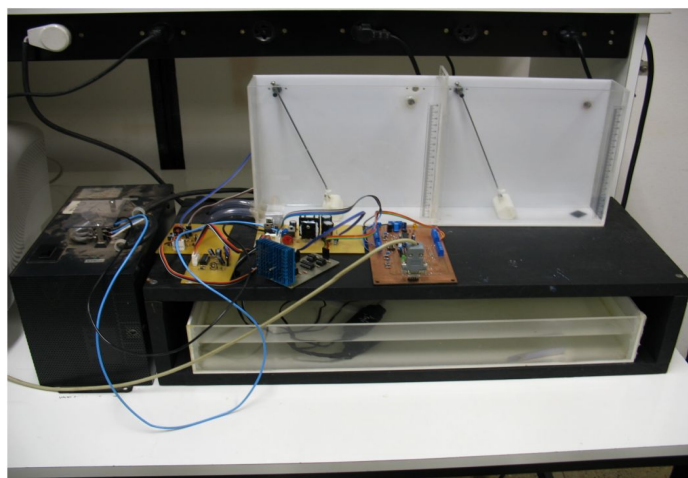


Fig. 1. Sistema de tanques acoplados [1]

Para compreender o melhor o sistema pode-se observar a Fig.2 que contém o esquema utilizado pelo autor para fazer a modelagem e na Tabela I as variáveis consideradas.

Os sensores de nível instalados na bancada são potenciômetros lineares rotativos com resistência nominal de  $1k\Omega$ . Cada potenciômetro possui uma haste metálica que o liga a uma pequena bóia de tanque de combustível, permitindo, assim, alterações no valor de resistência à medida que o nível de água no tanque é alterado [1].

Quanto aos atuadores do sistema o autor decidiu por uma bomba que pode variar entre 0 e 12 VCC, com uma solicitação de corrente de aproximadamente 3,5 A no máximo valor de tensão. Devido à atenuação dos componentes de alta frequência da tensão de entrada, que faz com que o sinal aplicado seja efetivamente o valor médio. Esta propriedade possibilita a utilização de módulos de modulação de largura de pulso (PWM) existentes nos microcontroladores [1].

Tabela I - Variáveis do sistema [1]

	O que a variável representa	Unidade
$q_i$	Vazão de entrada do sistema, no tanque 1	$cm^3/s$
$q_o$	Vazão de saída do sistema, no tanque 2	$cm^3/s$
$q_{12}$	Vazão entre tanque 1 e tanque 2	$cm^3/s$
$h_1$	Altura do tanque 1	cm
$h_2$	Altura do tanque 2	cm
$A_r$	Área da seção transversal dos tanques (têm mesma área)	$cm^2$

O sistema também é composto por módulos eletrônicos de controle, condicionamento de sinais, acionamento de atuadores e alimentação. A placa de controle utilizada para captar os sinais dos sensores foi um PIC 18F252 programado na linguagem C através do software Iprog para facilitar a implementação de algoritmos mais complexos, enquanto o computador faz a função de processar os dados e realizar o controle. O esquemático do sistema pode ser observado na Fig.3 [1].

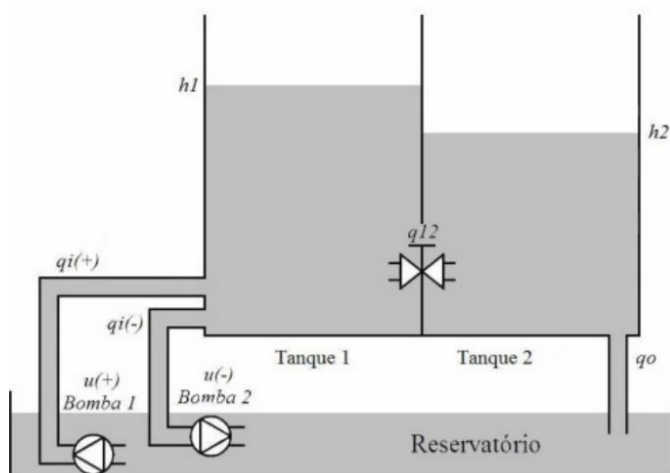


Fig. 2. Representação do sistema de nível [1]

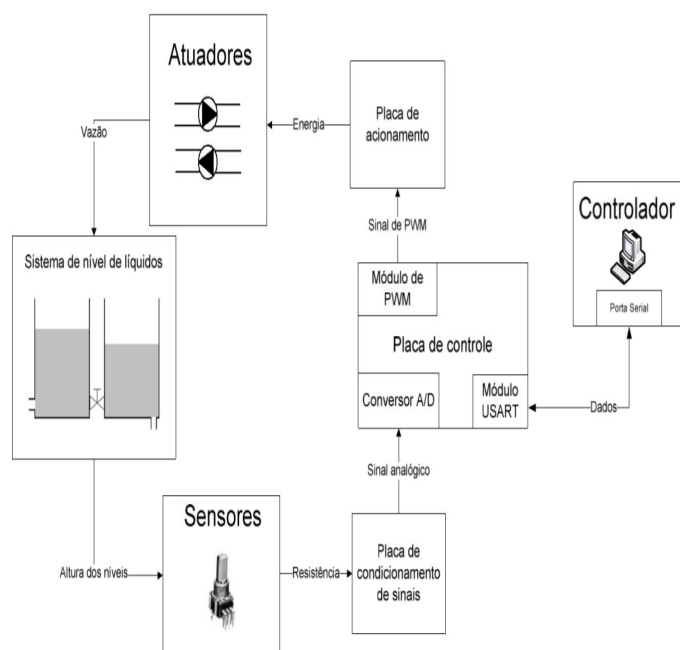


Fig. 3. Arquitetura do sistema de nível [1]

A bancada desenvolvida na defesa de mestrado [4] pode ser observada na Fig. 4. Esta bancada também utiliza dois tanques, porém a bomba que retira água do reservatório está submersa e é alimentada por 110 V CA e uma bomba externa para simular uma perturbação na entrada de  $300 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Pode-se observar na Fig. 4 [4].



Fig. 4. Bancada de controle de nível e vazão [4]

A medição de nível é feita através de um sensor de pressão na parte inferior do tanque. A saída de água do tanque se dá

através de duas válvulas manuais e duas válvulas solenóides. A planta também possui uma válvula pneumática de controle com a ação por diafragma que tem como objetivo ser o atuador que controla a vazão de saída além de outras três válvulas solenóides normalmente fechadas [4].

Os sensores de vazão utilizados foram um sensor rotâmetro localizado antes da válvula pneumática, que funciona através de um peso impulsionado pelo líquido alcança uma posição de equilíbrio e indica a vazão por uma tradução da posição atual do peso e uma régua graduada. O outro sensor localizado após a válvula pneumática é do tipo turbina que produz pulsos elétricos [4].

O tanque é feito de material acrílico com 25,4 cm de altura e 26,5 cm de profundidade dividido em uma parcela de 22 cm e 14,5 cm de comprimento com um orifício entre eles para o passagem do líquido.

Não existe sensor de nível na parte menor do tanque, o mesmo é determinado indiretamente através de equações que levam em conta quando o líquido está abaixo do nível do orifício e quando está acima [4].

O autor utilizou o *software Simulink* do *Matlab*, para simular o sistema em um ambiente controlado antes de utilizar a planta real [4].

O controle do processo é feito pelo computador, porém foi utilizado um CLP P7C (resolução de 12 bits) que faz a leitura dos sensores, comanda os atuadores e repassa as informações para o computador através do protocolo OPC [4].

Pode-se observar que o dimensionamento correto do sistema é fundamental para poder reproduzir os fenômenos de controle desejados a serem avaliados pelo uso da bancada. Logo o dimensionamento, a vazão da bomba, os sensores escolhidos, o microcontrolador e o sistema de aquisição de dados deve ser escolhido adequadamente para que os objetivos propostos pela bancada possam ser atingidos. Sendo assim, neste trabalho foi escolhido o microcontrolador arduino, pelo fato desta plataforma ser amigável e geralmente conhecida pela maioria dos alunos em fim de curso. Para a compilação dos resultados, a bancada desenvolvida irá utilizar um sistema supervisório para facilitar o acesso aos dados do ensaio.

### III. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na análise de sistemas envolvendo fluxo de fluidos, verifica-se a necessidade de distinguir os regimes de escoamento em fluxo laminar e turbulento. No caso laminar o fluxo se dá segundo linhas de escoamento sem turbulência. Sistemas envolvendo escoamento turbulento, na maioria das vezes, precisam ser representados por equações diferenciais não lineares enquanto os laminares podem ser representados por equações diferenciais lineares [3].

Para fazer a análise destes sistemas primeiro é necessário definir duas variáveis, a resistência e a capacitância dos sistemas de nível de líquido [3].

#### A. MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS DE NÍVEL DE FLUÍDO

A seguir será demonstrado o equacionamento realizado em [3]. Considerando o fluxo através de uma pequena tubulação interligando dois reservatórios, A resistência  $R$  ao fluxo do líquido nesta restrição é definida como a variação na diferença de nível necessária para causar uma variação unitária na vazão, isto é,

$$R = \frac{\text{Variação na diferença de nível, } m}{\text{Variação na vazão, } m^3/s} \quad (1)$$

Para escoamento laminar, a resistência laminar, a relação entre o valor de regime permanente da vazão e o valor de regime permanente da altura do líquido é obtida a partir de

$$Q = K \times H \quad (2)$$

Onde  $Q$  = valor de regime permanente da vazão de líquido,  $m^3/s$

$K$  = coeficiente,  $m^2/s$

$H$  = valor de regime permanente do nível de líquido,  $m$

Observada a lei que governa o fluxo laminar é análoga a lei de Coulomb, que estabelece que a corrente é diretamente proporcional à diferença de potencial. A resistência pode ser obtida a partir de

$$R = \frac{dH}{dQ} = \frac{H}{Q} \quad (3)$$

A resistência no escoamento laminar é constante e é análoga a resistência elétrica para os casos onde o sistema se encontra em regime permanente.

Se o escoamento for turbulento o valor da vazão em estado estacionário é dado por:

$$Q = K \times \sqrt{H} \quad (4)$$

Onde  $Q$  = valor de regime permanente da vazão de líquido,  $m^3/s$

$K$  = coeficiente,  $m^2/s$

$H$  = valor de regime permanente do nível de líquido,  $m$

A resistência  $R$  para o escoamento turbulento pode ser obtida a partir de

$$R = \frac{dH}{dQ} \quad (5)$$

$$dQ = \frac{k}{2\sqrt{h}} \times dH \quad (6)$$

$$\frac{dH}{dQ} = \frac{2 \times \sqrt{H}}{k} = \frac{2 \times \sqrt{H} \times \sqrt{H}}{k} = \frac{2H}{Q}$$

$$R = \frac{2H}{Q} \quad (7)$$

Essa linearização é válida quando as variações de altura e vazão são pequenas relativo aos valores do seu estado estacionário. Porém em muitos casos práticos o valor do coeficiente  $K$ , dependente tanto do coeficiente de escoamento quanto da área de restrição que não são conhecidos. A resistência pode ser então determinada construindo-se o gráfico da curva de altura de coluna *versus* vazão, com base em dados experimentais, e calculando-se a inclinação da curva na condição de operação, sendo assim, em algumas condições específicas de operação, um parâmetro não determinado no modelo do sistema [3].

A capacitância  $C$  de um reservatório é definida como sendo a variação na quantidade de líquido armazenada necessária para causar uma variação unitária no potencial (altura de um líquido) [3].

$$C = \frac{\text{Variação no volume de líquido armazenado, } m^3}{\text{Variação no potencial, } m} \quad (8)$$

Seja um sistema como o da Fig.5 as variáveis podem ser definidas como [3]:

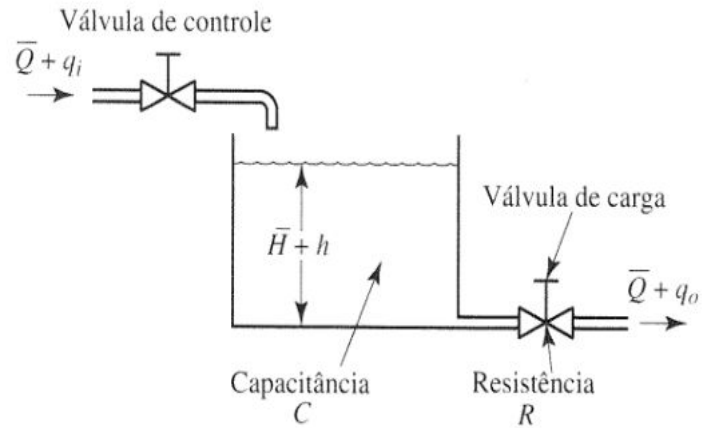


Fig. 5. Sistema de um tanque [3].

$\bar{Q}$  = Valor de vazão em regime estacionário,  $m^3/s$

$q_i$  = Pequeno desvio da vazão de entrada em relação a seu valor de regime estacionário,  $m^3/s$

$q_o$  = Pequeno desvio da vazão de saída em relação a seu valor de regime estacionário,  $m^3/s$

$\bar{H}$  = Altura do nível em regime estacionário,  $m$

$h$  = Pequeno desvio na altura em relação a seu valor de regime estacionário,  $m$

Um sistema pode ser laminar ou turbulento como já mencionado. Baseado na hipótese que o sistema seja linear ou linearizado, a equação diferencial deste sistema é obtida pelo balanço de massas contidas em um recipiente expressa por [3]:

$$C dh = (q_i - q_o) dt \quad (9)$$

Considerando-se a definição de resistência

$$q_o = \frac{H}{R} \quad (10)$$

Para um valor de resistência constante

$$R \times C \times \frac{dh}{dt} + h = Rq_i \quad (11)$$

Considerando que RC é constante e aplicando a transformada de Laplace e supondo as condições iniciais nulas

$$(R \times C \times s + 1) \times H(s) = R \times Q_i(s) \quad (12)$$

Admitindo-se  $q_i$  como grandeza de entrada e  $h$  como grandeza de saída, a função de transferência do sistema é

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{R \times C \times s + 1} \quad (13)$$

A resposta ao degrau unitário do sistema pode ser observada na Fig.6 considerando (14) para um tanque com capacitância de  $0,01 \text{ m}^2$  e resistência de  $10000 \text{ s/m}^2$ , o sistema atinge a altura máxima aproximadamente 600s.

Este tempo se deve a limitação do degrau unitário que acaba sendo equivalente a uma vazão de  $1 \text{ L}_{/min}$  [3]. É importante mencionar durante o preenchimento do tanque pode ocorrer escoamento turbulento, o que muda os valores instantâneos da resistência. Este fato não é contemplado pelo modelo usado na simulação.

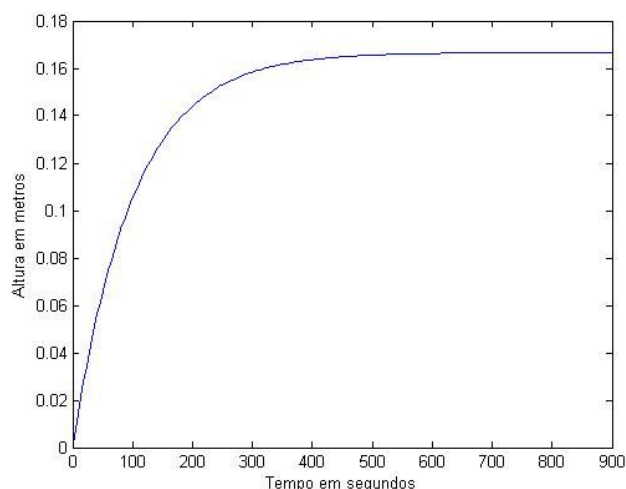


Fig. 6. Resposta ao degrau unitário do sistema com um tanque

Porém se  $q_o$  for escolhida como grandeza de saída a função de transferência é, então,

$$\frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{R \times C \times s + 1} \quad (14)$$

Também é muito comum se utilizar a modelagem em espaço de estados para representar sistemas dinâmicos. O modelo em espaço de estados de um sistema tem a finalidade

de descrevê-lo como uma série de equações diferenciais (ou equações de diferenças no caso discreto) de primeira ordem. Um sistema descrito dessa forma tem como característica principal uma série de matrizes que servem para modelar o sistema. Devem ser definidas as variáveis de estado  $x(t)$ , que para o caso dos sistemas de nível de líquido representam as alturas. A variável de entrada  $u(t)$  representa a ação de controle, para o nosso caso a vazão de entrada, e  $y(t)$  representa a variável de estado que representa a saída.

$$\dot{x}(t) = A \times x(t) + B \times u(t) \quad (15)$$

$$y(t) = C \times x(t) + D \times u(t) \quad (16)$$

Sendo que (15) é chamada de equação de estados e (16) é chamada de equação de saída. A matriz A é a matriz de estados, B é a matriz de entradas, C é a matriz de saídas e D é a matriz de transição direta, usada para casos onde existe relação direta entre as entradas e as saídas.

Para o exemplo da Fig.6, considerando (11), o modelo em espaço de estados fica da seguinte forma:

$$A = \left[ -\frac{1}{RC} \right]; \quad B = \left[ \frac{1}{C} \right];$$

$$C = [1]; \quad D = [0]. \quad (17)$$

Observa-se que é um sistema de primeira ordem, logo as matrizes tem ordem 1. A representação pela função de transferência (13) e a equação de estados com as matrizes acima são equivalentes.

## B. Controle PID

Neste trabalho será utilizada uma estrutura de controle proporcional+integral+derivativo (PID) com o objetivo de regular a altura de saída do sistema de nível. A estrutura clássica do controlador PID pode ser vista na Fig.7.

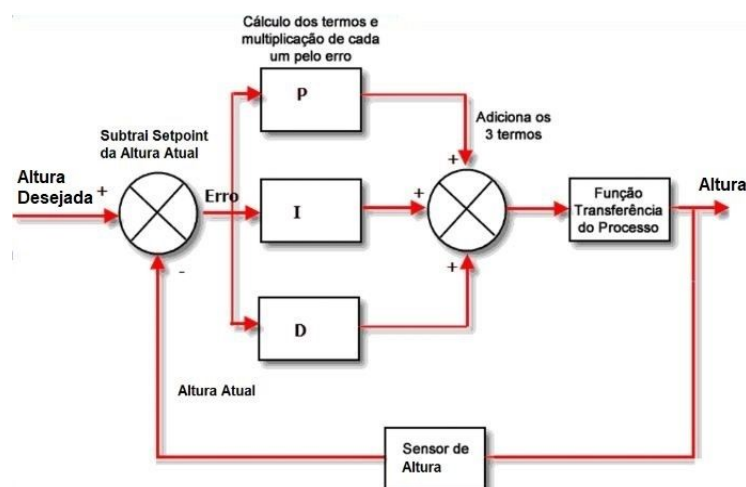


Fig. 7. Estrutura clássica do controlador PID

Esse tipo de controlador possui características interessantes para manter sob controle a saída de um

determinado sistema pelo ajuste de apenas três variáveis. Se trata de uma estrutura utilizada em uma gama enorme de aplicações industriais.

A equação temporal do controlador PID é dada por [7]:

$$u(t) = Kp \times e(t) + Ki \times \int_{t=0}^t e(t)dt + Kd \times \frac{de(t)}{dt} \quad (18)$$

Onde:

- Kp : Coeficiente da ação proporcional;
- Ki : Coeficiente da ação integral;
- Kd : Coeficiente da ação derivativa
- t : Instante do estado a ser processado;
- u(t) : Sinal de saída do sistema no instante t;
- e(t) : Sinal de erro na entrada do controlador no instante t.

No domínio da frequência, aplicando a transformada de Laplace tem-se:

$$U(s) = Kp \times E(s) + \frac{Ki \times E(s)}{s} + Kd \times E(s) \times s \quad (19)$$

Simplificando:

$$U(s) = E(s) \times (Kp + \frac{Ki}{s} + Kd \times s) \quad (20)$$

Portanto:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = G(s) = (Kp + \frac{Ki}{s} + Kd \times s) \quad (21)$$

Neste formato, o mesmo é implementado utilizando amplificadores operacionais. Esta implementação se dá em tempo contínuo.

Entretanto, na grande maioria das vezes no domínio discreto com a utilização de microcontroladores ou outra forma de implementação discreta. Nesta situação tem-se o erro computado pelo ganho proporcional, por exemplo, apenas nos n instantes discretos no tempo ( $Kp \times e[n]$ ), onde n denota o instante discreto de amostragem e não mais por e(t).

É bastante usual se utilizar as técnicas de projeto do PID em tempo contínuo utilizando técnicas como o lugar das raízes e diagrama de bode, por se tratarem de técnicas bem estabelecidas e reconhecidas para o projeto de controladores. No entanto, para o uso em controladores digitais a função de transferência resultante precisa ser discretizada para dar origem a uma equação de diferenças que possa ser usada no microcontrolador.

Existem diversas técnicas de discretização que podem ser utilizadas [7]. As técnicas de Euler e Bilinear são possíveis de uso na maioria das aplicações e exemplificam de forma adequada o processo de obtenção do controlador discreto:

### 1. Euler backward e forward

A seguir, será demonstrada a obtenção do controlador digital usando o método de Euler backward a partir da função de transferência do controlador PID. O princípio usado é da substituição da derivada pela diferença e o intervalo de tempo usado na discretização.

Dada uma função de transferência  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ , os termos em s que derivam de  $\frac{d}{dt}$  serão considerados como:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y[k] - y[k-1]}{\delta t} = \frac{y[T] - y[kT-T]}{T} \quad (22)$$

Esse é o método de discretização de Euler conhecido como Backward, pois utiliza os termos passados para a obtenção da equação de diferença [7]. aplicando a transformada Z em (22) obtém-se:

$$\frac{Y(z) - z^{-1}Y(z)}{T} = \left[ \frac{1 - z^{-1}}{T} \right] Y(z) \quad (23)$$

Já o método de Euler Forward caracteriza-se pelo uso dos elementos adiante do momento da discretização:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y[kT+1] - y[kT]}{T} \quad (24)$$

Aplicando a transformada Z:

$$\frac{Y(z)z - Y(z)}{T} = \left[ \frac{z-1}{T} \right] Y(z) \quad (25)$$

Logo, pode se observar que basta realizar a troca de variáveis  $s = \left[ \frac{z-1}{T} \right]$  para obter a função de transferência discreta do controlador contínuo. É importante ressaltar se a  $G(s)$  é estável, não necessariamente a  $G(z)$  resultante será estável, nem preserva a resposta impulsiva e em frequência da função contínua original para o caso do Euler Forward.

O método de Euler é bastante simples, e no caso Backward, o mesmo sempre resulta em controladores discretos estáveis. Entretanto a resposta em frequência do controlador discreto em relação ao contínuo também sofre alteração.

Logo, a função de transferência contínua obtida pode ser convertida para o domínio da frequência em Z por simples substituição [8].

### 2. Tustin ou Bilinear

A discretização pelo método de Tustin, utiliza uma aproximação retangular entre os dois instantes da discretização, geralmente assim resultando em uma realização mais próxima do contínuo do modelo discreto resultante.

Considerando o sistema  $\frac{U(s)}{E(s)} = H(s) = \frac{a}{s+a}$  e sua equação diferencial associada:

$$\frac{du(t)}{dt} + au(t) = ae(t) \quad (26)$$

Podemos resolver a equação diferencial pela integral:

$$u(t) = \int_0^t [-au(\tau) + ae(\tau)] d\tau \quad (27)$$

esta relação pode ser discretizada como:



$$u(kT) = \int_0^{kT-T} [-au(\tau) + ae(\tau)] d\tau + \int_{kT-T}^{kT} [-au(\tau) + ae(\tau)] d\tau \quad (28)$$

$$u(kT) = u(kT - T) + \int_{kT-T}^{kT} [-au(\tau) + ae(\tau)] d\tau \quad (29)$$

Segundo a própria definição da integral da segunda parcela, o resultado é dado pela área  $-au(\tau) + ae(\tau)$  no intervalo entre amostras. Se esta área é aproximada por um retângulo considerando a fórmula de sua área:

$$T [-au[kT - T] + ae[kT - T] - au[kT] + ae[kT]/2] \quad (30)$$

Isolando o valor de  $u[kT]$  obtêm-se:

$$u(kT) = \frac{1 - (aT/2)}{1 + (aT/2)} u[kT - T] + \frac{(aT/2)}{1 + (aT/2)} [e[kT - T] + e[kT]] \quad (31)$$

Aplicando a transformada Z na equação, obtemos a seguinte representação:

$$H(z) = \frac{a}{T(z+1)} + a \quad (32)$$

É uma técnica interessante pois trata-se apenas da substituição de variáveis assim como a de Euler, não resulta em modelos discretos instáveis e têm uma fidelidade maior das respostas em frequência contínua e discreta.

Um vez obtida a função de transferência discreta, a equação de diferenças a ser implementada no controlador é obtida da seguinte maneira, considere a equação:

$$\frac{u(z)}{e(z)} = \frac{(2,05 \times 10^{-5} z - 1,95^{-5})}{(z - 1)} \quad (33)$$

Efetuada a multiplicação cruzada em (33).

$$u(z) \times (z - 1) = e(z) \times (2,05 \times 10^{-5} z - 1,95^{-5}) \quad (34)$$

Aplicando a transformada inversa Z em (34):

$$u(k + 1) - u(k) = 2,05 \times 10^{-5} e(k + 1) - 1,95^{-5} e(k) \quad (35)$$

Isolando a ação de controle e aplicando o delay de 2 passos em todos os elementos de (35) obtêm-se:

$$u(k) = 2,05 \times 10^{-5} e(k) - 1,95^{-5} e(k - 1) + u(k - 1) \quad (36)$$

Substituindo os termos A, B e C em (36), obtêm-se a equação de diferenças que de fato implementa o controlador projetado. Esta equação gera o valor da vazão que deverá ser aplicado a bomba com base nos erros de alturas e das ações de controle anterior. Ela é atualizada na interrupção que ocorre no

microcontrolador da placa arduino a cada 1 s. Seu valor é convertido para um valor em unidades de PWM que variam de 0 a 255 proporcionalmente a tensão que deve ser aplicada na bomba para gerar a vazão requerida.

### C. MATERIAIS

Para a implementação do protótipo, são necessários os equipamentos para verificação de nível em sistemas de pequeno porte observado as limitações que os mesmos apresentam podem ser:

- Sensor do tipo chave bóia: Possui uma bóia que funciona como um interruptor quando o líquido atinge o nível pré-determinado um contato fecha. Este tipo de sensor limita a utilização da bancada tendo em vista que a altura a ser controlada precisa ser pré definida.
- Sensor de nível por pressão hidrostática: possui a mesma limitação da chave bóia. Ele realiza um movimento de um flutuador magnético que abre e fecha um contato elétrico.
- Potenciômetros lineares rotativos: como é explicado em [1] eles possibilitam a determinação da posição do líquido com precisão. Porém estes sensores determinam dimensões mínimas em um tanque devido a sua haste.
- Sensores ultrassônicos: Possuem o mesmo princípio de operação de um sonar. O pequeno comprimento de onda das vibrações ultrassônicas faz com que elas reflitam em pequenos objetos, podendo ser captadas por um sensor na posição adequada. Este tipo de sensor também permite a determinação da posição do líquido, porém para evitar ruídos nas medidas é indicado que o líquido esteja com a menor agitação possível.

Para verificar a vazão de entrada e saída podem ser utilizados sensores:

- Medidores de vazão magnéticos: Também conhecido como sensor por tensão induzida ou como eletromagnético, é um medidor que utiliza o princípio de medição que se apoia na lei de Faraday
- Sensores ultrassônicos de fluxo: Medem a velocidade do fluido com ultrassom para assim obter a vazão desse fluido. A maioria dos medidores ultrassônicos utiliza a energia elétrica para escolher o medidor mais indicado.
- Sensor do tipo rotâmetro: É constituído por um tubo transparente com escala onde um flutuador (ou bóia) move-se livremente dentro deste tubo. O equilíbrio é atingido quando a diferença de pressão e impulsão do fluido compensam a força gravitacional.
- Sensor do tipo turbina: Tem como elemento primário uma turbina que é inserida no fluxo, e cuja velocidade angular dá a medida da vazão. O elemento

secundário mais comum é que um sensor de proximidade posicionado no rotor da turbina que gera pulsos a cada passagem de um dente ou uma pá.

Para controladores podem ser utilizados tanto CLP's como microcontroladores do tipo PIC ou Arduino, ou computadores com um algum controlador servindo de meio para o computador.

A apresentação dos dados pode ser feita via computador também ou IHM's, sistemas supervisórios em monitores e displays.

Quanto às bombas d'água podem ser utilizadas bombas solares, bombas de veículos observado suas limitações como o tempo para encher os tanques devido a falta de potência.

Para acionar as bombas podem ser utilizadas circuitos de ponte H, drive ou relés dependendo da tensão de entrada da bomba observando o fato de que a bomba utilizada será apenas unidirecional.

#### IV. PROPOSTA

A partir de uma análise dos trabalhos apresentados e simulações, o sistema proposto neste trabalho foi feito em chapas de material acrílico com uma altura de 50 cm e uma base de 11,5x11,5 cm com uma capacidade aproximada de 6,6 litros. O reservatório tem uma capacidade de 17 litros. Existem três registros que representam as resistências do sistema, e a tubulação é feita de canos de PVC de ½" para interligar os tanques. Os tubos que ligam os tanques a bomba são de ½". A bancada construída pode ser observada na Fig.8.

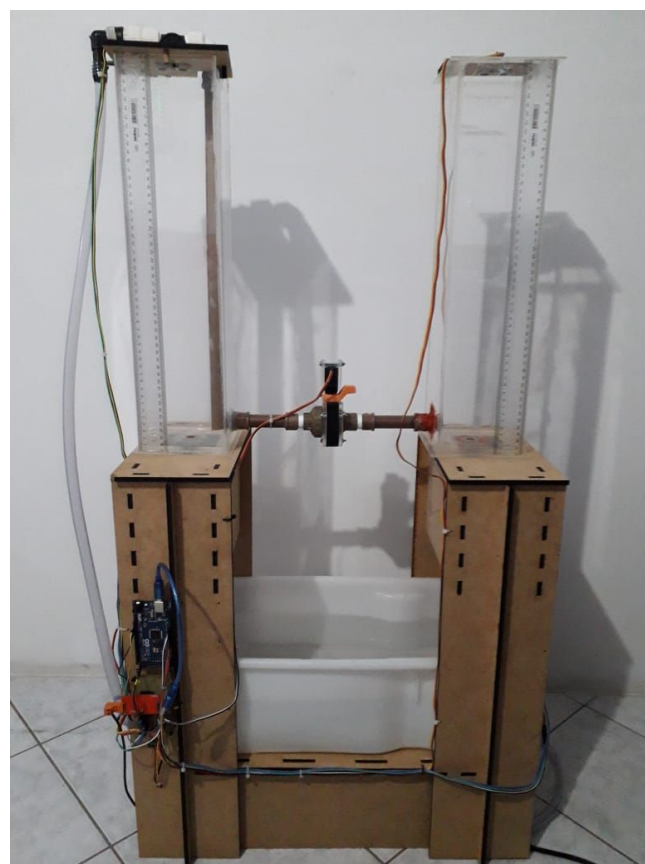


Fig. 8. Estrutura da bancada proposta

#### A. MODELO MATEMÁTICO

Considerando um sistema com dois reservatórios com uma válvula de vazão entre eles e uma de saída para cada tanque, o modelo pode ser observado na Fig.9.

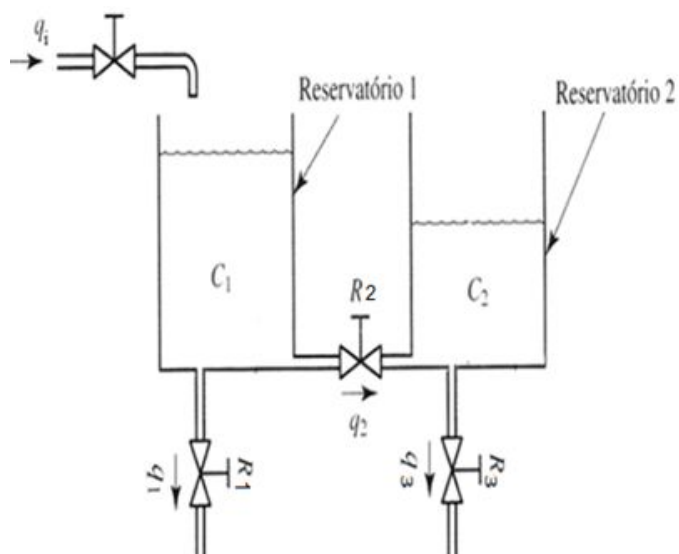


Fig. 9. Sistema da bancada proposta



Aplicando as mesmas propriedades do sistema da Fig. 5 no sistema proposto na Fig.9 é determinado o modelo de espaço de estados a ser utilizado:

$$q1 = \frac{h1}{R1} \quad (37)$$

$$q2 = \frac{h1-h2}{R2} \quad (38)$$

$$q3 = \frac{h2}{R3} \quad (39)$$

Definindo então as equações das capacitâncias.

$$C1 \frac{dh1}{dt} = q_i - (q_1 + q_2) \quad (40)$$

$$C2 \frac{dh2}{dt} = (q_2 - q_3) \quad (41)$$

Substituindo então (37) e (38) em (40) e (38) e (39) em (41).

$$C1 \frac{dh1}{dt} = q_i - \left( \frac{h1}{R1} + \frac{h1-h2}{R2} \right) \quad (42)$$

$$C2 \frac{dh2}{dt} = \left( \frac{h1-h2}{R2} - \frac{h2}{R3} \right) \quad (43)$$

Colocando a equação em função das variações de altura.

$$\frac{dh1}{dt} = \frac{q_i}{C1} - \left( \frac{h1}{C1R1} + \frac{h1-h2}{C1R2} \right) \quad (44)$$

$$\frac{dh2}{dt} = \left( \frac{h1-h2}{C2R2} - \frac{h2}{C2R3} \right) \quad (45)$$

Para executar a simulação do sistema, projetar o controlador e observar o seu comportamento é necessário representá-lo com suas matrizes de espaço de estados utilizando as equações (37) e (38) onde:

$$A = \begin{bmatrix} -\left( \frac{1}{C1R1} + \frac{1}{C1R2} \right) & \frac{1}{C1R2} \\ \frac{1}{C2R2} & -\left( \frac{1}{C2R2} + \frac{1}{C2R3} \right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1]$$

$$D = [0]$$

Este modelo trata do comportamento em regime permanente linearizado do sistema.

## B. MATERIAIS UTILIZADOS

Considerando as alternativas disponíveis e com o objetivo de agilizar a execução e ao mesmo tempo e manter a bancada de baixo custo, foram determinados os equipamentos a serem usados na implementação do sistema.

O sensor escolhido para detectar o nível dos reservatórios foi o sensor ultrassônico devido a facilidade de implementação que atende as dimensões dos tanques e a possibilidade de realizar simulações em diferentes níveis de líquido, além de analisar o comportamento das resistências do sistema [6].Ele é

capaz de detectar variações de nível a partir de 2 cm de distância até 4 m. Possui 4 pinos e alimentação de 5V.



Fig. 10. Sensor ultrassônico

O sensor de vazão escolhido para detectar o fluxo de entrada e saída dos reservatórios foi o sensor do tipo turbina de 1/2" devido ao baixo custo e compatibilidade com o controlador escolhido.



Fig. 11. Sensor de vazão

A bomba foi definida após simulações no *software* Matlab e testes com uma bomba menor, então observando os custos foi escolhida a bomba de 12 VCC com vazão de 800 litros/h IT-800 da marca Salflo. Essa vazão garante a execução dos testes para o sistema proposto em um tempo inferior a 300 s.



Fig. 12. Bomba d'água

Para acionar a bomba foi definido que seria utilizado uma ponte H que suporte 3A e 12 VCC, devido a facilidade com que se encontrava disponível e por atender os requisitos de controle da bomba. Para acioná-la é necessário alimentar a entrada de potência com 12 VCC e os pinos +5 V e Ina com 5 Vcc, Inb com 0 V e PWM com o sinal PWM do controlador.

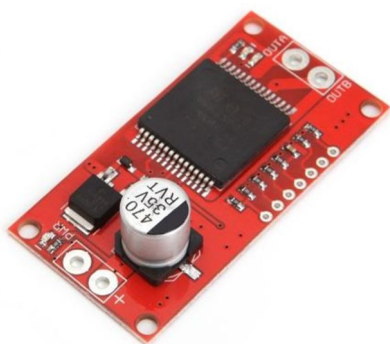


Fig. 13. Ponte H

Para manter o baixo custo e por atender as os requisitos de software do projeto foi escolhido a plataforma arduino com o microcontrolador ATmega 2560. Além disso o mesmo possui um vasto material de apoio que facilita a compreensão do algoritmo de controle utilizado por parte dos alunos.

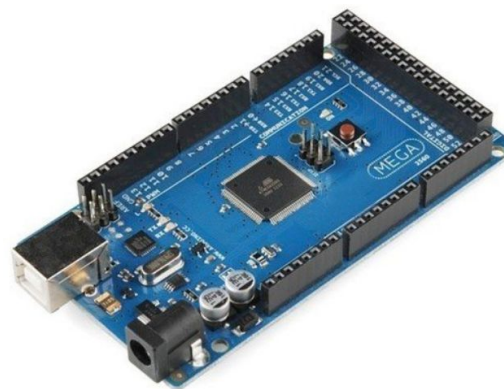


Fig. 14. Arduino mega 2560

Para realizar a interface do controlador foi escolhido o *software* supervisor Elipse E3 [5], pois este possui funcionalidades como geração de gráficos e relatórios com data, horário, alturas e ação PWM da bomba. Além disso existe a possibilidade da escolha do ensaio que será realizado sem a modificação do algoritmo utilizado no arduino, por exemplo definindo-se em qual tanque deverá ser realizado o controle PID da bomba. A interface final durante um ensaio pode ser observada nas Fig.15 e 16. Sendo em vermelha a representação da altura de líquido do tanque 1 e verde o tanque 2, durante um ensaio com a vazão máxima da bomba utilizando-se de uma histerese de 2 cm para ligar e desligar a bomba após atingir altura definida de 15 cm.

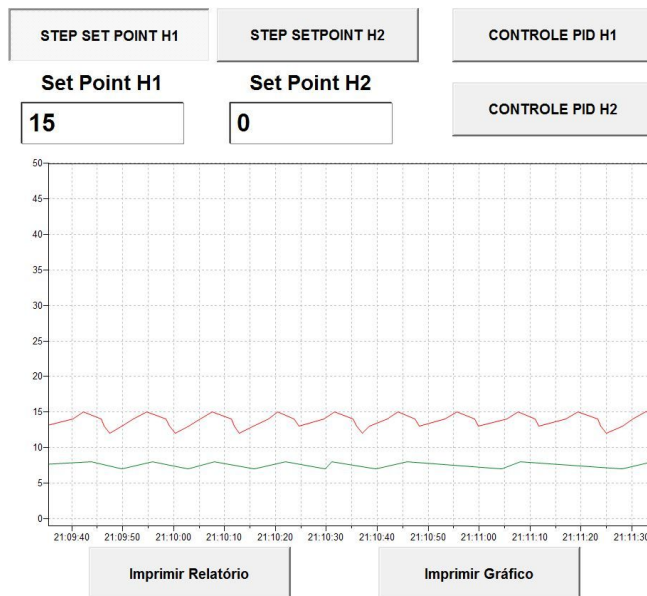


Fig. 15. Programa Elipse E3 comando e gráfico

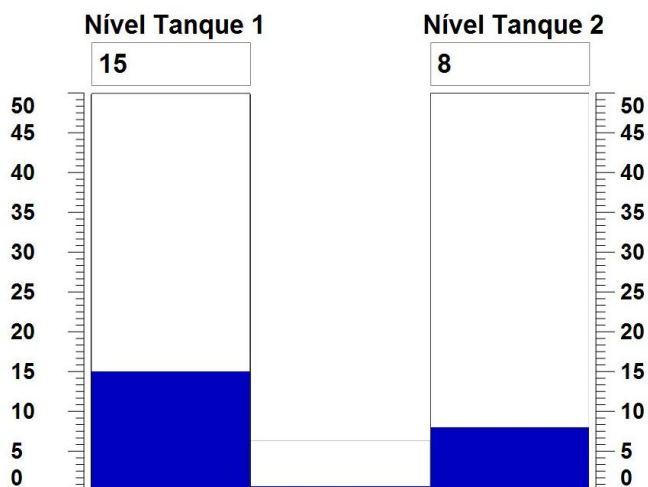


Fig. 16. Programa Elipse E3 status nível dos tanques

Na Fig.16 está a parte que representa a altura atual de líquido nos tanques, onde as barras são preenchidas com a cor azul a medida que o tanque vai enchendo baseado no valor detectado pelos sensores de altura conectados ao microcontrolador.

Foi necessário a elaboração de dois algoritmos para a realização dos ensaios no microcontrolador escolhido. Está separação se deve ao fato de que não é possível causar interrupções dentro de uma interrupção por tempo o que torna impossível a contagem dos pulsos a cada borda de subida que acontece no sensor de vazão. Além disso por uma característica da comunicação modbus serial o programa não pode ficar parado por um tempo superior a 250 ms (testado empiricamente) com um comando delay, e os sensores de vazão necessitam de pelo menos 2 s de delay para realizar as medições corretamente. Porém esta separação dos algoritmos não prejudica o funcionamento nem o aprendizado dos alunos tendo em vista que a vazão mais utilidade durante os ensaios de controle PID.

O primeiro algoritmo serve para obter as resistências do sistema. No código são ativadas interrupções que durante 2 s contam quantos pulsos foram registrados no sensor de vazão da bancada e dividem por um coeficiente fornecido pelo fabricante para converter para litros/min. É necessário realizar um ensaio para cada sensor com a vazão máxima da bomba, anotando-se o valor de vazão obtido no monitor serial da IDE do arduino e a altura com o auxílio de duas réguas instaladas na bancada.

Então a vazão é convertida para m<sup>3</sup>/segundo, a altura para metros e aplica-se as equações (37), (38) e (39).

O segundo algoritmo é o que trata dos ensaios. Neste código é feita a leitura dos sensores de altura e depois são registrados os seus valores via comunicação modbus com o sistema supervisorio elipse E3. Também são recebidos do E3

os valores de setpoint de altura e é tomada uma decisão sobre qual ensaio será realizado. Caso seja um ensaio de PWM para controle de altura de líquido do tanque 1 ou 2, a cada 1 s é ativada uma interrupção que atualiza o valor de PWM de acordo com o controlador projetado que será enviado ao pino da bomba. O algoritmo possui limites de segurança como altura máxima e tempo limite para atingir o setpoint de altura passado para o ensaio, a fim de evitar uma possível situação que faça um dos tanques transbordar.

O controle PID é realizado através de interrupções que ocorrem a cada 1 s quando solicitado pelo sistema supervisorio. Os alunos precisam inserir neste algoritmo antes do ensaio seu controlador, pois assim eles têm mais liberdade para projetar seus sistemas de controle e praticar o método de discretização.

## V. RESULTADOS

Para uma posição pré-definida de abertura das válvulas entre dos tanques são obtidas as resistências do modelo da configuração. A vazão entre os dois tanques precisa ser determinada indiretamente através da fórmula:

$$q2 = \frac{h1-h2}{qi-q1-q2} \quad (46)$$

Aplicando-se as equações (37), (38) e (46) e utilizando o algoritmo de teste de vazão, obteve-se os valores da tabela abaixo.

Tabela II - Resistências sistema 1

	H (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)	R
R1	0.25	7,5e-6	33333
R2	0.05	1,15e-4	660
R3	0.1	2,83e-5	3533

Em posse dos resultados da tabela II utilizou-se a ferramenta sisotool do Matlab e o modelo da planta para fazer um projeto de controlador PID a ser discretizado e implementado para controlar a altura h1 do sistema.

Adicionando um pólo em  $s = 0$ , um zero em  $0,05$  e ajustando o ganho do controlador em  $6.7692e-05$  projetou-se um controlador com tempo de assentamento de aproximadamente 300 s e sobresinal (overshoot) de aproximadamente 10% conforme mostrado na Fig. 17.

Utilizando o método de discretização por Tustin no matlab obtém-se a função de transferência do sistema discretizada (47).

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0,00006938z - 0,000066}{(z-1)} \quad (47)$$

Abaixo será feita a demonstração dos resultados obtidos nas simulações e nos ensaios na bancada. Por uma característica do software só é possível gerar o gráfico para uma referência de altura de 1m (curva em azul) Fig.16. Para controlar o limite real da vazão da bomba tentou-se manter a vazão da bomba abaixo dos 12 l/min (curva em verde). No experimento prático é possível observar-se a resposta da altura do tanque 1 (vermelho) e altura do tanque 2 (azul) Fig.17.

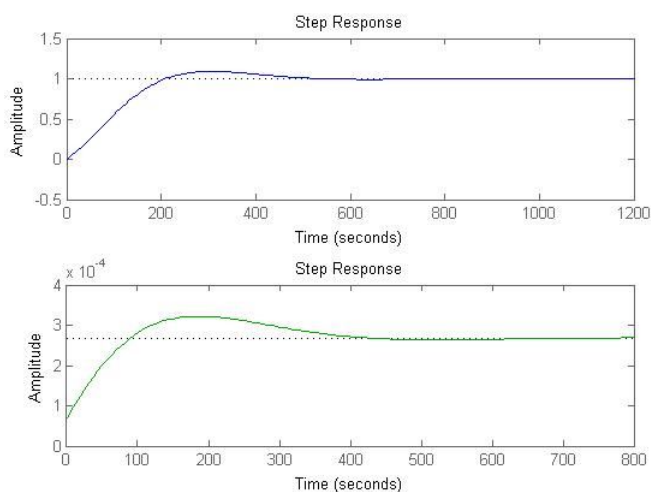


Fig. 17. Simulação com controle PID 1

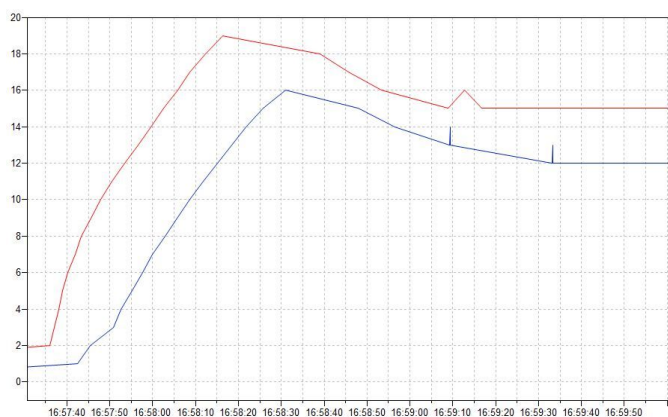


Fig. 18. Experimento com controle PID 1

Ao comparar a Fig.17 com a Fig.18 observa-se que o sistema real possui um overshoot de altura de líquido do tanque 1 de 26%, porém o esperado no sistema simulado é de 10%. Importante mencionar que foi aplicada uma referência de altura de 15 cm no tanque h1, isto leva a um tempo de simulação menor que o obtido no matlab. O sobre sinal mais acentuado que o projeto vem de dois fatos: O processo de discretização tende a deteriorar a resposta em frequência e a não linearidade da bomba utilizada, a mesma não apresenta

uma relação linear entre a tensão aplicada nela pela ação de controle e a vazão resultante.

Para comprovar que o sistema funciona em diferentes configurações foi projetado um segundo controle PID com as válvulas em posições diferentes, por isso foi necessário recalculer as resistências.

Aplicando-se (37), (38) e (46) e o algoritmo de medição de vazão, obteve-se as resistências na abaixo.

Tabela III - Resistências sistema 2

	H (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)	R
R1	0,3	2,08e-5	14400
R2	0,07	1,26e-4	305,45
R3	0,25	8,15e-5	3067,48

Em posse dos resultados da tabela III utilizou-se a ferramenta sisotool para fazer um novo projeto de controlador PID focado em um valor de overshoot menor que o caso anterior.

Adicionando um pólo em  $s = 0$  ao sistema, um zero em  $s = 0,05$  e ajustando o ganho do controlador em  $3.5714e-06$  para garantir que a ação de controle fique abaixo dos 12 litros/min observou-se que este sistema de controle apresentou um tempo de ensaio baixo o que facilita a observação dos resultados então ele foi escolhido para analisar-se o seu comportamento na bancada.

Utilizando o método de discretização por Tustin no matlab obtém-se a função de transferência do sistema discretizada (48). A função obtida no matlab é observada na Fig.19.

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0,00003818z - 0,00003455}{(z-1)} \quad (48)$$

```

Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Examples, or read Get

>> Tustin2

s =

s

Continuous-time transfer function.

GP1Z =

2.05e-05 z - 1.95e-05
-----
z - 1

Sample time: 1 seconds
Discrete-time transfer function.

```

Fig. 19. Sistema discretizado por tustin



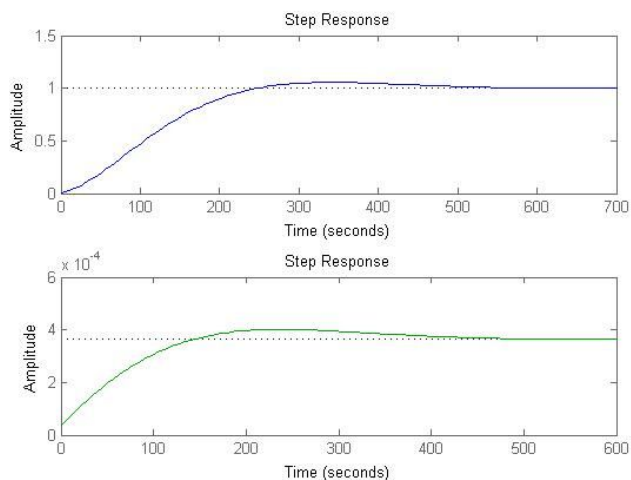


Fig. 20. Simulação com controle PID 2

O gráfico da Fig.20 com a curva em azul representa a altura de líquido em  $m$ , e o verde a vazão da bomba em  $m^3/s$ .

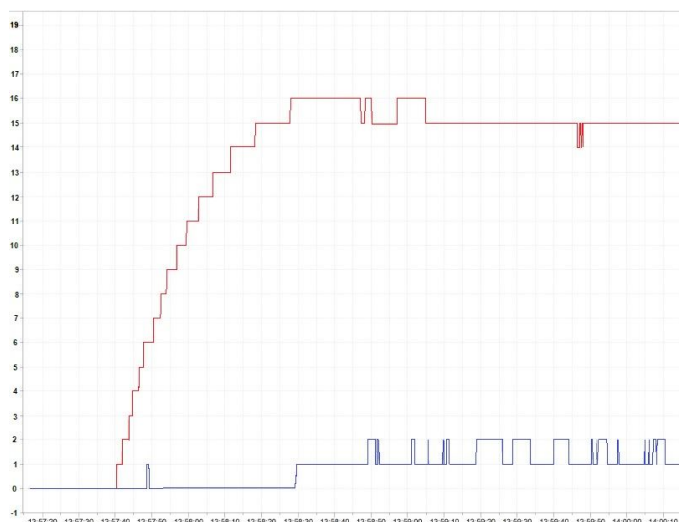


Fig. 21. Experimento com controle PID 2

Em vermelho na Fig.21 está representado a altura do tanque 1 e em azul a altura do tanque 2.

Ao comparar a Fig.20 com a Fig.21 observa-se que o sistema real atinge o setpoint de 15 cm de altura de líquido em aproximadamente 60 s, que condiz com o observado na simulação. A característica da curva também é muito similar nos dois gráficos com um overshoot muito baixo como observado no sistema real 1 cm.

A ação de controle também pode ser comparada observando a Fig.22, onde é apresentada a tela do sistema supervisor em que é possível ver a ação PWM (curva verde) sobre a bomba variando de 0 a 255. Percebe-se que esta curva também tem o comportamento muito parecido com a obtida na simulação se estabilizando no regime contínuo em 230 após um período de tempo.



Fig. 22. Ação de controle experimento com controle PID 2

## VI. CONCLUSÃO

O objetivo de construir uma bancada didática que fosse utilizável pelos alunos das disciplinas de controle foi alcançado. A metodologia dos discentes seguirá os mesmos passos que foram descritos na seção de resultados e se baseará em todo conteúdo abordado durante este trabalho. O sistema foi projetado com o conhecimento que os alunos obtêm em aula baseado nos livros de controle [3], e simulado através do *software* Matlab. O comportamento do sistema foi verificado através do desenvolvimento de 2 sistemas com controle PID, com características únicas que foram implementados no algoritmo do arduino na bancada.

Os resultados foram extraídos através da interface com o sistema supervisor Eclipse E3 por meio de gráficos e relatórios. Comparando estes resultados pode-se observar que o modelo linearizado pode ser usado para realizar o controle do controlador PID. Os resultados de simulação em malha fechada com aqueles obtidos na bancada são compatíveis. O mesmo já não pode ser dito em relação ao comportamento de malha aberta tendo em vista que os valores de resistências variam com o escoamento turbulento no preenchimento dos tanques.

A bancada permite a visualização dos resultados no sistema supervisor, permite também que o aluno projete e insira as linhas de comando do controlador PID. Foi possível observar como o modelo matemático linearizado de um sistema originalmente não linear se comporta e as interpretações que devem ser feitas neste caso. O fato de não ter incluído o modelo da bomba também impactou nos resultados do trabalho devido a mesma não ter um comportamento linear em toda sua excursão de operação.

## REFERÊNCIAS

- [1] Ramos, A. P. ;Barros, G. L. (2008). Trabalho de graduação sistema didático de nível de líquido. Universidade de Brasília. Brasília - DF.
- [2] Silva, Aguinaldo S. (2008). Fundamentos de Controle Clássico. UFSC. Florianópolis- SC.
- [3] Ogata, Katsuhiko. Engenharia de controle moderno, 5º edição, São Paulo, SP, 2010.
- [4] Fonseca, D. G. V. (2012). Modelagem e controle adaptativo de uma planta didática de nível com instrumentação industrial. Natal - RN. Disponível em:  
[https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/15446/1/DanielGV\\_F DISSERT.pdf](https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/15446/1/DanielGV_F DISSERT.pdf)
- [5] Manuais, drives e instalador do programa Elipse E3. Disponível em:  
<https://kb.elipse.com.br/elipse-e3-manuals-and-download/>
- [6] Datasheet sensor ultrassônico para arduino HC-SR04. Disponível em:  
<https://halckemy.s3.amazonaws.com/uploads/attachments/228957/jjrG8vF7jAwCZIXqO66S.pdf>
- [7] Elder, Hermerly. Controle por computador de sistemas dinâmicos, 2º edição, São Paulo, SP, 2000.
- [8] Ogata, Katsuhiko. *Discrete Time Control*, 2º edição, São Paulo, SP, 1994.