INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – *CAMPUS* OSÓRIO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: uma proposta para o ensino de Matemática no 1º ano do Ensino Médio

MARIANA NUNES BARATO

OSÓRIO
2021

Mariana Nunes Barato

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
uma proposta para o ensino de Matemática no 1º ano do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Lisandro Bitencourt Machado

Osório
2021

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL
Reitor: Júlio Xandro Heck

INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – CAMPUS OSÓRIO
Diretora: Flávia Santos Twardowski Pinto

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
Coordenação: Lisandro Bitencourt Machado

B226a Barato, Mariana Nunes
Aprendizagem significativa e resolução de problemas: uma proposta para o ensino de matemática no 1º ano do ensino médio / Mariana Nunes Barato; orientação Lisandro Bitencourt Machado – Osório: IFRS Campus Osório, 2021.

94 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Campus Osório, 2021.

1. Matemática. 2. Álgebra (Estudo e ensino). 3. Ensino Médio.
I. Machado, Lisandro Bitencourt. II. Título

CDU 37:51

Catalogação na fonte: Bibliotecária Luana Monique Delgado Lopes – CBR10/2033

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – CAMPUS OSÓRIO
Endereço: Rua Santos Dumont, 2127 – Bairro Albatroz, Osório / RS
CEP: 95520-000
Telefone: (51) 3601-3500

Mariana Nunes Barato

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
uma proposta para o ensino de Matemática no 1º ano do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório como requisito parcial para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Banca examinadora

____

Prof. Ms. Lisandro Bitencourt Machado (Orientador)
IFRS – *Campus* Osório

____

Prof. Ms. Josias Neubert Savóis
IFRS – *Campus* Osório

____

Prof. Dr. Terrimar Ignacio Pasqualetto
IFRS – *Campus* Osório

AGRADECIMENTOS

Meu agradecimento inicial não poderia ser diferente: agradeço aos meus pais, Fabiana Nunes e Erlon Barato, pela educação e orientação que me deram e por representarem as raízes de que preciso e em quem me apoio. Serei para sempre grata por todo amor que recebo.

Agradeço ao Universo pela minha família e pelas oportunidades que me trouxeram até aqui, às vésperas de obter o título de Licenciada em Matemática.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para o meu crescimento ao longo desses anos de Instituto Federal e, em especial, à minha parceira de produção acadêmica, Monalisa da Silva, sem a qual a conclusão do presente trabalho não seria possível.

Ao meu namorado, Rodrigo Vieira, por me apoiar e incentivar sempre com muito amor.

Ao meu orientador, Lisandro Machado, que representou minha melhor escolha acadêmica ao longo do curso, orientando todo o processo de elaboração do trabalho com competência, dedicação e, acima de tudo, paciência, qualidades que pretendo levar para sempre em minha profissão docente.

Por fim, agradeço à minha irmã, Camila Barato, a quem também dedico o presente trabalho, por me fazer acreditar em um mundo melhor. Aposto todas as minhas fichas em ti, preciosa.

Obrigada!

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: a fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.

David Paul Ausubel

RESUMO

Este trabalho apresenta e analisa parte dos resultados obtidos através de um projeto de pesquisa desenvolvido no IFRS *campus* Osório, intitulado “Aprendizagem Significativa e a formação de professores”, que teve como principal ferramenta de coleta de dados um questionário aplicado a docentes da rede pública de escolas do litoral norte do Rio Grande do Sul, que atuam na educação básica. Através desse questionário foi possível verificar como está se dando o ensino de Álgebra, mais especificamente o ensino de Funções, para o 1º ano do Ensino Médio: seleção de conteúdos, metodologia e ferramentas de ensino utilizadas. Assim como foi possível identificar se esse grupo de professores conhece e/ou adota, mesmo que de maneira implícita, o que é proposto pela teoria de ensino da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Desse modo, levando em consideração a dificuldade normalmente apresentada pelos discentes no estudo da Álgebra e tendo como objetivo criar mecanismos para que o ensino dessa temática se torne mais proveitoso, foi elaborada, como instrumento final do presente trabalho, uma sequência didática que possa, através da metodologia de Resolução de Problemas, apresentar a esses professores uma maneira de inserir a teoria de Ausubel em seus planejamentos, com o intuito de elaborar novas possibilidades para o ensino de Álgebra e, consequentemente, reduzir algumas lacunas de aprendizagem que os alunos possam apresentar ao ingressarem no ensino médio.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra. Aprendizagem Significativa. Metodologia de Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This work shows and analyzes part of the results obtained through a research project developed at the IFRS *campus* Osório, entitled "Meaningful Learning and the educational background of teachers", whose main tool for data collection was a mandatory questionnaire for teachers in the public school network on the north coast of Rio Grande do Sul, working in middle and high school. Through that questionnaire it was possible to check how Algebra teaching was going, more especifically the teaching of Functions, for the 1st year of high school: selection of contents, methodology and teaching methods used. Just as it was possible to identify whether this group of teachers knows and/or adopts, even if implicitly, what is proposed by Ausubel's theory of Significant Learning. Therefore, taking into account the difficulty normally showed by the students in the study of this theme and aiming to create mechanisms for this teaching to become more advantageous, it was elaborated, as a final instrument of the present work, a didactic sequence that can, through the Problem Solving methodology, show to those teachers a way of inserting Ausubel's theory in their planning, in order to elaborate new possibilities for the teaching of Algebra, and, consequently, reduce some learning gaps that students may manifest when they enter high school.

Keywords: Algebra Teaching. Meaningful Learning. Problem Solving Methodology.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ao pensar o ensino de Álgebra na educação básica, desde a escrita dos Parâmetros Curriculares Nacionais, de 1998, já surgem algumas problemáticas em torno desse assunto. Esse documento traz, por exemplo, a importância do estudo dessa temática em Matemática, ao mesmo tempo em que aponta dificuldades encontradas pelos alunos e a ineficiência dos professores ao tentarem reverter essa situação por meio da adoção de procedimentos mecânicos em sala de aula (BRASIL, 1998).

Ainda, Oliveira (2002, p. 35) corrobora com essa visão à respeito do ensino da Álgebra e afirma que é preciso que essa "seja compreendida de forma ampla, pois fornece recursos para analisar e descrever relações em vários contextos, matemáticos e não-matemáticos". Assim, pela necessidade de entender como esse ensino está se dando dentro das salas de aula de matemática, buscou-se analisar um questionário, elaborado através de um projeto de pesquisa desenvolvido no IFRS *campus* Osório e aplicado a professores da rede pública de ensino, que traz dados referentes ao ensino de Álgebra na educação básica, bem como torna possível identificar a estrutura de sala de aula proposta pelos professores através de seus planejamentos e se esses docentes conhecem e adotam a teoria de David Ausubel.

A teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel apresenta algumas etapas que devem fazer parte do trabalho em sala de aula quando se pretende atingir não somente uma aprendizagem mecânica dos conteúdos ensinados. Por esse motivo, após a análise das respostas dos professores possibilitar conhecer as suas respectivas rotinas de trabalho, será verificado se há traços de desenvolvimento da Aprendizagem Significativa nessas práticas.

E, com o objetivo de guiar os professores a respeito dessa teoria, será elaborada uma sequência didática que sirva de modelo para o trabalho docente, exemplificando como é possível aliar a teoria de Ausubel à metodologia de Resolução de Problemas, visando reduzir cada vez mais as lacunas de aprendizagem que os alunos trazem de anos letivos anteriores, promovendo uma melhora no desempenho escolar dos estudantes em Álgebra.

Estas lacunas de aprendizagem podem ocorrer pelo fato de os alunos não conseguirem acompanhar o desenvolvimento de determinados conteúdos, quando não possuem os pré-requisitos sobre o assunto estudado. E, justamente pelo fato de a Matemática se caracterizar como uma matéria de caráter fortemente cumulativo, é imprescindível que tenhamos toda uma cadeia de conteúdos anteriores (LIMA, 2007), ditos pré-requisitos, bem estruturados.

Luiz Carlos Pais corrobora com essa afirmação ao esclarecer que

> A formação de um conceito é realizada a partir de componentes anteriores, por meio de uma síntese coordenada pelo sujeito. Esses componentes podem ser noções fundamentais ou ainda outros conceitos elaborados anteriormente, revelando a existência de uma extensa e complexa rede de criações precedentes (PAIS, 2001, p. 61).

Há casos em que os conteúdos precedentes não foram estudados em sala de aula, seja por não constarem no currículo ou pela falta de tempo hábil, por exemplo. Todavia, neste trabalho será dado enfoque ao caso em que determinados conceitos não são dominados pelos alunos pelo fato de não terem sido aprendidos de maneira significativa a ponto de serem identificados e aplicados na resolução de problemas ou relacionados com temas futuros.

De acordo com Bravo e Huete (2006), a presença de conceitos anteriores, além de facilitar a continuidade entre os conteúdos, também diminui as lacunas na aprendizagem dos alunos. Porém, quando se trata do trabalho com a Álgebra, está cada vez mais difícil diminuir essas lacunas de aprendizagem, tendo em vista que "a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos" (BRASIL, 1998, p. 115).

Por esse motivo se faz tão importante tentar entender os processos dentro da sala de aula que estão desencadeando esse insucesso, como será feito ao analisar os questionários e, ao mesmo tempo, propor alternativas para que esse cenário seja revertido, pensando em formar satisfatoriamente os estudantes, conforme é a proposta da sequência didática elaborada neste trabalho.

Além disso, futuramente, caso essa sequência didática seja aplicada e seja verificada sua contribuição para a melhoria do desempenho dos alunos ao longo do ano letivo, propõe-se que todos os anos sejam planejados nestes moldes, abordando não somente a Álgebra, mas também as demais unidades temáticas da Matemática: aplicação de um pré-teste no início do ano letivo, para sondagem dos conteúdos anteriores e elaboração e aplicação de uma sequência didática que venha a sanar as dificuldades encontradas, podendo assim ser dada continuidade aos conteúdos previstos para tal ano.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao entrar em sala de aula, o professor precisa sempre estar preparado para as possíveis modificações que o meio fará em seu cronograma, metodologia, materiais e em si próprio. Cada turma abre e ao mesmo tempo pode fechar leques de opções previamente estruturadas, por isso é muito importante que os profissionais da educação sejam flexíveis ao meio no qual irão trabalhar.

No caso da realidade do ensino médio, é pressuposto que os alunos desenvolveram objetos de conhecimento matemático diversos ao longo do ensino fundamental, e que estão aptos a ampliá-los e aprimorá-los ainda mais, dando lugar a novos conhecimentos. Porém, ao longo desta jornada são encontrados percalços em relação ao ensino de determinados tópicos, e neste sentido é preciso que o professor incorpore um papel de pesquisador onde, segundo D'Ambrosio (2012, p. 86), "a ideia, sempre a mesma, é a de mergulhar na busca de explicações, dos porquês e dos comos, com foco em uma prática".

É necessário que o professor busque conhecer seus alunos para que, dessa forma, consiga delinear suas principais dificuldades na aprendizagem da disciplina, facilitando o percurso do ensino ao longo do ano letivo. Para entender melhor o nível de desenvolvimento em que cada discente se encontra em relação aos conteúdos trabalhados em aula, bem como suas principais dificuldades, Moreira (2017) propõe a verificação da aprendizagem significativa dos conceitos envolvidos e afirma que,

> ao procurar evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a "simulação da aprendizagem significativa" é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido. Testes de compreensão, por exemplo, devem, no mínimo, ser fraseados de maneira diferente e apresentados em um contexto de alguma forma diferente daqueles originalmente encontrados no material instrucional (p. 164).

No que se refere à relação entre exercícios (questões) e problemas, vale ressaltar que existe uma diferença importante entre ambos. Segundo Echeverría (1998, p. 60-61), na resolução de um exercício "não é necessário realizar uma programação, um plano consciente que guie e aproxime nossos passos na direção de uma solução plausível. O procedimento que devemos usar pode surgir, nesse caso, de forma automática, tendo em vista que já o repetimos um número suficiente de vezes", ou seja, é suficiente apenas o emprego de algoritmos e fórmulas pré-estabelecidas. No caso da solução de problemas, estas técnicas não bastam.

Na solução de um problema, além desse se apresentar inédito à pessoa que pretende resolvê-lo, as etapas de resolução exigem "um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos" (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16). Porém, mesmo constituindo-se de etapas de resolução imprevisíveis, todo problema selecionado pode adotar diferentes níveis de dificuldade e até mesmo caracterizar-se como um exercício rotineiro. Tudo depende das habilidades matemáticas e conhecimentos prévios que determinado indivíduo dispõe para sua resolução.

Segundo Moreira (2016, p. 17), “solução de problemas, sem dúvida, é um método válido e prático de se procurar evidência de aprendizagem significativa. Talvez seja, segundo Ausubel, a única maneira de avaliar, em certas situações, se os alunos, realmente, compreenderam significativamente as ideias que são capazes de verbalizar”. Por este motivo, os instrumentos elaborados nesta pesquisa são embasados na metodologia de Resolução de Problemas, visando desenvolver uma proposta de ensino que leve à aprendizagem significativa dos conteúdos apresentados.

Ao buscar proporcionar uma aprendizagem significativa aos alunos, o principal objetivo é tentar evitar que o ensino seja baseado em processos automatizados, que constituem uma aprendizagem mecânica através da qual, de acordo com Ausubel (2003), pode haver alguma conexão entre as novas e antigas ideias, mas apenas de uma maneira que não resulta na construção e apreensão de novos significados à estrutura cognitiva do estudante. Além do mais, segundo o autor, a aquisição de novos conhecimentos não faz parte dos resultados alcançados com a aprendizagem mecânica, por isso, em sua teoria, são apresentadas ferramentas que auxiliam na construção de uma aprendizagem significativa em sala de aula.

2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A teoria da Aprendizagem Significativa tem como principal autor o psicólogo estadunidense David Paul Ausubel (1918-2008). David foi professor Emérito da Universidade de Columbia e dedicou sua carreira acadêmica à psicologia educacional, sendo também formado em medicina e especializado em psiquiatria. O empresário e educador americano Joseph Donald Novak, nascido em 1932 é quem tem dado continuidade e divulgado os trabalhos de Ausubel, além de incorporar a esses a sua teoria dos mapas conceituais. No Brasil, o estudo sobre a Aprendizagem Significativa é bastante disseminado pelo professor Marco Antônio Moreira, licenciado em Física e estudioso das teorias de aprendizagem.

Esta teoria apresenta os processos pelos quais passam as novas informações, até que sejam incorporadas à estrutura cognitiva de cada indivíduo. A fase inicial deste processo é denominada por Ausubel de *assimilação*, onde uma nova ideia aprendida interage com uma ideia já existente na estrutura cognitiva e, ambas, nesse processo de assimilação, modificam-se gerando o produto final do novo conhecimento (MOREIRA, 2016).

A assimilação não cessa quando é atingida a aprendizagem significativa, mas continua a se desenvolver, interagindo com novas ideias que estão sendo continuamente recebidas. Ao interagirem e modificarem-se sucessivas vezes, essas ideias vão se tornando indissociáveis, ou seja, a ideia âncora inicial A que interagiu com a nova ideia B vai perdendo seu significado individual, restando na estrutura cognitiva apenas o conhecimento final AB. O mesmo acontece com B, e este processo, que é uma continuação da assimilação, denomina-se *assimilação obliterante* ou *esquecimento* (MOREIRA, 2006).

O processo de assimilação, entretanto, é influenciado por fatores que podem impossibilitá-lo de gerar uma aprendizagem significativa. Por isso, Ausubel (2003) estipula três fatores principais que são indispensáveis para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa: primeiramente, é necessário propor um *material potencialmente significativo*, ou seja, que interaja de maneira não-arbitrária e não-literal com os conceitos já aprendidos. A relação de não arbitrariedade pode ser garantida com a proposta de um material que não seja aleatório e que, dessa forma, possa se relacionar com outras ideias. Com o material sendo relacionável, a partir do momento em que este se expande, é reformulado e continua tendo um significado equivalente ao inicial, pode-se dizer que este tem também um caráter não-literal.

Além de o material se apresentar potencialmente significativo, é necessário que o aluno tenha em sua estrutura cognitiva *conhecimentos prévios* que sejam relevantes e se relacionem com o novo conceito. Ainda, enquanto sujeito da ação de aprendizagem, o aluno precisa expor o que Ausubel (2003) denomina de *mecanismos de aprendizagem significativa*, que consistem em uma pré-disposição em apreender de maneira não-arbitrária e não-literal o que está sendo proposto, ou seja, que não esteja disposto a simplesmente iniciar um processo de memorização. Essas condições se complementam, proporcionando um ambiente de ensino e aprendizagem satisfatório.

Na teoria da Aprendizagem Significativa, são apresentados três tipos de aprendizagem cognitiva: a representacional, a de conceitos e a proposicional. A aprendizagem representacional pode ser identificada como aquela que ocorre com crianças pequenas ao relacionar a palavra cachorro, por exemplo, com seu animal de estimação. Constitui, portanto, a vinculação de significado a determinados símbolos. Sendo uma continuação da aprendizagem representacional, a de conceitos amplia essa relação anterior e passa a generalizar este significado de cachorro para todas as suas formas de representação. Por fim, a aprendizagem proposicional é feita a partir da composição de palavras e conceitos que foram anteriormente aprendidos representacional e conceitualmente, tendo como objetivo estabelecer o significado das ideias expressas verbalmente (MOREIRA, 2017).

Com um novo material conectando-se à estrutura cognitiva de maneira não-arbitrária e não-literal, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 121), "a aprendizagem e a retenção não mais dependem preferivelmente da frágil capacidade humana para fixar associações arbitrárias e literais enquanto entidades autônomas, discretas e isoladas. Consequentemente, o período de tempo de retenção é bastante dilatado". Este prolongamento no período de retenção é um dos aspectos que põe a aprendizagem significativa à frente da mecânica, que será trabalhada a seguir.

2.1.1 Conceito subsunçor

O conhecimento prévio, mencionado anteriormente, que já está presente na estrutura cognitiva do aluno quando esse está a aprender algo novo, Ausubel denominou de *conceito subsunçor*[1], e serve como um "ancoradouro" para a aprendizagem de novos conceitos. A partir do momento em que os novos conceitos interagem com os subsunçores preexistentes, eles tomam significado e é estabelecido um campo possível de haver a aprendizagem significativa (MOREIRA, 2016).

É válido ressaltar que, de acordo com a teoria de Ausubel, aquilo que o aluno já sabe e que é considerado um subsunçor "não é simplesmente a ideia de 'pré-requisito'. Esta é uma ideia ampla e até certo ponto vaga, [...] Ausubel se refere a aspectos específicos da estrutura cognitiva que são relevantes para a aprendizagem de uma nova informação" (MOREIRA, 2016, p. 7). Assim, os subsunçores compreendem todos os aspectos presentes na estrutura cognitiva do aluno que influenciarão positivamente na construção e absorção de um novo conceito.

Por exemplo, quando se trabalha escalas, em Geografia, há todo um conceito anterior (pré-requisito) da própria área, que auxiliará no entendimento desse tópico. Porém, o conhecimento do aluno a respeito de mapas, sua familiaridade com GPS e todas as suas experiências que envolvem noção de espaço, por exemplo, servem como ótimos subsunçores desse assunto. Além, é claro, dos seus conhecimentos geométricos, que nada tem a ver, num primeiro momento, com a geografia do globo terrestre.

Por isso, quando se fala em delinear os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aluno, significa também identificar até que ponto vai seu conhecimento de mundo e suas

[1] "A palavra 'subsunçor' não existe em português; trata-se de uma tentativa de aportuguesar a palavra inglesa '*subsumer*'. Seria mais ou menos equivalente a inseridor, facilitador ou subordinador" (MOREIRA, 2017, p. 161).

experiências pessoais, não somente delimitar o conhecimento acadêmico, de sala de aula, que esse aluno detém. Dessa forma, Moreira (2017, p. 161) afirma que os subsunçores "podem ser abrangentes e bem desenvolvidos, ou limitados e pouco desenvolvidos, dependendo da frequência com que ocorre aprendizagem significativa em conjunção com um dado subsunçor."

Para a realização de determinada atividade ou iniciação a um novo conteúdo, Ausubel (2003, p. 65) propõe "verificar-se a disponibilidade de ideias relevantes na estrutura cognitiva através de testes de múltipla escolha ou pré-testes de ensaio, de entrevistas clínicas do tipo Piaget, através do questionamento socrático e de 'mapas de conceitos'". Porém, mesmo partindo dessa verificação, há a possibilidade de os alunos responderem a essas atividades de maneira mecânica, apenas reproduzindo ideias anteriormente vistas, não podendo de fato afirmar se houve uma aprendizagem significativa que sustentou os subsunçores existentes.

Por isso, estas ferramentas que têm como objetivo verificar a existência de subsunçores na estrutura cognitiva de determinado indivíduo, precisam ser desenvolvidas visando evitar o que Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 123) chamam de "*estimulação mecânica*, [...] formulando-se perguntas e apresentando-se problemas sob uma roupagem nova e desconhecida e que exija uma transformação máxima do conhecimento existente."

Ainda, caso seja constatado a inexistência de subsunçores, Ausubel sugere a aplicação de *organizadores avançados*, que poderão facilitar a aquisição e retenção de novos conhecimentos.

2.1.2 APRENDIZAGEM SUBORDINADA, SUPERORDENADA E COMBINATÓRIA

Tanto a aprendizagem de conceitos quanto a proposicional englobam um processo de subordinação, ao se caracterizarem por ideias potencialmente significativas que se incorporam às ideias âncoras pré-existentes na estrutura cognitiva e, por esse motivo, são chamadas de *aprendizagens subordinadas*. Ainda, Ausubel faz a distinção entre aprendizagem subordinada *derivativa* e *correlativa* onde, na primeira, as ideias aprendidas são vistas apenas como um novo exemplo de um conceito já aprendido, sendo facilmente inseridas na estrutura cognitiva e, ao mesmo tempo, ficando mais sujeitas à ação da assimilação obliteradora. E na segunda, subordinada correlativa, as novas ideias são adquiridas a fim de se incorporarem a conceitos já ancorados, modificando ou incrementando-os, quando esses não estão sendo devidamente representados por seus subsunçores. É, geralmente, através dessa aprendizagem que um novo conteúdo é aprendido (MOREIRA, 2006).

A *aprendizagem superordenada* se dá quando um conceito ou proposição mais geral e inclusivo A, se estabelece na estrutura cognitiva através de seus subsunçores (a_1, a_2, a_3...) (MOREIRA, 2017). Exemplo disso é quando são conhecidos os conceitos de incógnita, polinômios e funções e, mais tarde, se aprende que a esta unidade temática da Matemática dá-se o nome de Álgebra.

Já na *aprendizagem combinatória*, que ocorre mais na aprendizagem de proposições do que na de conceitos, não há uma relação de subordinação ou superordenação, e as novas ideias não podem ser assimiladas a partir de subsunçores específicos. De acordo com Moreira (2017, p. 168) "é como se a nova informação fosse potencialmente significativa por ser relacionável à estrutura cognitiva como um todo, de uma maneira bem geral, e não com aspectos específicos dessa estrutura".

2.1.3 APRENDIZAGEM MECÂNICA

Apesar de a aprendizagem mecânica, num primeiro momento, exigir menos esforço de quem aprende, por ser apresentada através de métodos de memorização, essa se caracteriza pelo seu baixo nível de retenção na estrutura cognitiva e por ficar sujeita a modificações que podem interferir no significado dos conceitos que não foram apreendidos de maneira satisfatória (TAVARES, 2004). É por esses fatos que é indicado que se proporcione instrumentos que possibilitem uma aprendizagem significativa aos alunos.

E mesmo apresentando um baixo rendimento, a aprendizagem mecânica ou por memorização se faz necessária quando o conteúdo apresentado é de uma área completamente nova para o aluno e esse não apresenta subsunçores suficientes à nova aprendizagem. Dessa forma, os primeiros conceitos serão adquiridos mecanicamente para, à medida que se estabeleçam tópicos relevantes – subsunçores – na estrutura cognitiva do indivíduo, se possa adquirir novos conceitos significativamente (MOREIRA, 2016).

Na aprendizagem mecânica, segundo Ausubel (2003, p. 3) "ocorre uma ligação simples, arbitrária e não integradora com a estrutura cognitiva preexistente", por isso, ao contrário do processo que ocorre na aprendizagem significativa, não se estabelece interação nenhuma entre a nova aprendizagem, que se deu de maneira arbitrária e literal, e os conhecimentos anteriores que o aluno domina. Exemplo disso é quando o estudante diz ter estudado muito, mas não consegue aplicar o que sabe em problemas ou contextos variados, pois absorveu de maneira mecânica e automática, restringindo sua aplicabilidade.

Algumas práticas exercidas pelos docentes, segundo Ausubel (2003), podem levar o aluno à aprendizagem exclusivamente por memorização e devem ser desconstruídas. Como é o fato de, devido ao modo como os erros e acertos são tratados em sala de aula, os alunos passarem a acreditar que apenas o professor e o livro didático estão sempre certos e qualquer desenvolvimento que desvie do padrão está incorreto, por isso pensam de maneira mecânica, apenas reproduzindo informações anteriormente memorizadas.

A falta de confiança na própria capacidade de aprender significativamente, que é gerada por sucessivos fracassos, também leva à aprendizagem por memorização. Para incentivar os alunos na melhoria desses aspectos, o professor precisa mesclar diferentes tipos de atividades e dar oportunidades para os alunos descobrirem as áreas de determinada ciência às quais mais se identificam, evitando a repetição de resultados insatisfatórios, além de se desprender de caminhos únicos e rígidos que levam a uma resposta fechada para determinado problema (AUSUBEL, 2003).

2.1.4 Aprendizagem por recepção e por descoberta

A aprendizagem por recepção é aquela onde o conteúdo chega pronto e acabado para o aluno e esse precisa apenas memorizá-lo para uma futura aplicação, como é feito nas aulas tradicionais, ministradas exclusivamente através do diálogo e da exposição. Na aprendizagem por descoberta, como o próprio nome diz, o aluno é o principal agente de sua aprendizagem, ou seja, inicia um processo de investigação independente, que permite identificar o conteúdo e desenvolvê-lo na mesma medida, como é o proposto pela metodologia de Resolução de Problemas (BRAVO; HUETE, 2006).

Porém, ao contrário do que se pensa,

> *quer* as técnicas expositivas, *quer* as de resolução de problemas, podem ser por memorização *ou* significativas, dependendo das condições em que a aprendizagem ocorre. Em ambas as situações, a aprendizagem significativa ocorre se a tarefa de aprendizagem se puder relacionar de forma não arbitrária e não literal àquilo que o aprendiz já sabe e se este adoptar um mecanismo de aprendizagem correspondente para o fazer (AUSUBEL, 2003, p. 52, grifos do autor).

Inclusive, Ausubel (2003) afirma que a aprendizagem significativa é fundamentalmente receptiva e se estrutura a partir da elaboração e apresentação de bons materiais de estudo. Isso justifica o fato de o modelo tradicional de ensino, baseado na recepção de conhecimentos, ter se mostrado ineficiente pois, por mais que seja possível atingir significativamente os objetivos de aprendizagem, os meios para este (recursos didáticos, nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos e as ideias âncoras pré-existentes) podem estar sendo pouco explorados e, consequentemente, gerando resultados insatisfatórios.

Por esses fatos, é preciso se desprender da ideia de que o indivíduo aprende significativamente apenas se for ele próprio o agente ativo do processo de aprendizagem, tendo a aprendizagem por descoberta como garantia de sucesso na educação. Ao contrário, nenhum caminho possível de aprendizagem deve ser subestimado, e sim melhor trabalhados os alicerces que o compõem, que vão desde a formação do professor, até os recursos utilizados e a receptividade dos estudantes para com a aquisição do novo conhecimento.

2.1.5 Organizadores avançados

Tendo o objetivo de facilitar a aquisição da aprendizagem significativa quando o indivíduo não possui subsunçores em sua estrutura cognitiva, Ausubel propõe a elaboração de *organizadores avançados* ou *organizadores prévios* que servem de introdução do conteúdo proposto, apresentando esse em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade.

Nem sempre os subsunçores que o indivíduo detém são suficientes para ancorar novas ideias, com isso, os organizadores avançados servem de ponte cognitiva entre as ideias pré-existentes na estrutura cognitiva do sujeito, e os novos conceitos a serem absorvidos (AUSUBEL, 2003). Ou seja, vão se relacionar diretamente com as ideias âncoras já aprendidas e, ao mesmo tempo, ampliá-las e generalizá-las a ponto de abrir caminho para novos conhecimentos.

Há dois tipos de organizadores: os expositivos e os comparativos. O primeiro tipo vai ser empregado nos casos em que o novo conceito é totalmente desconhecido para o aluno, com o objetivo de trabalhar com ideias de outras áreas do conhecimento que o aluno já possui em sua estrutura cognitiva e utilizar essas como âncora para as novas. Caso o aluno conheça, em parte, o novo conceito, é indicada a utilização de um organizador comparativo, que irá agregar mais informações ao que o aluno já sabe e fazer diferenciações entre ambas a fim de tornar o conceito o mais bem estabelecido possível, evitando ambiguidades (MOREIRA, 2008).

Ao utilizar organizadores, além de mobilizar todos os subsunçores já existentes na estrutura cognitiva que poderão servir de suporte à nova aprendizagem, também é ampliada, segundo Ausubel (2003, p. 170), “a capacidade de discriminação das diferenças genuínas entre os novos materiais de aprendizagem e ideias aparentemente análogas, mas frequentemente conflituosas, na estrutura cognitiva do aprendiz”. Sendo assim, esta ferramenta que faz parte da teoria da Aprendizagem Significativa, prepara o aluno para a aquisição do novo conhecimento facilitando o processo de ensino e de aprendizagem, além de reduzir conceitos equivocados existentes na estrutura cognitiva do estudante.

Apesar de Ausubel não dar exemplos específicos de como se devem apresentar estes organizadores, fica claro que esse recurso deve ser adaptado à cada realidade, tendo sempre como prioridade atingir o maior número de alunos, o que vai depender da sensibilidade do professor de identificar o nível intelectual em que esses se encontram e quais instrumentos melhor se adequarão ao grupo de estudantes em questão.

Tavares (2010, p. 14) define os organizadores avançados como uma “conjunção de estratégias de exposição, visuais e verbais, das características mais gerais e inclusivas do evento que se está estudando”, sendo assim, entende-se que esses podem ser apresentados em forma de vídeos, filmes, palestras, mapas conceituais, seminários, jogos, dinâmicas, ilustrações ou por meio de qualquer outra ferramenta que seja capaz de transmitir a ideia a ser trabalhada em um nível mais elevado de abstração, generalidade e inclusividade.

2.1.6 DIFERENCIAÇÃO PROGRESSIVA E RECONCILIAÇÃO INTEGRADORA

A utilização de organizadores avançados em sala de aula desencadeia os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, sendo uma das principais funções dos organizadores avançados, apresentadas anteriormente. A diferenciação progressiva se caracteriza, segundo Moreira (2017, p. 169), “por um princípio programático da matéria de ensino, segundo a qual as ideias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivos do conteúdo devem ser apresentados no início da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhe e especificidade”.

Ausubel (2003) propõe o princípio da diferenciação progressiva por acreditar que é mais fácil de aprender e acompanhar o desenvolvimento de determinado conteúdo se este for apresentado, primeiramente, de maneira mais ampla, para que em seguida cada tópico deste seja trabalhado à fundo, detalhadamente, sendo assim possível estabelecer ideias abrangentes que já servirão de subsunçores para o conteúdo em si. Esse primeiro princípio remete à utilização de organizadores avançados expositivos, enquanto que o próximo princípio, aos organizadores avançados comparativos.

O segundo princípio, da reconciliação integradora, tem como objetivo tornar os conteúdos de uma ciência em questão menos compartimentados, evitando-se confusões que podem acarretar em uma utilização equivocada de conceitos, bem como estimular a aprendizagem por memorização (AUSUBEL, 2003). Esse princípio, conforme afirmado por

Moreira (2017), sugere que, durante o processo de ensino e aprendizagem, sejam apresentadas as variações que um determinado assunto pode adotar, relacionando esse às ideias já ancoradas na estrutura cognitiva do aprendiz, a fim de explicitar as similaridades e discordâncias entre ambos, ampliando e refinando a visão do aluno sobre determinado assunto.

Após essa síntese da teoria de David Ausubel, é possível perceber que, em certos pontos, a metodologia de Resolução de Problemas vem a complementá-la, potencializando seus benefícios em sala de aula. Tendo isso em vista, essa metodologia será apresentada a seguir.

2.2 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997), após o fim do movimento da Matemática Moderna que tomou força nas décadas de 60 e 70, caracterizando uma época de grande enfoque na simbologia e no formalismo da linguagem matemática, não correspondendo ao nível intelectual dos alunos e sendo executada de diferentes maneiras equivocadas, o Conselho Nacional de Professores de Matemática – National Council of Teacher of Mathematics NCTM – publicou, em 1980, a partir do documento "Agendas para Ação", recomendações acerca do ensino de Matemática, tendo como foco a Resolução de Problemas.

Esse documento do NCTM apenas marcou a transição da Matemática Moderna para a proposta da Resolução de Problemas, pois os problemas, em si, há muito tempo vêm sendo trabalhados no ensino de maneira geral. Stanic e Kilpatrick (1989, p. 2) ao comentarem sobre a resolução de problemas, salientam que estes "remontam, pelo menos, tão longe como os antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 a.C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa coleção de problemas".

É claro que desde os primeiros registros da aplicação de problemas no ensino, esses assumem diferentes papéis a partir de perspectivas e análises distintas, que muitas vezes, como o ocorrido com a Matemática Moderna, podem ser feitos de maneira errada ou insatisfatória, não salientando a real importância e potencialidade que estes problemas podem ter na prática de ensino e aprendizagem da Matemática. Além disso, como afirmam Onuchic e Allevato (2009), a Resolução de Problemas passou a ser considerada e estudada como uma metodologia de ensino apenas a partir da década de 90.

Os problemas podem ser implementados em sala de aula de três maneiras distintas, de acordo com Schroeder e Lester (1989): ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolução de problemas e ensinar via resolução de problemas. A primeira maneira se refere a delimitar um passo a passo de resolução, como é feito nas etapas apresentadas por George Polya; a segunda remonta à uma metodologia tradicional: o ensino de determinado conteúdo leva à resolução de um problema; e, por fim, a última proposta parte de uma situação-problema para se desenvolver um conteúdo específico.

A última maneira descrita pelos autores, que tem a resolução de um problema como ponto de partida do desenvolvimento de um tópico matemático, é o indicado pelos PCN e caracteriza a resolução de problemas como uma metodologia de ensino em sala de aula, não sendo apenas uma “atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (BRASIL, 1997, p. 33).

Admitindo a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, ou seja, optar por ensinar via resolução de problemas não exclui, necessariamente, a possibilidade de também ensinar sobre e para a resolução de problemas. Muitas vezes esses dois últimos processos, em algum momento da aula, se farão necessários para que o desenvolvimento desta metodologia se dê de maneira satisfatória. É preciso sempre lembrar que esta metodologia não é rígida e que exige adaptações constantes em relação às características específicas de cada turma.

Como já dito anteriormente, para que um determinado conceito seja aprendido significativamente, é necessário que o aluno demonstre disposição para assimilar os conteúdos propostos. Por isso, para que não haja uma resistência quanto à proposta da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula, que poderia contribuir para uma má disposição do estudante, uma boa opção é que essa metodologia seja trabalhada desde os anos iniciais do ensino fundamental, como é proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) em todas as etapas da educação básica.

2.2.1 O PAPEL DO PROFESSOR

O papel do professor, enquanto estiver trabalhando a partir da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula, será, fundamentalmente, o de mediador, organizador e incentivador de suas próprias propostas. Sua missão será a de acompanhar o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, dando-lhes dicas que possam auxiliar o processo de resolução, mas nunca lhes fornecendo a resposta final. É importante que os alunos não desistam de encontrar a resposta por conta própria, sendo incentivados a não desistir de determinado problema ao invés de serem “levados a pensar que se uma tarefa não possa ser feita facilmente; então, não pode ser feita em absoluto” (BRAVO; HUETE, 2006, p. 131-132).

Ao fazer esse acompanhamento, é muito importante a valorização das estratégias traçadas pelos alunos e a conscientização de que não existe apenas um caminho de resolução viável. Muitas vezes os alunos comparam suas estratégias com as dos colegas e, quando notam a discrepância entre elas, acabam por mudar seu pensamento por acreditar que há apenas uma forma de se chegar à resposta final. Com certeza o trabalho contínuo com essa metodologia os fará mudar esse pensamento e valorizar as suas escolhas individuais.

Esta valorização da construção do pensamento de cada aluno precisa também ser trabalhada pelo professor e exige do mesmo uma bagagem de conhecimentos e técnicas muito maior, para que consiga enxergar mais de um caminho possível de resolução e quais devem ser descartados, por não satisfazerem à pergunta feita.

Quando um caminho possível de resolução chegou a um resultado final errado, o professor precisa intervir e orientar o aluno a analisar todos os passos feitos e ver em qual momento foram feitos raciocínios equivocados que comprometeram o resultado. Assim, segundo Micotti (1999, p. 159), “os erros deixam de indicar fracasso dos alunos, passam a constituir fontes de informação que o professor pode utilizar para perceber os percursos seguidos na interação com o objeto de estudo”. Essa análise constrói no aluno uma criticidade em relação à Matemática e amplia seu domínio do conteúdo, além de fazê-lo ter mais atenção aos detalhes em uma próxima resolução.

Assim como os erros, a avaliação também é encarada de uma maneira diferente quando se trata do trabalho a partir da Resolução de Problemas e ambos são considerados, por Costa e Allevato (2015, p. 301), como “procedimentos essenciais no ensino e na aprendizagem de Matemática”, já que, segundo esses autores, a avaliação passa a ser feita ao longo do processo de resolução dos problemas, sendo uma atividade constante e não apenas um mecanismo final que atribui nota ao desempenho dos estudantes. Por este motivo os autores passam a adotar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, salientando a importância e a possibilidade de ambas ocorrerem simultaneamente, quando aliadas à Resolução de Problemas.

Nesse sentido, o trabalho a partir dessa metodologia não se restringe apenas a chegar em soluções adequadas para os problemas propostos, e sim a construir um conhecimento significativo, e é nesse sentido que os erros que antes resultavam em um mal desempenho dos estudantes em Matemática, agora passam a servir de norteadores para as ações em sala de aula, tendo em vista que o professor participará durante o processo de construção de determinada resolução e passará a entender os mecanismos utilizados pelos alunos, bem como suas dificuldades, reorganizando as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009).

Outro fator que influencia diretamente o resultado eficaz da adoção dessa metodologia é a escolha correta dos problemas. Os problemas a serem escolhidos pelo professor, na visão de Coutinho et al. (2016), precisam ser bem redigidos, evitando escritas que abram margem para interpretações equivocadas por parte dos alunos. Além disso, é essencial a escolha de problemas que sejam possíveis de resolver, ou seja, que exijam capacidades que os alunos já tenham, para que não haja uma desmotivação por parte dos mesmos.

Fazer essa escolha não significa restringir a aprendizagem apenas àqueles tópicos matemáticos que os alunos já compreendem, mas partir deles para que seja construído algo mais abrangente e significativo. Propor exercícios completamente desconexos aos alunos, faz com que esses não saibam nem de onde partir sua resolução ou onde querem chegar, o que acarreta um processo de desvalorização destas atividades.

Pensando nisso, Pinto e Soares (2012) sugerem que sejam elaboradas listas pequenas, para evitar a exaustão dos alunos, compostas de problemas com níveis crescentes de dificuldade que exijam diferentes técnicas de resolução, além de os apresentar em uma linguagem simples. O uso de materiais concretos também pode auxiliar a entender e resolver o problema proposto e, mais uma vez, a valorização do processo pelo qual cada aluno decide desenvolver a solução e a devida orientação no percurso são ações que dão ainda mais sentido aos problemas propostos.

Com o objetivo de evitar que problemas se tornem meros exercícios e que a Resolução de Problemas perca seu caráter desafiador, sugere-se abranger diferentes tipos de incógnitas e descobertas em cada problema, mesmo quando se tratam de um mesmo ramo da Matemática. Ao trabalhar com Geometria Plana, por exemplo, em seu primeiro contato com um problema de descoberta da área de um triângulo, o aluno vai encarar esse como um problema, criando estratégias de resolução. Porém, ao ser exposto à uma sequência de problemas que envolvem sempre a descoberta da área de um triângulo, com informações muito semelhantes, ao final da lista estes problemas estarão sendo resolvidos de uma maneira mais rápida, transformando-se em exercícios para aqueles alunos que já dominaram e memorizaram as estratégias e passos de resolução, distorcendo o verdadeiro objetivo de se trabalhar com problemas em sala de aula.

Como salientado, o professor assume um papel mais amplo ao trabalhar com esta metodologia, que se faz igualmente imprescindível como o papel que tem o professor ao optar pela metodologia tradicional. No entanto, assim como é essencial na obtenção de uma aprendizagem significativa, na metodologia de Resolução de Problemas o aluno também precisará assumir um novo papel, o qual não era comum desempenhar nas aulas tradicionais. Cada estudante deve passar a ter uma postura participativa e investigativa em aula, apoiando e desenvolvendo as atividades sugeridas, tornando-se agente ativo do seu processo de aprendizagem.

2.2.2 Etapas da resolução de problema segundo George Polya

Quando se trata do ensino de Matemática, Polya e suas etapas de resolução de problemas têm grande destaque, contribuindo para que a Resolução de Problemas seja desenvolvida também como metodologia de ensino. Polya foi um matemático húngaro que viveu de 1887 a 1985 e dedicou sua vida à carreira docente, trabalhando com uma diversidade de tópicos matemáticos como geometria, séries, probabilidade e teoria dos números.

As etapas sugeridas por Polya para resolver problemas são caracterizadas pela generalidade e naturalidade, o que faz com que, mesmo quando sugeridas pelo professor, ainda reste muito trabalho para os alunos desenvolverem. E justamente por serem simples, com o tempo farão parte de todas as construções dos alunos, que as utilizarão habitualmente quando lhes for útil, sem a necessidade de serem exigidas pelos professores (POLYA, 1995).

O autor sintetiza o processo de resolução de um problema em quatro etapas, quais sejam:

i) Compreensão do problema: salienta-se que, para a compreensão do problema, é preciso que esse esteja de acordo com o nível de desenvolvimento no qual os alunos se encontram, como já mencionado anteriormente. A partir disso será possível traduzir o problema para uma linguagem mais simples, de fácil entendimento, caso esse esteja escrito em uma linguagem matemática formal.

Com estas modificações, é necessário selecionar os dados importantes de modo a responder às seguintes indagações: “Quais são os dados? Qual é a incógnita? Qual é a condicionante e se esta é suficiente para descobrir a incógnita?”. Condicionante trata-se dos dados fornecidos para determinar a incógnita, o que faz o problema ser razoável ou não, no sentido de ser possível de ser solucionado.

ii) Estabelecimento de um plano: caracteriza-se como a etapa mais importante descrita por Polya e para sua elaboração é indispensável que o aluno tenha uma bagagem prévia sobre o assunto e recorra a ela. Alguns questionamentos podem induzir a construção deste plano: “Já resolvi algum problema similar a esse antes? Quais são as definições e teoremas que podem ajudar no direcionamento da resolução?”.

Caso estas indagações não auxiliem de forma satisfatória, o aluno ainda tem a opção de reformular o problema a fim de resolvê-lo por partes ou então começar resolvendo um problema semelhante e mais fácil que o original, o que pode acabar construindo uma ponte entre ambos, capacitando o aluno a desenvolver um plano de resolução para o problema proposto.

Durante todo este processo o professor continuará auxiliando o aluno, com mais ou menos sugestões, dependendo das dificuldades encontradas, começando de maneira mais geral e afunilando as ideias até que o estudante possa enxergar caminhos consistentes para a elaboração de um plano.

iii) Execução do plano: caso o aluno tenha absorvido bem o plano desenvolvido anteriormente, seja através da ajuda do professor ou por conta própria, esta etapa de execução se dará de maneira mais fluída, pensando que o aluno já consegue visualizar os próximos passos no andamento da resolução.

O estudante precisa manter muita atenção ao longo desta etapa e verificar cada passo feito, para garantir que a construção seja válida. O professor poderá ainda questionar o aluno à respeito da validade da construção feita, sugerindo a demonstração das afirmações utilizadas no percurso.

iv) Retrospectiva da resolução: nesta etapa final, pode ser perguntado ao aluno: “Podemos verificar o resultado e os argumentos utilizados? Poderíamos ter chegado ao resultado por outro caminho?”. Esta última pergunta traz à tona uma característica do acompanhamento feito pelo professor durante a resolução de um problema, que consiste em ampliar a visão do aluno para os diferentes caminhos de resolução viáveis.

E quando estes caminhos diversos se esgotam, ainda sim sempre é possível melhorar o desenvolvimento da resolução, acrescentando informações ou retirando etapas que se mostraram dispensáveis ao final dessa. Quanto mais explorada for esta etapa, maior será a possibilidade de os alunos conseguirem utilizar este problema para a resolução de outros. Por fim, fica o questionamento: “Podemos resolver outro problema com base no resultado ou nos métodos adotados neste?”.

A lista de questionamentos feita aos alunos durante a execução dessas quatro etapas deve ser limitada, “sem artificialismo e em condições diferentes. Desse modo, é provável que elas sejam finalmente assimiladas pelo estudante e contribuam para o desenvolvimento de um *hábito mental”* (POLYA, 1995, p. 14, grifo do autor).

Esse passo a passo pode e deve ser adaptado à cada sala de aula sem precisar, necessariamente, que sejam nomeadas suas partes e definidas de maneira rigorosa. O importante é que seja incorporado em sala de aula de maneira natural e seguido pelo professor e pelos alunos em qualquer tipo de atividade, mesmo que implicitamente.

2.2.3 Roteiro para ensinar via resolução de problemas segundo Lourdes Onuchic

Tendo em vista que as etapas de Polya, descritas anteriormente, caracterizam um método para se ensinar sobre como resolver problemas e o presente trabalho utiliza esta resolução como metodologia de ensino, ou seja, o ensino via resolução de problemas, se faz necessário adotar também um roteiro de atividades que ditará a dinâmica de sala de aula, esse sugerido por Lourdes Onuchic, doutora em Matemática nascida em 1931, com larga experiência na área da Educação e da Educação Matemática.

Onuchic (2012) apresenta alguns tópicos a fim de nortear o desenvolvimento da metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula:

i) Preparação do problema: a etapa inicial consiste em selecionar um problema para dar início a um novo tópico de estudos, levando em conta que os conteúdos necessários para sua resolução ainda não foram trabalhados em sala de aula. A este problema inicial, Onuchic (2012, p. 13) dá o nome de *problema gerador* "que é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos na construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula."

ii) Leitura individual: cada aluno fará a leitura do problema individualmente.

iii) Leitura em conjunto: ao serem dispostos em grupos, os alunos novamente farão a leitura do problema, dessa vez em conjunto com os demais colegas.

Nesta etapa o professor irá intervir caso haja um problema secundário, como dúvidas quanto à leitura do enunciado, podendo até mesmo sugerir que os alunos consultem um dicionário, para que os mesmos possam prosseguir na resolução.

iv) Resolução do problema: ainda em grupos, os alunos iniciarão o processo de resolução do problema, de maneira colaborativa.

v) Observar e incentivar: o professor acompanhará todo o processo de resolução, passando de grupo em grupo e buscando sempre incentivar a troca de ideias entre os estudantes e ajudá-los a recapitular as ferramentas matemáticas de que dispõem para a resolução, dependendo do caminho que cada grupo escolher. Novamente, orientará os alunos caso surjam problemas secundários como de notação ou que envolvam técnicas de operação, para que possa ser dada continuidade.

vi) Registro das resoluções na lousa: um representante de cada grupo irá expor sua resolução no quadro, sendo elas certas ou erradas, e aquelas feitas por diferentes processos, descartando a repetição de soluções iguais.

vii) Plenária: nesta etapa todos são convidados a analisarem as resoluções expostas e a defenderem a sua, enquanto o professor media as discussões e procura incentivar a participação e atenção da maior quantidade de alunos possível.

> Nessa etapa, configura-se um momento importante de autoavaliação, quando cada aluno compara sua resolução com as dos colegas e a submete à apreciação dos demais alunos, num processo bastante natural e rico de reflexão, de análise e discussão dos procedimentos adotados e, consequentemente, de aprendizagem (COSTA; ALLEVATO, 2015, p. 5).

viii) Busca do consenso: após serem sanadas as dúvidas, a professor ajuda os alunos a chegarem em um consenso quanto às resoluções corretas.

ix) Formalização do conteúdo: o conteúdo é então formalizado pelo professor, em linguagem matemática adequada. Nesse momento, todos os procedimentos utilizados ao longo da resolução pelos alunos serão padronizados e incorporados à teoria.

Sendo assim, ao escolher trabalhar com a Resolução de Problemas a partir desse roteiro,

> o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita, continuamente, durante a resolução do problema (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 142).

Durante a aplicação dessas etapas, o professor ainda terá a chance de avaliar aquilo que os alunos sabem e o que não sabem, tendo subsídios para definir o andamento das futuras aulas e os objetivos dos próximos problemas a serem propostos (COSTA; ALLEVATO, 2015).

É possível notar que as etapas de resolução de Polya poderão facilmente ser aplicadas na quarta etapa descrita acima, assim como ao final da formalização do conteúdo poderão ser incluídos novos problemas para dar continuidade ao processo de ensino e aprendizagem, o que ainda caracterizaria um processo de ensinar para a resolução de problemas. Dessa forma, fica evidente que, ao adotar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, será possível apresentar as três diferentes maneiras de implementação dessa em sala de aula, apresentadas por Schroeder e Lester (1989), com o objetivo de explorar as diversas possibilidades de ensino e atingir um bom resultado.

2.3 A ÁLGEBRA DA EDUCAÇÃO BÁSICA: O ESTUDO DE FUNÇÕES

Tendo em vista que já foram apresentadas as teorias das quais este trabalho se constituirá, - a saber: teoria da Aprendizagem Significativa e a teoria da metodologia de Resolução de Problemas - se faz necessário um estudo a respeito da unidade temática da

Matemática que será abordada a partir destas teorias: a Álgebra e, mais especificamente, o conteúdo de Funções.

A Álgebra aqui apresentada é a Elementar, ou seja, aquela que diz respeito às operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação, divisão) mas que, ao contrário da Aritmética, utiliza símbolos (x, y, z) ao invés de números, fazendo referência a números desconhecidos e possibilitando que sejam formuladas leis gerais. Além disso, a Álgebra compõe uma das unidades temáticas da Matemática a ser trabalha durante a educação básica, perpassando todos os anos letivos e, a cada um destes, aumentando as expectativas de aprendizagem, representadas através das habilidades que se espera desenvolver a partir do conhecimento produzido sobre esta temática em sala de aula (BRASIL, 2017).

Com relação ao estudo desta unidade temática ao longo da escolarização, Ribeiro e Cury (2015) afirmam que,

> efetivamente, no início do trabalho com Álgebra, podemos expressar um problema em linguagem corrente, pensamos sobre ele, tentamos expressá-lo com ajuda de alguns símbolos – que, dependendo da faixa etária dos alunos, podem ser figuras ou letras – e chegamos à linguagem algébrica que, por sua vez, por meio da generalização, nos permite utilizar o mesmo pensamento em outras situações-problema (p. 14).

Dessa forma, pode-se começar a entender os diferentes papéis que a Álgebra assume no estudo da Matemática, sendo incorporada às demais unidades temáticas e, sobretudo, possibilitando o desenvolvimento do pensamento algébrico que "pode permitir que sejam realizadas abstrações e generalizações que estão na base dos processos de modelagem matemática da vida real" (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 11).

Ainda, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87) listam alguns caracterizadores do pensamento algébrico, que podem auxiliar na construção de atividades algébricas, são eles: "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização."

A partir dos anos finais do ensino fundamental, do 6º ao 9º ano, é quando a unidade temática da Álgebra passa a sugerir, de fato, atividades que levem o aluno a desenvolver o pensamento algébrico, observar regularidades, estabelecer leis que expressem a relação de dependência entre variáveis, ou seja, que introduzem conceitos relativos ao estudo de Funções, tendo sua continuidade ao longo do ensino médio (BRASIL, 1998).

Se tratando do ensino de Funções, o Guia de Livros Didáticos do Ensino Médio (BRASIL, 2018), referente ao Plano Nacional do Livro Didático de 2018, apresenta as coleções de Matemática aprovadas para serem escolhidas pelas escolas, onde é possível constatar que o tópico de Funções, na grande maioria dessas coleções, se apresenta como o primeiro conteúdo de Álgebra a ser trabalhado no primeiro ano do ensino médio.

2.3.1 O MODELO DOS 3 USOS DA VARIÁVEL (3UV)

Considerando a grande importância que o significado da variável tem nos conceitos que envolvem o estudo de Funções, conforme salientado por Queiroz (2008), é válido apresentar os diferentes papéis que essa adota ao longo do ensino de Matemática da educação básica. Para isso, será apresentado o modelo dos 3 usos da variável, ou modelo 3UV, de Lozano, Trigueros e Ursini (2000), que classifica as diferentes utilizações da variável em: variável como incógnita (ou termo desconhecido), variável como número genérico e variável em relação funcional. Para essas autoras, para construir uma concepção adequada das diferentes utilizações da variável, é preciso que se desenvolva algumas capacidades básicas.

Na utilização da variável como incógnita (I), é preciso:

> I1 reconhecer e identificar em um problema a existência de algo desconhecido que pode ser determinado;
> I2 interpretar a variável simbólica que aparece em uma equação como um ente que pode adotar valores específicos;
> I3 substituir os valores da variável que tornam a equação verdadeira;
> I4 determinar a incógnita que aparece em equações ou problemas, realizando as operações algébricas ou aritméticas necessárias;
> I5 identificar a incógnita em uma situação específica e representa-la simbolicamente em uma equação (LOZANO; TRIGUEROS; URSINI, 2000, p. 28, tradução nossa).

Na utilização da variável como número genérico (G), é preciso:

> G1 reconhecer padrões e regras em sequências numéricas e em famílias de problemas;
> G2 interpretar a variável simbólica como um ente que pode tomar qualquer valor;
> G3 interpretar a variável simbólica como um objeto indeterminado que se pode operar;
> G4 desenvolver a ideia de um método geral, distinguindo os elementos variáveis dos invariantes em famílias de problemas semelhantes, até chegar à simbolização de um método geral e do objeto geral sobre o qual atua;
> G5 manipular o símbolo para simplificar ou desenvolver expressões algébricas (LOZANO; TRIGUEROS; URSINI, 2000, p. 28, tradução nossa).

Na utilização da variável em relação funcional (F), é preciso:

> F1 reconhecer a correspondência entre quantidades e suas diferentes representações: tabela, gráfico, problema verbal ou expressão analítica;
> F2 determinar os valores da variável dependente quando se conhecem os da variável independente;
> F3 determinar os valores da variável independente quando se conhecem os da variável dependente;
> F4 reconhecer a variação conjunta das variáveis envolvidas em uma relação em qualquer uma de suas formas de representação;
> F5 determinar os intervalos de variação de uma das variáveis quando se conhecem os da outra;

> F6 expressar uma relação funcional de maneira tabular, gráfica e/ou analítica, a partir dos dados de um problema (LOZANO; TRIGUEROS; URSINI, 2000, p. 29, tradução nossa).

Além de especificar as capacidades a serem desenvolvidas conforme determinada utilização da variável, o modelo 3UV enfatiza que cada uma das três categorias da variável apresenta um processo de simbolização, manipulação e interpretação distintos, que podem se complementar ao longo de uma situação problema, ou seja, para a resolução de uma questão, muitas vezes a variável incorpora mais de uma de suas definições (QUEIROZ, 2008). O quadro abaixo, apresentado por Reyes, Trigueros e Ursini (1996, p. 317), sintetiza as ideias de simbolização, manipulação e interpretação delimitadas para cada um dos usos da variável:

Quadro 1 – Decomposição da variável

	Simbolização	Interpretação	Manipulação
Variável como incógnita	Simbolização de um termo desconhecido em uma situação particular e/ou em uma equação.	Interpretação de um símbolo como uma incógnita presente em equações nas quais ele aparece uma ou mais vezes.	Fatorar, simplificar, desenvolver, balancear uma equação para tornar a variável o sujeito dessa equação.
Variável como número genérico	Simbolização de um objeto genérico envolvido em métodos ou regras gerais, deduzidos de padrões numéricos e/ou geométricos, ou em famílias de problemas similares.	Interpretação de um símbolo como um objeto genérico presente em expressões algébricas ou em regras gerais.	Fatorar, simplificar e desenvolver para reorganizar uma expressão.
Variável em relação funcional	Simbolização de relações funcionais a partir de uma tabela, um gráfico ou um problema em língua natural.	Interpretação da correspondência entre variáveis e de sua variação conjunta dada por meio de expressões	Fatorar, simplificar, desenvolver para reorganizar uma expressão; substituir valores para determinar intervalos de variação, valores

		algébricas, tabelas ou gráficos.	de máximo e mínimo ou para analisar o comportamento global da relação.

Fonte: Reyes, Trigueros e Ursini (1996, p. 317, tradução nossa).

É válido considerar, ainda, que a área de Matemática e suas Tecnologias, no ensino médio, “tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído [...] no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior” (BRASIL, 2017, p. 528-529), além de ser a etapa final da formação básica dos estudantes e a que irá “exercer forte influência na opção crucial que deverão fazer entre a preparação para a universidade ou o treinamento para o ingresso no mercado de trabalho” (LIMA, 2007, p. 186). Por esse motivo deve ser enfatizada a importância de um planejamento de aula adequado, pensado para proporcionar o maior aproveitamento de estudos possível aos estudantes.

3 SOBRE A PESQUISA

Nesta seção apresenta-se os dados que desencadearam a presente pesquisa. Primeiramente, a questão norteadora que compõe o problema de pesquisa, levantada a partir de experiências e pesquisas iniciais acerca do ensino de Álgebra e, em seguida, os objetivos delimitados no presente trabalho, a fim de responder a essa questão.

3.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Considerando as dificuldades que os alunos apresentam em Álgebra ao longo de toda a educação básica, como já mencionado nas seções anteriores e, além disso, levando em conta as experiências em sala de aula, através dos estágios curriculares obrigatórios, que permitiram vivenciar as dificuldades que os estudantes acumulam até a etapa do ensino médio, que muitas vezes impedem o desenvolvimento de novos conteúdos de maneira satisfatória, na presente pesquisa pretende-se investigar a seguinte questão:

Como está se dando o ensino de Álgebra e, mais especificamente, o ensino de Funções, em escolas do litoral norte do Rio Grande do Sul e se os professores, em suas práticas docentes, conhecem e adotam os pressupostos da teoria de ensino da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

3.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é tomar conhecimento de como professores da rede pública de ensino de escolas do litoral norte do Rio Grande do Sul ministram os conteúdos de Álgebra na educação básica para, a partir disso, apresentar uma sequência didática que contemple os processos propostos na teoria da Aprendizagem Significativa, utilizando a metodologia de Resolução de Problemas.

3.2.1 Objetivos específicos

Investigar de quais formas o conteúdo de Funções é abordado na educação básica pelos professores envolvidos na pesquisa, assim como as metodologias e recursos de ensino adotados no desenvolvimento desse conteúdo.

Verificar se a teoria de David Ausubel é conhecida pelos docentes e, além disso, se a estrutura proposta por essa faz parte da rotina de sala de aula desses profissionais de um modo geral e, principalmente, em se tratando do ensino de Funções.

Elaborar uma sequência didática que auxilie na introdução de elementos da Aprendizagem Significativa nos planejamentos de aula dos professores envolvidos, aplicando a metodologia de Resolução de Problemas.

4 PROCESSOS METODOLÓGICOS

A partir do delineamento feito, pode-se classificar a presente pesquisa como um estudo de caso. Entende-se por delineamento, segundo Gil (2017), todas as etapas anteriormente descritas, como os objetivos e a justificativa e todos os caminhos escolhidos para coleta e análise de dados.

O estudo de caso pode ser simples ou complexo, sendo aplicável em diversos meios. Suas etapas são bem delimitadas e por mais que se assemelhe com outras pesquisas já existentes, cada estudo de caso reflete características específicas do ambiente que se escolheu em determinada pesquisa, o que o faz único.

Esse tipo de pesquisa busca estudar uma realidade específica, comparando diversas fontes de informação. O contexto social no qual a pesquisa é desenvolvida é levado em conta ao longo do processo e o estudo de caso acaba por representar os diferentes pontos de vista presentes na situação em questão. Além disso, os relatórios elaborados nesses estudos são de uma linguagem mais acessível, ao contrário do que se vê em outros relatos de pesquisa (ANDRÉ; LUDKE, 1986).

Precedendo a execução do estudo de caso em questão, se fez necessário uma pesquisa bibliográfica englobando todos os temas abordados neste trabalho, desde a compreensão de alguns documentos norteadores da educação, como os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular, até tópicos específicos da Educação e da Didática como a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel; da Educação Matemática, como a aprendizagem por meio da Resolução de Problemas e também do Ensino de Matemática em se tratando da unidade temática da Álgebra.

Caracterizando o modelo dito como estudo de caso, partimos de uma pesquisa qualitativa aplicada à um grupo de professores da rede pública de ensino do Rio Grande do Sul. A pesquisa qualitativa, conforme afirmam André e Ludke (1986), é também conhecida como "naturalística" justamente por ter o meio natural como o principal fornecedor de dados sendo estes dados, em sua maioria, descritivos.

Sobre a pesquisa qualitativa, Filho (2002) afirma que

> Seu propósito fundamental é a compreensão, explanação e especificação do fenômeno. [...] Trata-se de um processo de compreensão, em geral, com dois níveis. O primeiro é o da compreensão direta ou a apreensão imediata da ação humana sem qualquer inferência consciente sobre a atividade. No segundo nível, que é mais profundo, o pesquisador procura compreender a natureza da atividade em termos do significado que o indivíduo dá à sua ação (p. 43).

O primeiro “nível” deste estudo de caso, será caracterizado pela seleção dos dados obtidos através do questionário online que serão úteis à pesquisa, assim como uma consulta à Base Nacional Comum Currricular, a fim de identificar alguns aspectos como a distribuição dos objetos de conhecimentos, ou seja, dos conteúdos ao longo dos anos letivos que compõem a educação básica e suas respectivas habilidades. O segundo “nível” será dividido entre a análise dos dados selecionados e à elaboração de uma sequência didática que possa servir de base para o trabalho a partir da teoria de David Ausubel, pensada para o 1º ano do ensino médio.

Baseado nas etapas de desenvolvimento de um estudo de caso, comentadas por André e Ludke (1986), o presente trabalho foi dividido em: revisão bibliográfica (fase exploratória); análise de documentos escolares e seleção dos dados do questionário que contribuiriam para a presente pesquisa (delimitação do estudo); análise dos resultados selecionados, considerações, elaboração de sequência didática e redação final (análise sistemática e elaboração do relatório). Salientando o fato de que essas etapas podem se dar de maneira alternada, à medida que a pesquisa vai se desenvolvendo.

4.1 METODOLOGIA DE ANÁLISE DE DADOS

Como o recorte do questionário a ser levado em conta é composto de respostas dissertativas, ao invés de respostas de múltipla escolha, a análise a ser feita assume o nome de Análise de Conteúdo (FREITAS; JANISSEK, 2000). Nessa análise, segundo os autores, “parte-se de dados qualitativos – fazendo um agrupamento quantitativo – para análise qualitativa novamente” (p. 39).

Os dados serão analisados conforme as três etapas indicadas por Bardin (1977): (1) a pré-análise; (2) a exploração do material e; (3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

Para a primeira dessas foi definido o documento que será objeto da análise, no caso o questionário, sendo delimitados os blocos de questões que seriam analisados, além de ser feita uma filtragem das questões de cada bloco que seriam incluídas na presente pesquisa.

A segunda fase, “longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração, em função de regras previamente formuladas” (BARDIN, 1977, p. 101). Ainda, Freitas e Janissek (2000) explicam que essa codificação pode ser feita através de categorias que

> devem se originar seja do documento objeto da análise, seja de um certo conhecimento geral da área ou atividade na qual ele se insere. [...] A escolha das categorias é o

> procedimento essencial da Análise de Conteúdo; visto que elas fazem a ligação entre os objetivos de pesquisa e seus resultados (p. 47).

Desse modo, a partir de uma leitura e interpretação cuidadosa das respostas apresentadas pelos docentes, que permitem identificar aspectos centrais de seus planejamentos e, consequentemente, a estrutura de sala de aula composta a partir desses, as respectivas práticas de ensino dos professores envolvidos serão classificadas em (i) *alto potencial de desencadeamento de aprendizagem significativa* e (ii) *baixo potencial de desencadeamento de aprendizagem significativa* se, respectivamente, satisfizerem 3, ou menos de 3 dos parâmetros estabelecidos por Moreira, Palmero e Sahelices (2011)[2], sendo classificados em (iii) *máximo potencial de desencadeamento de aprendizagem significativa* apenas os docentes que satisfizerem todos os quatro parâmetros, ao passo em que será levado em conta se cada professor trabalha em sua sala de aula - mesmo que, por vezes, de modo implícito - de acordo com alguns fatores essenciais da teoria de David Ausubel. Ou seja, será considerado se os docentes têm o hábito de fazer uma retomada dos conteúdos anteriormente trabalhados, antes de dar início a um novo tópico, já identificando neste processo se os alunos realmente detêm os subsunçores necessários à nova aprendizagem. Além disso, identificar se estes professores consideram como conhecimentos prévios apenas os escolares, ou se citam também as aprendizagens experienciais dos alunos e se costumam identificar as dificuldades dos alunos através da resolução de exercícios e problemas, como sugerido por Ausubel, e se trabalham direta e constantemente essas dificuldades, tentando contribuir ao máximo para a redução das lacunas de aprendizagem que os estudantes apresentam.

A etapa final de análise consiste em interpretar os dados analisados e classificados na etapa anterior. É nessa etapa que será decidido o enfoque principal da sequência didática, tendo como objetivo estruturar uma proposta para o ensino de Álgebra para o nível de ensino que seja mais comum entre as atuações docentes dos envolvidos.

---

[2] Os autores estabelecem quatro parâmetros mínimos que os docentes, ao optarem por trabalhar a partir da Aprendizagem Significativa em sala de aula, devem satisfazer. São eles: descobrir o conhecimento prévio que o aluno detém; pensar e organizar os conteúdos a fim de facilitar a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora; apresentar organizadores avançados que sirvam de pontes cognitivas, interligando os antigos e os novos conhecimentos; apresentar o conteúdo de maneira sequencial, explicitando as relações entre diferentes tópicos.

5 ANÁLISE DO INSTRUMENTO DE PESQUISA

O questionário, tal qual foi apresentado aos participantes, através de formulário elaborado no Google Forms, durante a execução do projeto de pesquisa “Aprendizagem Significativa e a formação de professores” está disponível, para conhecimento, no Anexo A.

Note que a questão da formação dos professores envolvidos foge ao escopo desta pesquisa, por esse motivo, nesta seção, serão apresentadas e analisadas apenas as respostas das questões dos blocos 2 e 3, sendo que, do bloco 1 serão utilizadas apenas as informações referentes a quais redes e níveis de ensino os professores atuam.

5.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS

Nesta subseção serão abordadas e analisadas questões referentes aos 3 primeiros blocos que constituem o questionário online, sendo esses os blocos de *Identificação dos participantes*, *Conhecimentos a respeito da teoria da Aprendizagem Significativa* e *Situações de ensino*, respectivamente.

Para o tratamento dos dados referentes aos blocos 2 e 3, que apresentam respostas dissertativas, primeiramente foram organizados quadros que trazem as respostas dos 12 participantes de maneira resumida, para que assim possam ser analisados minuciosamente com maior praticidade. E, ao longo da análise, são feitos agrupamentos quantitativos que auxiliam no direcionamento dessa investigação e, posteriormente, descrições detalhadas que levam ao fechamento das análises.

Bloco 1: Identificação dos participantes

Levando em consideração as informações que eram pertinentes à pesquisa, constatou-se que este grupo de docentes permeia as redes de ensino municipal, estadual e federal, sendo que a maioria desses - 7 de 12 participantes - leciona Matemática para o ensino médio e, por este motivo, a sequência didática é desenvolvida pensando no trabalho com este nível de ensino.

Ao todo, 5 docentes lecionam apenas para o ensino fundamental; 4 lecionam para o ensino fundamental e para o médio e; 3 para o ensino médio e para o superior.

Bloco 2: Conhecimentos a respeito da teoria da Aprendizagem Significativa

As questões de 1 a 4 foram organizadas no quadro abaixo, apresentando as respostas de cada participante resumidamente, através de palavras-chave e frases curtas.

Este Quadro 2, assim como os quadros seguintes, 3 e 4, apresentam nas colunas as perguntas do questionário referentes a tal bloco e, nas linhas, uma versão resumida das respostas dos professores participantes, listados de P_1 a P_{12}.

Quadro 2 – Respostas do bloco 2, intitulado *Conhecimentos a respeito da teoria da Aprendizagem Significativa*

	1 Quais os critérios que você utiliza para filtrar os conteúdos a serem ministrados, além da prévia seleção de conteúdos mínimos disponibilizada pela instituição?	2 Quais metodologias e ferramentas de ensino você normalmente utiliza em sala de aula?	3 Conhece a teoria da Aprendizagem Significativa? Se sim, essa faz parte do teu objetivo de ensino? Como?	4 O quão importante é, para você, fazer uma sondagem a respeito dos conhecimentos prévios dos estudantes? Você costuma fazer essa sondagem antes de iniciar um conteúdo?
P_1	Considera o perfil da turma e o seu nível de desenvolvimento em relação ao conteúdo.	Utiliza metodologia construtivista; ferramentas tecnológicas.	Conhece a teoria, a utiliza e a associou à importância dos conhecimentos prévios.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.
P_2	Considera o que será fundamental saber para os anos seguintes.	Desafios, jogos e atividades no quadro.	Afirmou conhecer e utilizar a teoria, porém apresentou um conceito errado: “procuro contextualizar os conteúdos novos, ouvindo as	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.

			vivências dos alunos, suas experiências. Procuro mostrar o conceito na prática, dou vários exemplos e tento mostrar de onde saiu e para o que serve.”	
P_3	Relevância no dia a dia e de acordo com o que é cobrado no ENEM e vestibulares.	Jogos on-line e programas, devido às aulas remotas.	Afirmou conhecer e utilizar a teoria, porém apresentou um conceito errado: “Busco fazer com que os alunos vejam sentido naquilo que estão estudando, para que percebam aonde utilizar fora da sala de aula os conteúdos aprendidos.”	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.
P_4	Considera o que será fundamental saber para os anos seguintes, além do perfil da turma.	Diálogo como centro do processo de uma aprendizagem cooperativa.	Conhece a teoria mas não a utiliza.	Faz a sondagem ao longo do desenvolvimento do conteúdo, e não no início.
P_5	Considera o perfil da turma.	Resolução de Problemas e tecnologias de informação.	Conhece a teoria, a utiliza e a associou à importância dos conhecimentos prévios.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o

				conteúdo, mas não necessariamente através de uma atividade específica, e sim por observação e diálogo.
P_6	Considera o perfil da turma e a relevância no dia a dia.	Jogos, paródias, uso das tecnologias e metodologias ativas.	Conhece a teoria, a utiliza e a associou à importância dos conhecimentos prévios.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.
P_7	Considera o que será fundamental saber para os anos seguintes.	De piadas até histórias variadas, comparando símbolos matemáticos com aspectos da vida diária, utilizando livros didáticos e atividades práticas.	Conhece a teoria, a utiliza e a associou à importância dos conhecimentos prévios, inclusive, aos subsunçores.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.
P_8	Considera o perfil da turma.	Metodologias ativas e aulas tradicionais.	Afirmou conhecer e utilizar a teoria, porém apresentou um conceito errado: “ao ensinar os objetos de conhecimento tento fazer com que estes se atrelem ao conhecimento do	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.

			cotidiano do aluno e da sociedade.”	
P_9	Considera o que será fundamental saber para os anos seguintes além da relevância no dia a dia.	Uma mistura de metodologias: tradicional, humanista, construtivista, etc, variando de acordo com a turma e ferramentas que vão desde materiais reciclados até softwares e aplicativos tecnológicos.	Não conhece, mas acredita fazer parte de seu planejamento, pois procura sempre “dar significado aos conceitos desenvolvidos”, o que não condiz com a teoria.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.
P_{10}	Considera o perfil da turma e o que é cobrado no ENEM e vestibulares.	Tradicional, resolução de problemas, sala de aula invertida, usando ferramentas como as tecnologias e material concreto.	Conhece pouco a teoria e não a utiliza.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.
P_{11}	Considera o que será fundamental saber para os anos seguintes além da relevância no dia a dia.	Vídeos, lista de atividades, sites de apoio, google meet, pensando no ensino atualmente remoto.	Afirmou conhecer e utilizar a teoria, porém apresentou um conceito errado: “faz parte do meu objetivo de ensino, porque a educação é uma ‘via de mão dupla’, professor x	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o conteúdo.

			aluno na troca de conhecimento.	
P_{12}	Relevância no dia a dia e de acordo com o que é cobrado no ENEM e vestibulares.	Aula expositiva, atividades em grupo, modelagem matemática e cenários para investigação.	Conhece pouco a teoria e não a utiliza.	Considera fundamental e sim, faz a sondagem antes de iniciar o ano/semestre.

Fonte: os autores.

Bloco 3: Situações de ensino

As questões deste bloco foram divididas em dois quadros sendo que, no Quadro 3 foram organizadas as questões de 1 a 3, apresentando as respostas de cada participante resumidamente, através de palavras-chave e frases curtas. As respostas das questões restantes, de 4 a 6, estão dispostas no Quadro 4.

Quadro 3 – Respostas do bloco 3, questões 1 a 3, intitulado *Situações de ensino*

	1 Você tem que introduzir o ensino de Álgebra com uma turma de 6º ano do ensino fundamental, quais conceitos são extremamente importantes neste processo?	2 Quais dificuldades você percebe em seus alunos ao ser feita essa introdução? E quais mecanismos você utiliza para identificá-las?	3 Você precisa iniciar o estudo de Funções com uma turma de 1º ano do ensino médio para a qual você não ministrou aulas no ensino fundamental. Quais conhecimentos prévios você acredita que os alunos precisam ter para que o ensino desta temática se dê de maneira mais fluída?
P_1	Os conhecimentos prévios e características da turma.	Dificuldade na transição da aritmética para álgebra; identifica através de atividades.	Conteúdos escolares: conjuntos numéricos e plano cartesiano.

P_2	Conteúdos escolares: propriedades das operações matemáticas, incógnitas e conjuntos.	Dificuldade com o trabalho com letras; -	Conteúdos escolares: equação de 1º e de 2º grau e plano cartesiano.
P_3	Conteúdos escolares: descoberta de valores desconhecidos e igualdade de grandezas.	Dificuldade com raciocínio lógico e resolução das operações; identifica através de sondagem.	Conteúdos escolares: equações, plano cartesiano, gráficos.
P_4	São importantes problemas que envolvam letras, como organizar festas, arrumar brinquedos nos armários de casa, etc.	Dificuldade de interpretação do problema; identifica através de observação e das resoluções dos alunos no quadro, além dos portfólios de matemática.	Utiliza problemas e vai sanando as dúvidas ao longo das aulas.
P_5	Conteúdos escolares: incógnita.	Dificuldade ao operar com as letras; -	Conteúdos escolares: variável, função, equação.
P_6	Conteúdos escolares: propriedades da igualdade.	Dificuldades de desenvolver a igualdade; -	Conteúdos escolares: equação de 1º e de 2º grau e conceito de igualdade.
P_7	Letra como símbolo para representar valor desconhecido, através de máquinas que duplicam, por exemplo.	Dificuldades de trabalhar com as letras; -	Conteúdos escolares: equação de 1º e de 2º grau; expressões algébricas e regra de três.
P_8	Conteúdos escolares: conceito de número, quatro operações e raciocínio lógico-matemático.	Dificuldade no raciocínio lógico-matemático; identifica através da proposta de desafios.	Conteúdos escolares: raciocínio lógico-matemático, números racionais e equação do 1º grau.
P_9	Conteúdos escolares: sequências numéricas ou pictóricas, quatro	Dificuldade de interpretação, resolução de problemas e cálculo mental;	Conteúdos escolares: equações, quatro operações, sequências, operações algébricas,

	operações, tabelas e proporcionalidade.	identifica através de observação e diálogo.	tabelas e pensamento algébrico.
P_{10}	Conteúdos escolares: operação de reversibilidade.	Dificuldade em elaborar estratégias de resolução; -	Conteúdos escolares: razão e proporção, equações, conjuntos numéricos e intervalos.
P_{11}	Contextualização com situação problema do dia a dia.	Dificuldade com o trabalho com valores desconhecidos; -	Conteúdos escolares: números inteiros, regra de sinais, equação de 1º grau, plano cartesiano e potenciação.
P_{12}	Conteúdos escolares: variável, incógnita, expressão algébrica e equação.	Dificuldade de abstração e da utilização das letras; identifica através de atividades para representar algebricamente determinada frase ou usar a linguagem escrita para descrever uma expressão.	Conteúdos escolares: variável, incógnita, expressão algébrica e plano cartesiano.

Fonte: os autores.

Bloco 3: Situações de ensino

As questões finais deste bloco, de 4 a 6, foram organizadas no quadro abaixo, apresentando as respostas de cada participante resumidamente, através de palavras-chave e frases curtas.

Quadro 4 – Respostas do bloco 3, questões 4 a 6, intitulado *Situações de ensino*

	4 Quais questionamentos são normalmente levantados pelos alunos ao ser trabalhado este conteúdo?	5 Qual metodologia e recursos você utiliza ao propor o conteúdo de Funções? Sente necessidade de apresentá-lo de uma forma diferente, ou acredita que assim os alunos têm um bom entendimento?	6 Após 2 anos ministrando aulas para a turma referida no item anterior, você deve iniciar o primeiro conteúdo do ano letivo. Como são inseridos no seu planejamento os

			conhecimentos construídos pelos alunos ao longo desses anos?
P_1	Por que e para que estudar tal conteúdo?	Metodologia inovadora, dinâmica (não citou exemplos); necessidade de utilizar mais o GeoGebra.	Afirma já conhecer os pré-requisitos dos alunos e dar continuidade.
P_2	Por que e para que estudar tal conteúdo?	Exemplos do cotidiano; necessidade de utilizar softwares matemáticos (não citou exemplos).	Faz uma retomada dos conteúdos novamente.
P_3	Qual a relação do x com a função e dificuldade com relação à interpretação e construção de gráficos.	Relação com o dia a dia; -	Afirma já conhecer os pré-requisitos dos alunos e dar continuidade.
P_4	Questionamentos em relação à conexão deste conteúdo com outras unidades temáticas como a geometria, identificando nos alunos a dificuldade de resolver um problema que tem várias etapas e enxergar a sua totalidade.	Problemas investigativos, com desenvolvimento do pensamento computacional, informática; não precisa mudar a forma de apresentar o conteúdo.	Afirma já conhecer os pré-requisitos dos alunos e dar continuidade.
P_5	Dificuldades relacionadas ao tratamento algébrico para encontrar raízes ou dificuldades semióticas para diferentes representações.	Modelagem; -	Propõe uma situação problema para os alunos resolverem e apresentarem através de pôster.

P_6	Por que e para que estudar tal conteúdo?	Jogos, aplicativos, situações problemas; -	Parte do que os alunos sabem, dialogando e questionando.
P_7	Não me recordo.	Abordagem através de problemas; não precisa mudar a forma de apresentar o conteúdo.	Não compreendeu a pergunta.
P_8	Por que e para que estudar tal conteúdo?	Situações problema; -	Usa uma metodologia ativa.
P_9	Questionam sobre conteúdos que são pré-requisitos.	Situações reais e softwares; -	Afirma conhecer os pré-requisitos dos alunos e dar continuidade.
P_{10}	Dificuldade com tópicos do próprio conteúdo atual, como domínio, lei da função e construção de gráfico.	Inicia com a relação entre as variáveis, com a máquina de números e gráficos através do GeoGebra; -	Faz uma retomada dos conteúdos novamente. “Para o Ensino Médio eu inicio as aulas realizando atividades de sondagem, mesmo que tenham sido meus alunos. É a partir daí que faço meu planejamento. Não parto do pressuposto que por ter dado aula para eles eu realmente saiba o que eles aprenderam.”
P_{11}	Por que e para que estudar tal conteúdo?	Contextualização de uma situação e construção de gráfico; -	Faz uma retomada dos conteúdos novamente.
P_{12}	Dificuldade de compreender a variável e a relação entre variáveis, além de	Introdução através de situações problemas, na perspectiva de cenários para investigação e modelagem matemática, depois	Não faz uma sondagem novamente, mas sempre que possível relembra tópicos já trabalhados, através do conteúdo atual.

	dificuldade na representação gráfica.	formaliza através de aula expositiva; acredita estar dando certo deste modo.	

Fonte: os autores.

A partir deste agrupamento e organização das respostas obtidas através do questionário nos quadros anteriores, será iniciada a análise destes dados.

5.2 ANÁLISE DOS DADOS

Para que fosse possível direcionar a análise da pesquisa, primeiramente foram categorizados os participantes em relação ao conhecimento que afirmaram possuir sobre a teoria da Aprendizagem Significativa. A questão 3 do bloco 2[3] foi a que permitiu a seguinte categorização:

Quadro 5 – Categorização inicial dos participantes

Categoria	Característica do participante	Quantidade de participantes
A	Conhece a teoria, a utiliza e apresenta um conceito coerente dessa.	4 (P_1, P_5, P_6, P_7)
B	Conhece a teoria, a utiliza, porém apresenta um conceito equivocado.	4 (P_2, P_3, P_8, P_{11})
C	Não conhece a teoria, a utiliza, porém apresenta um conceito equivocado.	1 (P_9)
D	Conhece a teoria e não a utiliza.	3 (P_4, P_{10}, P_{12})

Fonte: os autores.

O enfoque será trabalhar a partir das respostas daqueles docentes que afirmaram utilizar esta teoria em sala de aula, independente do fato de a conhecer bem ou não, para que possa ser analisado se há elementos da teoria de Ausubel em suas práticas de ensino. Por isso, o enfoque será nas categorias A, B e C. A partir disso foram criadas duas subcategorias: X e Y.

A subcategoria X será constituída da categoria A, ou seja, dos participantes que afirmaram conhecer a teoria, utilizá-la e, além disso, também apresentaram um conceito certo dessa, no qual mencionam a importância dos conhecimentos prévios ou subsunçores no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. São estes os participantes P_1, P_5, P_6, P_7.

[3] Bloco 2, questão 3: *Conhece a teoria da Aprendizagem Significativa? Se sim, essa faz parte do teu objetivo de ensino? Como?*

A subcategoria Y abrange as categorias B e C de participantes que, independente de conhecerem ou não a teoria, afirmaram que essa faz parte de sua sala de aula, apesar de apresentarem um conceito que foge à concepção dada por Ausubel (2003) sobre a Aprendizagem Significativa, não fazendo qualquer menção aos conhecimentos prévios ou subsunçores. São estes os participantes P_2, P_3, P_8, P_9, P_{11}.

5.2.1 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DA SUBCATEGORIA X

Em relação aos participantes da subcategoria X, todos consideram a sondagem dos conhecimentos prévios dos estudantes fundamental e a tem como um norteador de seu planejamento. Todavia, o participante P_5 é o único que especifica através de qual ferramenta faz esta sondagem e afirma que não necessariamente é por meio de atividade ou prova escrita, sendo possível verificar os conhecimentos prévios através de observação e diálogo. Assim, é possível concluir que, mesmo este participante conhecendo a teoria de Ausubel e a utilizando em sala de aula a partir de uma definição correta, esse não está acostumado a verificar a presença de uma Aprendizagem Significativa através da resolução de exercícios e, principalmente, problemas, como é o indicado pelo autor (MOREIRA, 2016).

Além disso, as metodologias de ensino mencionadas pelos participantes desta subcategoria foram: construtivista (P_1), resolução de problemas e tecnologia da informação (P_5), metodologia ativa (P_6). E ferramentas tecnológicas, como jogos, paródias, livros didáticos, histórias variadas e atividades práticas. Note que os professores não dão maiores informações sobre o que seriam atividades práticas, por exemplo. Para a seleção dos conteúdos, os professores se preocupam principalmente em levar em conta o perfil da turma e o nível de desenvolvimento em que o grupo de estudantes está em relação ao conteúdo proposto, além de considerarem o que será fundamental nos anos escolares seguintes (P_7) e, também, o que tem maior aplicabilidade no cotidiano.

No estudo da Álgebra com alunos do 6º ano, os professores mencionaram a importância de conteúdos escolares anteriores, como propriedades da igualdade e incógnita, sendo que o participante P_1 acabou não especificando quais conteúdos achava relevante para este estudo, mencionando apenas "conhecimentos prévios". E a maior dificuldade encontrada na introdução deste tópico é a resistência dos estudantes quanto à utilização de letras na Matemática, caracterizada pela transição que é feita da aritmética dos anos anteriores para os conteúdos algébricos do 6º ano, protagonizando "o mais severo corte (momento de seleção) da educação matemática escolar" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 9).

Na introdução de Funções, novamente os professores listaram como conhecimentos prévios necessários à aprendizagem apenas conteúdos escolares como: conceito de igualdade, variável, função, equação de 1º e 2º grau, conjuntos numéricos, plano cartesiano, expressões algébricas e regra de três. E os questionamentos mais frequentes quando da introdução desse tópico, são a respeito da sua utilidade na vida do estudante, além de dúvidas relacionadas ao tratamento algébrico para encontrar raízes ou dificuldades semióticas. Esta introdução é feita pelos professores, em sua maioria, através de uma abordagem a partir de situações problemas (P_6 e P_7), além de utilizarem a modelagem (P_5), jogos e aplicativos (P_6). Dos dois professores que responderam a respeito da necessidade de mudanças nessa abordagem, um (P_7) afirmou não achar necessário mudanças – sendo esse um dos participantes que a introduz através de situações problema – e, o outro (P_1), afirmou sentir necessidade de introduzir algum software como o GeoGebra.

E, por fim, dos 4 participantes que responderam a última questão, 6 do bloco 3[4], apenas um professor (P_5) disse propor uma atividade inicial, de resolução de uma situação problema, para que os alunos resolvam e apresentem através de um pôster, para realmente ter conhecimento do que os alunos aprenderam nos anos anteriores. Isso indica que os outros três participantes não incorporam, de fato, com constância, o que é proposto pela teoria de Ausubel (2003, p. XII prefácio), que afirma que "o próprio processo de aprendizagem significativa é necessariamente complexo e, logo, exige um extenso período de tempo para ser concluído".

5.2.2 Análise das respostas da subcategoria Y

Agora, analisando apenas os participantes da subcategoria Y, é opinião unânime entre esses que a sondagem a respeito dos conhecimentos prévios dos estudantes é fundamental, e todos afirmam fazê-la antes de iniciar um conteúdo, mesmo não citando através de qual ferramenta realizam este diagnóstico. Neste grupo, a maioria considera a seleção dos conteúdos a partir do que será fundamental saber para a aprendizagem dos conteúdos escolares dos anos seguintes, o que demonstra uma preocupação em os alunos chegarem nos próximos anos com uma bagagem de conhecimentos prévios suficiente para dar continuidade aos estudos, evitando, conforme afirmam Moreira, Palmero e Sahelices (2011), possíveis lacunas de aprendizagem.

[4] Bloco 3, questão 6: *Após 2 anos ministrando aulas para a turma referida no item anterior, você deve iniciar o primeiro conteúdo do ano letivo. Como são inseridos no seu planejamento os conhecimentos construídos pelos alunos ao longo desses anos?*

A subcategoria Y é formada por docentes que utilizam diversas metodologias e ferramentas de ensino, porém só dois participantes mencionaram suas metodologias, sendo elas: metodologias ativas (P_8), tradicional (P_8 e P_9), humanista e construtivista (P_9); e ferramentas como jogos, desafios, softwares e aplicativos, materiais recicláveis, vídeos, lista de exercícios, sites, Google Meet.

É válido salientar aqui que nenhum dos participantes da subcategoria Y e apenas um da subcategoria X mencionaram, na resposta à questão 2 do bloco 2[5], adotar a metodologia de Resolução de Problemas, que pressupõe um trabalho a partir de situações problemas e potencializa o ensino a partir da teoria da Aprendizagem Significativa, além de ser o indicado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Álgebra:

> As atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confiram significados à linguagem, aos conceitos e procedimento a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidades de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetro, incógnita, variáveis) e construir as “regras” para resolução de equações (BRASIL, 1998, p. 121-122).

No estudo da Álgebra do 6º ano, apenas um professor (P_{11}) mencionou a importância de haver uma contextualização com situação problema do dia a dia; os demais listaram conteúdos escolares imprescindíveis, como: propriedades das operações, incógnita, conjuntos, igualdade entre grandezas, conceito de números, raciocínio lógico-matemático, sequências numéricas ou pictóricas, tabelas e proporcionalidade. Afirmaram testemunhar, nessa introdução, dificuldades de interpretação das questões e raciocínio lógico, que se agravam por conta da chegada das letras. Dos 3 participantes que explicaram como conseguem identificar estas dificuldades dos estudantes, um (P_3) afirmou fazer uma sondagem, porém não a especificou; o segundo (P_8) afirmou usar desafios matemáticos para sondar os alunos e; o último (P_{11}) faz essa sondagem através de diálogo e observação.

Este participante P_8, que sonda os alunos através de desafios, mesmo fazendo parte do grupo de docentes que apresentou uma definição equivocada da teoria da Aprendizagem Significativa, faz uma sondagem que está dentro do que é proposto por Ausubel, pois são justamente atividades desafiadoras, que exigem mais do que resoluções memorizadas, que são capazes de apontar uma significativa aprendizagem por parte dos estudantes (MOREIRA, 2016).

---

[5] Bloco 2, questão 2: *Quais metodologias e ferramentas de ensino você normalmente utiliza em sala de aula?*

Para a introdução do conteúdo de Funções, foram mencionados como conhecimentos prévios apenas conteúdos escolares como: quatro operações, números inteiros, regra de sinais, potenciação, equação de 1º e 2º grau, plano cartesiano, gráficos, números racionais, raciocínio lógico-matemático, sequências, operações algébricas, tabelas e pensamento algébrico. Este fato também é detectado nas respostas do grupo de professores da subcategoria Y, com o diferencial que esses participantes acrescentam o raciocínio lógico-matemático à lista de conteúdos.

Assim, é fácil constatar que, para esse grupo de professores, assim como para o grupo X, os conhecimentos prévios são, em sua maioria, apenas os conteúdos escolares, não abrangendo construções experienciais, como sugere o conceito de subsunçores da teoria de Ausubel (2003). Note que apenas o raciocínio lógico, de todos os conteúdos mencionados pelo grupo, pode ter sido gerado e aprimorado através de alguma situação do cotidiano, mesmo o professor não tendo mencionado isso.

E, sobre os questionamentos levantados, além da clássica dúvida do “onde vou usar isso na minha vida?”, os professores afirmaram surgir dúvidas envolvendo os pré-requisitos, o que evidencia que provavelmente não tenha ocorrido uma aprendizagem significativa desses, além de questionamentos acerca do x da função, bem como em relação à interpretação e construção de gráficos.

A introdução do conteúdo de Funções é feita, pela totalidade do grupo de docentes, através de situações problemas que tenham alguma relação com o dia a dia dos estudantes, além de serem incorporados softwares matemáticos e atividades de construção de gráficos. Neste aspecto observa-se uma estrutura de sala de aula semelhante à proposta pela metodologia de Resolução de Problemas (ONUCHIC, 1999), mesmo nenhum desses participantes a terem mencionado em questões anteriores. Além disso, ninguém deste grupo mencionou verificar a necessidade de mudar o método de introdução do conteúdo.

E, por fim, apenas dois participantes (P_2 e P_{11}) afirmam fazer uma retomada de tópicos anteriores, mesmo já tendo trabalhado com a mesma turma por um período contínuo, enquanto que outros dois (P_3 e P_9) afirmam conhecer bem os conhecimentos prévios dos estudantes e dar continuidade aos estudos sem essa revisão inicial; o participante restante (P_8) deu uma resposta menos específica, afirmando utilizar metodologias ativas.

5.2.3 ANÁLISE FINAL COMPARATIVA: SUBCATEGORIAS X E Y

É válido esclarecer que, de acordo com a teoria de David Ausubel, qualquer proposta de ensino tem o potencial de gerar uma significativa aprendizagem dos conceitos abordados, desde que essa não esteja baseada exclusivamente em atividades de reprodução, que consideram apenas certo ou errado como resposta, e que não estimulam o processo de desenvolvimento cognitivo do estudante, pois essas sim originarão uma aprendizagem mecânica (MOREIRA, PALMERO, SAHELICES, 2011).

Tendo em vista ainda todos os fatores que acabam interferindo no processo de aprendizagem cognitiva, como a predisposição do aluno em aprender e a construção de um material potencialmente significativo que possa vir a se ancorar em subsunçores adequados na estrutura cognitiva do indivíduo (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980), não é possível afirmar a presença ou não de uma Aprendizagem Significativa nos ambientes de ensino dos professores envolvidos na presente pesquisa com base apenas em suas respostas no questionário.

Todavia, após todo o detalhamento feito anteriormente, já é possível verificar que nem mesmo os participantes que utilizam a teoria de Ausubel em sua prática docente e apresentam um conceito inicial condizente a essa, a incorporam em sua totalidade em sala de aula, ou seja, faltam elementos que, nesta teoria, são essenciais para desencadear uma Aprendizagem Significativa. Enquanto que docentes que apresentaram um conceito equivocado, mesmo assim apresentam alguns traços desta teoria. Dessa forma, é possível analisar como os professores têm desenvolvido o seu papel em sala de aula, enquanto adeptos da teoria da Aprendizagem Significativa.

Moreira, Palmero e Sahelices (2011) listam quatro parâmetros essenciais que devem ser contemplados pelo educador que segue a teoria de Ausubel, e que irão orientar esta fase final de análise, sendo eles: (A) descobrir o conhecimento prévio que o aluno detém, ou seja, quais os subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva; (B) analisar criteriosamente os conteúdos que leciona, a fim de facilitar a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora quando da interação entre os novos e os antigos conhecimentos; (C) apresentar organizadores avançados que interliguem os tópicos conceituais que o aluno já sabe com os que ele pretende aprender e; (D) organizar o conteúdo sequencialmente, de maneira a explicitar que há uma relação de dependência natural entre esse e seu precedente.

Acredita-se que as questões 4 e 1 do bloco 2[6] permitem, respectivamente, a identificação dos parâmetros A e B listados acima, enquanto que as questões 2 e 6 do bloco 3[7], embora não diretamente, podem orientar na pontuação dos parâmetros C e D, respectivamente, enquanto que para criar organizadores avançados é preciso identificar as dificuldades do indivíduo (informação dada pela questão 2) e para que o conteúdo tenha um caráter sequencial, é indispensável retomar as dificuldades apresentadas anteriormente e continuar o estudo da disciplina respeitando o atual nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos (informação dada pela questão 6).

Dessa forma, o quadro abaixo relaciona os participantes das subcategorias X e Y conforme os parâmetros A, B, C e D mencionados acima, levando em consideração as questões do questionário selecionadas no parágrafo anterior:

Quadro 6 – Subcategorias X e Y e seus respectivos parâmetros

	Participante	Parâmetro A	Parâmetro B	Parâmetro C	Parâmetro D
Subcategoria X	P_1	Satisfaz	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz
	P_5	Não satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz	Satisfaz
	P_6	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz	Não satisfaz
	P_7	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz	Não satisfaz
Subcategoria Y	P_2	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz	Satisfaz
	P_3	Satisfaz	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz
	P_8	Satisfaz	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz
	P_9	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz	Não satisfaz
	P_{11}	Satisfaz	Satisfaz	Não satisfaz	Satisfaz

Fonte: os autores.

Através dessa síntese feita no quadro, é possível identificar que o parâmetro B foi satisfeito pela totalidade dos participantes, enquanto o A, pela grande maioria – 8 de 9 – dos

[6] Bloco 2, questão 1: *Quais os critérios que você utiliza para filtrar os conteúdos a serem ministrados, além da prévia seleção de conteúdos mínimos disponibilizada pela instituição?*; questão 4: *O quão importante é, para você, fazer uma sondagem a respeito dos conhecimentos prévios dos estudantes? Você costuma fazer essa sondagem antes de iniciar um conteúdo?*

[7] Bloco 3, questão 2: *Quais dificuldades você percebe em seus alunos ao ser feita essa introdução* [da Álgebra no 6º ano do ensino fundamental]*? E quais mecanismos você utiliza para identifica-las?*; questão 6: *Após 2 anos ministrando aulas para a turma referida no item anterior, você deve iniciar o primeiro conteúdo do ano letivo. Como são inseridos no seu planejamento os conhecimentos construídos pelos alunos ao longo desses anos?*

participantes de ambas subcategorias. Porém, são os parâmetros C e D que apontam para um tratamento incompleto e, em alguns casos, até equivocado da teoria da Aprendizagem Significativa, pois mesmo os participantes da subcategoria X, caracterizada por apresentar um conceito coerente desta teoria, não adotam procedimentos indicados por Ausubel (2003), como verificar a presença de uma aprendizagem significativa através da resolução de problemas (parâmetro C, referente à questão 2 do bloco 3) e manter a constância de sempre incluir em seus planejamentos, antes de qualquer coisa, uma sondagem a respeito das aprendizagens anteriores que os alunos trazem para dentro da sala de aula (parâmetro D, referente à questão 6 do bloco 3).

Chega-se à conclusão de que, dos nove participantes envolvidos na pesquisa, cinco (P_1, P_2, P_3, P_8 e P_{11}) apresentam um planejamento que proporciona um alto potencial de desencadeamento de aprendizagem significativa (satisfazem 3 parâmetros) e quatro (P_5, P_6, P_7, P_9), um baixo potencial (satisfazem menos de 3 parâmetros). Ou seja, nenhum dos docentes envolvidos apresentou um planejamento e estrutura de sala de aula capaz de propiciar um máximo potencial de desencadeamento de aprendizagem significativa, conforme os parâmetros propostos acima.

A fim de finalizar esta análise, salienta-se que os docentes não incluídos nas subcategorias X e Y, ou seja, aqueles que afirmaram conhecer a teoria, porém não a utilizar (P_4, P_{10}, P_{12}), realmente não apresentam um planejamento que possibilite um máximo potencial de desencadeamento de aprendizagem significativa, de acordo com suas respectivas respostas ao questionário.

Constata-se assim, através das respostas do grupo de docentes, algo já discutido por Moreira, Palmero e Sahelices (2011, p. 2) de que "pode servir de exemplo que existem muitos professores que utilizam a 'aprendizagem significativa' em seus discursos e, no entanto, não sabem quais são as condições para que ela ocorra, quais são as que levam à sua realização."

A fim de evitar a banalização do conceito e aplicação da teoria da Aprendizagem Significativa, tendo em vista sua capacidade de potencializar as aprendizagens em sala de aula, propôs-se a sequência didática a seguir.

6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Considerando que o questionário aborda o ensino de Álgebra; que a maioria dos participantes envolvidos na pesquisa leciona Matemática para o ensino médio e que, como já mencionado, normalmente o conteúdo algébrico que dá início ao primeiro ano é Funções, buscou-se, nessa seção, propor uma sequência didática que possa servir de suporte para o trabalho destes professores com o conteúdo de Funções no 1º ano do ensino médio, se utilizando de uma estrutura de planejamento de aula levando em conta os processos sugeridos na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, aplicando, como metodologia de ensino, a Resolução de Problemas.

O conceito de sequência didática adotada aqui é o apresentado por Zabala (2014, p. 18), sendo "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos". Além disso, considera-se que as fases estabelecidas em uma sequência didática devem auxiliar o professor a identificar aspectos de seu trabalho em sala de aula que precisam ser aprimorados (ZABALA, 2014).

6.1 ESTRUTURA E ELABORAÇÃO

A partir do estudo da teoria de David Ausubel, é possível conhecer as ferramentas que compõem os caminhos para se atingir uma Aprendizagem Significativa em sala de aula. Com base nisso e considerando os quatro parâmetros que, segundo Moreira, Palmero e Sahelices (2011), devem ser contemplados pelo professor que pretende organizar o seu trabalho docente a partir desta teoria, será apresentada a etapa que estruturou a elaboração da sequência didática disposta nesta seção.

Esses quatro parâmetros já foram citados na seção anterior, e são aqui resumidos em:

A) Descobrir o conhecimento prévio que o aluno detém;
B) Pensar e organizar os conteúdos a fim de facilitar a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora;
C) Apresentar organizadores avançados que sirvam de pontes cognitivas, interligando os antigos e os novos conhecimentos;

D) Apresentar o conteúdo de maneira sequencial, explicitando as relações entre diferentes tópicos.

6.1.1 Ativação e verificação dos subsunçores

Como o objetivo desta sequência didática é preparar os alunos para o estudo de Funções no 1º ano do ensino médio, essa se inicia com um material que irá ativar e mobilizar os subsunçores que os alunos detêm sobre o assunto. Para isso, é proposta a leitura de um texto sobre um tema que, num primeiro momento, nada tem a ver com o ensino de Matemática. O objetivo com este primeiro material é que os alunos pensem sobre o tema enquanto desenvolvem a atividade seguinte e que, ao final deste primeiro encontro, seja feito um debate relacionando ambos os materiais, em que os alunos sejam capazes de enxergar as possíveis relações existentes entre o conteúdo do texto e tópicos da Álgebra, além de sugerirem outros temas ou situações cotidianas em que a Álgebra esteja presente.

Em seguida, como a indicação de Ausubel (2003) é de que sejam investigados mais a fundo os subsunçores necessários a tal aprendizagem que os alunos trazem de etapas de ensino anteriores, será aplicado o teste de sondagem, composto de exercícios e problemas.

E, levando em conta as considerações de Ribeiro e Cury (2015), de que grande parte do planejamento dos professores de Matemática no Brasil é baseado em orientações retiradas dos livros didáticos disponibilizados pelo Ministério da Educação, através do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), optou-se por fazer uma consulta em livros didáticos e em apostilas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que apresentam problemas que, muitas vezes, fogem dos padrões dos livros didáticos, para que pudessem ser selecionadas questões diversificadas para compor o teste de sondagem.

Com a resolução dos exercícios, será possível identificar se os alunos já tiveram contato com o tópico em questão ou não, porém, será a resolução dos problemas que poderá nos garantir maior precisão quanto aos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos alunos. Conforme os erros nos problemas, serão identificadas as principais lacunas de aprendizagem dos estudantes (MOREIRA, 2017).

E através do debate final sobre o texto, onde é proposto que os alunos sugiram temas ou situações em que a Álgebra se faça presente, de acordo com o seu cotidiano, será possível identificar alguns dos subsunçores oriundos de experiências que esses alunos possuem.

Portando, a primeira atividade da sequência didática será composta do texto inicial mais o teste de sondagem, que satisfarão o primeiro parâmetro[8] listado acima. No teste, através das questões será abordado parte dos objetos de conhecimento, ou seja, dos conteúdos que compõem os anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano), que estão listados no Anexo B, conforme apresentados na BNCC.

Para que fosse possível delimitar a abrangência de cada questão escolhida, a cada uma dessas foram relacionadas as habilidades que "expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares" (BRASIL, 2017, p. 29). As questões serão acompanhadas das respectivas habilidades que se espera verificar e serão dispostas em ordem crescente de habilidades começando com questões relativas ao 6º ano e indo até o último ano do ensino fundamental.

Cada habilidade citada ao longo do teste é identificada a partir de um código alfanumérico, retirado da BNCC, cuja composição é dada por dois pares de letras e dois pares de números. O primeiro par de letras indica a etapa de ensino que, neste trabalho, será o ensino fundamental (EF); o primeiro par de números, no caso da Matemática, indica o ano (01 ao 09); o segundo par de letras indica o componente curricular (MA); e o último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano. Como um exemplo, EF06MA01 refere-se à primeira habilidade proposta em Matemática ao 6º ano do ensino fundamental. Desse modo, ao serem citados ao longo deste trabalho, poderão facilmente ser pesquisados na BNCC.

As habilidades relacionadas às questões da OBMEP seguirão os níveis das provas, sendo: nível 1 destinado aos alunos de 6º e 7º anos do ensino fundamental; nível 2, 8º e 9º anos; e nível 3, ensino médio.

Tendo em vista que o foco das atividades é fazer uma retomada de conceitos que, em teoria, já foram trabalhados na etapa de ensino anterior, a sequência didática foi pensada para ocupar, no máximo, 4 períodos de 45 minutos. Pensando em distribuir da melhor forma as atividades neste tempo, propõe-se que os 2 primeiros períodos sejam destinados à realização e exploração do teste de sondagem, e o organizador avançado, apresentado e trabalhado nos 2 períodos restantes.

As questões do teste de sondagem tiveram como referência obras como Dante (2014; 2015; 2016; 2016a) e OBMEP (2018), sendo feitas modificações necessárias à cada questão.

[8] Parâmetro A: descobrir o conhecimento prévio que o aluno detém. (MOREIRA; PALMERO; SAHELICES, 2011).

6.1.2 ELABORAÇÃO DE ORGANIZADOR AVANÇADO

O tipo de organizador avançado escolhido para compor a sequência foi o comparativo, porque mesmo não havendo as respostas dos alunos, é possível delimitar o conteúdo desse organizador levando em conta as dificuldades que mais foram mencionadas pelos professores ao longo do questionário, mais especificamente, as respostas à questão 2 do bloco 3[9].

Referente a estas respostas, a dificuldade mais frequente relacionada a um conteúdo, mencionada por 6 dos 12 participantes, também já mencionada e estudada por Lins e Gimenez (1997), foi a da transição da aritmética para álgebra, que caracteriza o momento em que são introduzidas as letras na Matemática. Por este motivo é que serão resolvidas pelo professor as questões 3 e 6 do teste de sondagem, no quadro. Essas questões foram escolhidas considerando que, de acordo com o modelo dos 3 usos da variável (3UV) de Reyes, Trigueros e Ursini (1996), essas fazem a utilização da variável como incógnita e variável em relação funcional, respectivamente, que caracterizam as maiores dificuldades mencionadas anteriormente, a fim de proporcionar aos alunos a visão comparativa entre esses dois usos e sanar as dúvidas existentes.

Outra dificuldade, mencionada por 5 do total de docentes envolvidos, está relacionada à interpretação e à elaboração de estratégias de resolução de problemas, bem como a dificuldade no raciocínio lógico-matemático, aspectos que serão trabalhados ao longo deste organizador, a partir da resolução das questões mencionadas acima, 3 e 6 do teste, e da proposta de novas questões, seguindo as etapas de resolução sugeridas por Polya (1995).

Os alunos, ao início desta aula de 2 períodos destinada ao desenvolvimento do organizador avançado comparativo, receberão o teste de sondagem corrigido, assim como material impresso contendo uma síntese das etapas de resolução de problemas de Polya (1995), através de questionamentos norteadores, que orientará o desenvolvimento desta aula. Para que os alunos conheçam as etapas de Polya, o professor iniciará a atividade resolvendo as questões 3 e 6 no quadro, utilizando estas etapas durante a resolução.

Tendo o teste em mãos, os alunos poderão comparar os erros de sua resolução com a organizada no quadro pelo professor, além de ser possível identificar qual etapa de resolução possivelmente foi insatisfatória e precisa ser repensada com maior atenção. Todo o desenvolvimento dessas questões será entregue também para os alunos em material impresso,

---

[9] Bloco 3, questão 2: *Quais dificuldades você percebe em seus alunos ao ser feita essa introdução* [da Álgebra no 6º ano do ensino fundamental]*? E quais mecanismos você utiliza para identifica-las?*

assim como as demais questões do teste, para que os estudantes possam apenas acompanhar as explicações do professor neste momento, sem se preocupar em copiar.

Após encerrada esta etapa em que o professor apresenta as resoluções no quadro e sana qualquer dúvida que possa ter surgido ao longo desta aula ou da anterior, para finalizar, os alunos receberão um problema final, com a instrução de que sua resolução seja feita baseando-se nas etapas estipuladas por Polya (1995).

A partir do organizador avançado, pretende-se que os alunos consigam assimilar melhor os conteúdos e as possíveis aplicações da Álgebra e, com maior ênfase, o desenvolvimento das letras enquanto incógnitas e variáveis, de maneira que as conexões e continuações dos conteúdos sejam facilitadas. Além disso, acredita-se que os demais parâmetros B, C e D[10] delimitados por Moreira, Palmero e Sahelices (2011) serão satisfeitos, à medida em que serão apresentados organizadores avançados comparativos (parâmetro C) para sanar as dúvidas a respeito da utilização das letras na Matemática, facilitando assim a continuidade e o aprofundamento, no ensino médio, de tópicos já introduzidos no ensino fundamental.

A diferenciação progressiva e a reconciliação integradora (parâmetro B) serão atingidas como consequência da aplicação desse organizador, uma vez que, através desse, serão apresentadas, de maneira geral, as etapas de resolução de problemas de Polya e a aplicação dessas etapas na resolução das questões do teste que os alunos já realizaram, permitindo que essas etapas sejam esmiuçadas e melhor compreendidas pelos alunos, caracterizando a diferenciação progressiva dos conceitos envolvidos. Por fim, com o entendimento dos alunos acerca dos diferentes papéis que as letras podem assumir no estudo de Álgebra, pretende-se que suas dificuldades com relação a esta unidade temática sejam reduzidas, contribuindo para que os alunos consigam visualizar com maior clareza a continuidade que existe entre diferentes conteúdos matemáticos, assim como suas diferenças e similaridades, possibilitando assim a reconciliação integradora dos tópicos envolvidos (AUSUBEL, 2003).

Com relação ao parâmetro D, a disposição das questões do próprio teste de sondagem, assim como da questão final a ser proposta, tem um caráter sequencial justamente por respeitar a ordem de conteúdos e habilidades, conforme descrito na BNCC, indo do 6º ao 9º ano do ensino fundamental. Além do mais, espera-se que, ao ser iniciado o estudo de Funções, o

[10] Parâmetro B: pensar e organizar os conteúdos a fim de facilitar a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora; parâmetro C: apresentar organizadores avançados que sirvam de pontes cognitivas, interligando os antigos e os novos conhecimentos; parâmetro D: apresentar o conteúdo de maneira sequencial, explicitando as relações entre diferentes tópicos.

docente continue respeitando essa organização e facilitando a construção de relações entre tópicos matemáticos distintos e, inclusive, entre diferentes unidades temáticas da Matemática.

Claro que quando os professores decidirem incorporar esta estrutura de sequência didática em suas aulas, os testes de sondagem não necessariamente precisarão apresentar questões em ordem crescente de habilidades, mas, de qualquer modo, acredita-se que isso facilitará a análise final pois, ao longo do teste, será possível perceber quais dificuldades os alunos carregam de uma questão para outra e que acabam se acumulando ao final. Considera-se, ainda, que essa catalogação das questões de acordo com as habilidades envolvidas permite ao professor ter uma visão clara de tudo o que está sendo trabalhado e do que ainda pode ser acrescentado ao seu planejamento, a fim de desenvolver nos alunos o maior número de habilidades possível.

E quanto ao organizador avançado, a partir do momento que o professor tem acesso às resoluções do teste, é possível optar com maior precisão pela utilização de um organizador avançado expositivo ou por um comparativo, filtrando ainda mais o que será trabalhado no organizador.

Ainda, distribuindo e estruturando estas atividades que compõem a sequência didática a partir da metodologia de Resolução de Problemas, conforme Onuchic (2009)[11], o teste de sondagem foi pensado para, inicialmente, ser realizado individualmente, já que o objetivo é identificar as dificuldades de cada estudante, contemplando a etapa *ii* e *iv*, considerando que essas foram precedidas pela etapa *i*. Num segundo momento, após os alunos entregarem as atividades ao professor, esses se organizarão em grupos para rever os problemas e construir uma resolução em conjunto, constituindo as etapas *iii* a *v*.

Note que a etapa *v* é baseada na observação e incentivo do professor, o que contribuirá para as etapas *vi* e *vii*, nas quais o professor pode selecionar apenas aquelas questões em que observou uma maior dificuldade dos estudantes para que esses as compartilhem no quadro, aproveitando ao máximo os 2 períodos destinados a estas atividades. Dando continuidade, o organizador avançado do segundo encontro de 2 períodos abrangerá as etapas *viii* e *ix*.

Durante todo o processo e, principalmente, na etapa de discussão e troca entre os grupos, o professor estará acompanhando e intervindo quando necessário, sempre buscando fazer com que os alunos cheguem a um consenso em relação às construções corretas.

---

[11] A autora supõe nove etapas para se trabalhar a partir da Resolução de Problemas, são elas: (i) preparação do problema; (ii) leitura individual; (iii) leitura em conjunto; (iv) resolução do problema; (v) observar e incentivar; (vi) registro das resoluções na lousa; (vii) plenária; (viii) busca do consenso; (ix) formalização do conteúdo.

6.2 ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Conforme descrito acima, a sequência didática será composta por: (1) teste de sondagem para verificação dos subsunçores; (2) organizador avançado comparativo que venha a sanar as possíveis dificuldades identificadas no teste.

6.2.1 TEXTO INICIAL E TESTE DE SONDAGEM

Texto inicial

As árvores que nos rodeiam

Já parou para observar as árvores que embelezam as ruas de sua cidade?

Toda a vegetação que compõe um ambiente urbano é chamada de arborização urbana e, quando feita de maneira adequada, traz inúmeros benefícios para a população e para o meio ambiente, como a diminuição da temperatura, a melhora da qualidade do ar, a preservação da fauna silvestre, a proteção e direcionamento do vento, também proporciona maior bem-estar psicológico ao homem, produz sombra para veículos e pedestres, além de agregar um melhor efeito estético à cidade.

Pensando na importância deste assunto, propõe-se a reflexão sobre dois aspectos importantes da arborização urbana:

- ➔ Quais são alguns dos fatores que interferem no desenvolvimento de uma árvore?
- ➔ Considerando que para uma arborização urbana adequada é dado preferência ao plantio de árvores de pequeno porte, que não interfiram no pleno funcionamento das ruas, qual será o tamanho máximo que estas árvores podem atingir quando adultas?

Orientação: reflita sobre estes dois questionamentos e sobre as possíveis relações que podem haver entre esses e tópicos estudados em Álgebra. Ao final da realização do teste de sondagem, essas questões serão debatidas com maior ênfase.

Teste de sondagem

- Conteúdos:

- 6º ano: propriedades da igualdade; problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.
- 7º ano: linguagem algébrica (variável e incógnita); equações polinomiais do 1º grau.
- 8º ano: valor numérico de expressões algébricas; associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano; sequências recursivas e não recursivas; variação de grandezas (diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais).
- 9º ano: funções (representações numérica, algébrica e gráfica); razão entre grandezas de espécies diferentes; expressões algébricas (fatoração e produtos notáveis, resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações).

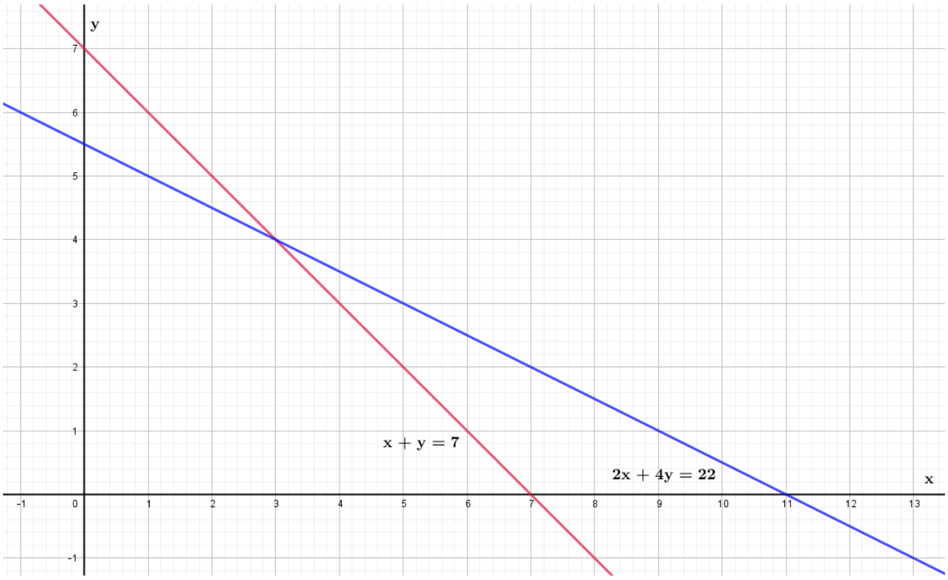
- Objetivos: identificar quais conteúdos do ensino fundamental precisam ser revisados antes da introdução da Álgebra do ensino médio, com o estudo de Funções.
- Metodologia de ensino: Resolução de Problemas.
- Recursos: material impresso com as questões do teste; quadro branco e canetas para quadro branco.
- Procedimentos:
  - Primeiro momento: leitura e resolução das questões, individualmente.
  - Segundo momento: entrega das resoluções ao professor.
  - Terceiro momento: formação de grupos para discutir a respeito das questões e comparar seus métodos de resolução e respostas finais.
  - Quarto momento: seleção, pelo professor, de algumas questões em que os alunos apresentaram mais dificuldade, para que cada grupo exponha a sua resolução no quadro e assim seja feito um momento de plenária e busca de consenso.

HABILIDADES	QUESTÕES
	Algumas fórmulas que podem ser necessárias: Área do triângulo: $\frac{b \cdot h}{2}$ Bháskara: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Área do círculo: πr^2
EF06MA14	**1)** Resolva a equação: $5y - 3 = 2y - 9$

<table>
<tr><td>EF08MA06</td><td></td></tr>
<tr><td>EF06MA14
EF06MA15

EF07MA18

EF08MA06</td><td>2) Patrícia e Daniel têm juntos 54 reais. Patrícia tem o dobro de dinheiro de Daniel. Quantos reais Patrícia tem?</td></tr>
<tr><td>EF06MA14

EF07MA18</td><td>3) Na fruteira de Angélica existem 12 bananas, 1 abacaxi, 4 laranjas, 2 mangas e 3 mamões. O peso de 1 abacaxi é o mesmo que o peso de 1 laranja, 1 manga e 1 mamão, juntos; o peso de 1 banana é a metade do peso de 1 mamão; 4 bananas pesam o mesmo que 1 laranja e 1 manga, juntas; e 1 manga pesa 100g a mais que 1 laranja. Se 1 manga pesa 250, então quanto pesam todas as frutas da fruteira de Angélica?</td></tr>
<tr><td>EF08MA07</td><td>4) Observe o gráfico abaixo e cite duas soluções para cada uma das equações. Ainda, verifique uma solução que satisfaça as duas equações simultaneamente.

</td></tr>
<tr><td>EF06MA14

EF09MA09</td><td>5) Descubra quais são os valores de x que satisfazem a equação: $(2x - 1)^2 = 9$</td></tr>
<tr><td>EF07MA13
EF07MA15

EF08MA11</td><td>6) Observe as figuras abaixo, formadas por palitos:
</td></tr>
</table>

a) Complete a tabela com o número de palitos necessário para formar os triângulos:

Número de triângulos	Número de palitos
1	3
2	5
3	7
4	
5	
...	...
20	

b) Observando que o número de palitos depende do número de triângulos, quantos palitos são necessários para formar n triângulos?

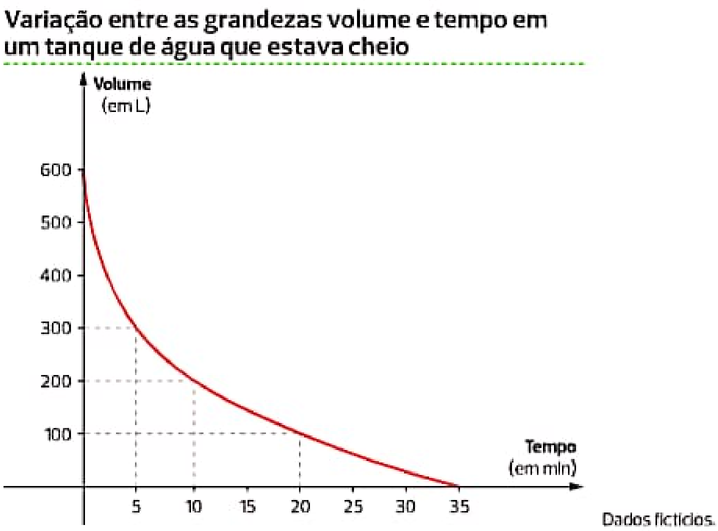
c) O resultado encontrado no item anterior é classificado como uma equação ou uma função? Por quê?

EF08MA12

EF09MA06

EF09MA07

7) O gráfico mostra como as grandezas volume e tempo variam, uma dependendo da outra, em um tanque de água que estava cheio e foi se esvaziando. Vemos que o volume de água foi diminuindo em função do tempo; quanto maior o tempo (de 0 a 35 minutos), menor o volume de água no tanque (de 600 a 0 litros).



Responda:

a) Qual é o volume total desse tanque?

	b) Após 20 minutos de esvaziamento, quantos litros de água ainda havia no tanque? **c)** O tempo e o volume variam de forma proporcional?

Debate relacionando texto inicial e teste de sondagem

Afinal, qual é a relação entre estes dois materiais? Os alunos normalmente demonstram dificuldade em estabelecer diferenças entre o uso das letras na Matemática, mais especificamente entre o uso da letra enquanto incógnita e enquanto variável, como é o abordado nas questões que compõem o teste de sondagem.

Pensando nisso, o texto inicial surge como um exemplo de como as incógnitas e variáveis fazem partes dos mais diversos acontecimentos do nosso dia a dia.

No primeiro questionamento feito no texto, podemos chegar à conclusão de que existem inúmeros fatores que influenciam no desenvolvimento de uma árvore, como as condições climáticas e o solo, por exemplo.

Ou seja, há uma <u>relação de dependência</u> entre o desenvolvimento da árvore e esses fatores. Logo, quando pensamos em uma função que determine o desenvolvimento de uma árvore de acordo com os fatores a que está exposta, temos a árvore como <u>variável dependente</u>, e os fatores que influenciam no seu desenvolvimento, como <u>variáveis independentes</u>.

Já no segundo questionamento, supondo que os alunos ainda não tenham conhecimento de qual é o tamanho máximo atingido pelas árvores de pequeno porte indicadas para arborização urbana, podemos chamá-la de H.

H é um <u>valor único e desconhecido</u>. Logo, H é uma <u>incógnita</u> a ser determinada, assim como as incógnitas nas equações vistas ao longo do teste.

As árvores de pequeno porte atingem, no máximo, 2,5 metros de altura. Assim, H = 2,5m.

Quais outros exemplos da presença da Álgebra conseguimos identificar no nosso dia a dia?

6.2.2 ORGANIZADOR AVANÇADO COMPARATIVO

- Conteúdos:
  - 6º ano: propriedades da igualdade.
  - 7º ano: linguagem algébrica (variável e incógnita); equações polinomiais do 1º grau.

- 8º ano: valor numérico de expressões algébricas; associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano; sequências recursivas e não recursivas.
- 9º ano: funções (representações numérica, algébrica e gráfica).

- Objetivos: sanar possíveis dúvidas quanto aos conteúdos envolvidos no teste de sondagem, com ênfase na diferenciação do trabalho com a letra enquanto incógnita e enquanto variável; apresentar e aplicar as etapas de resolução de problemas sugeridas por Polya (1995).
- Metodologia de ensino: Resolução de Problemas.
- Recursos: material impresso com a síntese das etapas de resolução de problemas de George Polya; material impresso com as resoluções de todas as questões do teste; material impresso com a questão final; quadro branco e canetas para quadro branco.
- Procedimentos:
  - Primeiro momento: entrega do teste de sondagem corrigido e do material que será utilizado ao longo da aula.

Observação importante: no Material 2, que contém a resolução das questões do teste, todos as questões foram desenvolvidas levando em conta os passos de resolução do Polya (1995)[12], inclusive aquelas questões que inicialmente foram selecionadas para desempenhar o papel de exercício (questões 1 e 5), isso porque não é possível determinar, de início, o nível de desenvolvimento em que se encontra determinada turma, havendo a possibilidade de esses exercícios serem encarados como problemas.

- Segundo momento: início das resoluções das questões 3 e 6 pelo professor, conforme apresentado no Material 2.
- Terceiro momento: acompanhamento das resoluções no quadro, orientação aos alunos para que esses façam anotações em seu material.
- Quarto momento: os alunos se dividirão em duplas para resolver a questão final contida no Material 3, aplicando os passos de Polya (1995), conforme Material 1.

[12] i) compreensão do problema; ii) estabelecimento de um plano; iii) execução do plano; iv) retrospectiva da resolução.

Material 1) Etapas da resolução de problemas segundo George Polya.

Etapas de resolução de problemas

George Polya

i) Compreensão do problema ⇒
- Quais são os dados?
- Qual é a incógnita?
- Qual é a condicionante e esta é suficiente para descobrir a incógnita?

ii) Estabelecimento de um plano ⇒
- Já resolvemos algum problema similar a esse antes?
- Quais são as definições e teoremas que podem ajudar no direcionamento da resolução?

iii) Execução do plano ⇒
- É preciso modificar ou acrescentar algo ao plano?

iv) Retrospectiva da resolução ⇒
- Podemos verificar o resultado e os argumentos utilizados?
- Poderíamos ter chegado ao resultado por outro caminho?

Material 2) Resolução das questões do teste de sondagem:

1) Resolva a equação: $5y - 3 = 2y - 9$

Resolução:

i) <u>compreensão do problema:</u> o termo desconhecido y compõe a equação, aparecendo duas vezes, em ambos os lados da igualdade.

ii) <u>estabelecimento de um plano:</u> manipular a equação utilizando as propriedades da igualdade para obter o valor da incógnita y.

iii) <u>execução do plano:</u>

$5y - 3 = 2y - 9$	$(-\ 2y + 3)$
$3y = -\ 6$	$(: 3)$
$y = -\dfrac{6}{3}$	
$y = -\ 2$	

iv) <u>retrospectiva da resolução:</u> conferir as operações feitas e realizar a prova real, substituindo o valor de y encontrado na equação inicial, para verificar se a igualdade se mantém.

$y = -\ 2$, então:

$5 \cdot (-\ 2) - 3 = 2 \cdot (-\ 2) - 9$

$-\ 10 - 3 = -\ 4 - 9$

$-\ 13 = -\ 13$ ✓

2) Patrícia e Daniel têm juntos 54 reais. Patrícia tem o dobro de dinheiro de Daniel. Quantos reais Patrícia tem?

Resolução:

i) <u>compreensão do problema:</u> o problema não traz nenhuma incógnita explicitamente, apenas relaciona as pessoas as suas respectivas quantidades de dinheiro: Patrícia + Daniel = 54 reais e Patrícia = 2 $\cdot$ Daniel.

ii) <u>estabelecimento de um plano:</u> representar a quantidade de dinheiro de Patrícia e Daniel por duas incógnitas, p e d, respectivamente. Montar as equações, substituir e resolver, com base nas propriedades da igualdade.

iii) <u>execução do plano:</u>

Patrícia = p; Daniel = d

p + d = 54 (*)

p = 2d (**)

substituir (**) em (*):

$$2d + d = 54$$

$$3d = 54 \qquad (: 3)$$

$$d = \frac{54}{3}$$

d = 18 reais

logo, p = 2 · 18 = 36 reais

iv) <u>retrospectiva da resolução:</u> conferir se o valor encontrado para Patrícia representa o dobro do valor de Daniel.

36 é o dobro 18 ✓

Uma segunda opção de resolução é através de tentativa e erro, ou seja, estipulando possíveis valores para os resultados. Por exemplo: começamos supondo que Daniel tem 15 reais e Patrícia o dobro, 30. Somando temos o valor 45, que é menor que 54.

Supondo agora que Daniel tem 20 reais e Patrícia 40, somando temos 60 que é maior que 54. Com isso podemos afirmar que $15 < d < 20$, com *d* representando a quantia de Daniel, em reais.

Fazendo mais algumas tentativas, é possível chegar ao valor de $d = 18$ e, consequentemente, $p = 36$.

3) Na fruteira de Angélica existem 12 bananas, 1 abacaxi, 4 laranjas, 2 mangas e 3 mamões. O peso de 1 abacaxi é o mesmo que o peso de 1 laranja, 1 manga e 1 mamão, juntos; o peso de 1 banana é a metade do peso de 1 mamão; 4 bananas pesam o mesmo que 1 laranja e 1 manga, juntas; e 1 manga pesa 100g a mais que 1 laranja. Se 1 manga pesa 250, então quanto pesam todas as frutas da fruteira de Angélica?

Resolução:

i) <u>compreensão do problema:</u> novamente o problema não traz nenhuma incógnita explicitamente, apenas as quantidades de cada fruta e a relação entre essas.

ii) <u>elaboração de um plano:</u> representar a massa de cada fruta através de uma incógnita, para formar equações com essas incógnitas e manipular até chegar aos valores.

iii) execução do plano:

abacaxi = a

banana = b

laranja = c

manga = d

mamão = e

total: 1a + 12b + 4c + 2d + 3e

$a = c + d + e$ (VIII)

$b = \frac{1}{2}e$ (VI)

$4b = c + d$ (IV)

$d = c + 100$ (II)

$d = 250$ (I)

Substituir (I) em (II):

$250 = c + 100$

$c = 150$ (III)

Substituir (I) e (III) em (IV):

$4b = 150 + 250$

$b = 100$ (V)

Substituir (V) em (VI):

$100 = \frac{1}{2}e$

$\frac{100}{1/2} = e$

$100 \cdot 2 = e$

$e = 200$ (VII)

Substituir (I), (III) e (VII) em (VIII):

$a = 150 + 250 + 200$

$a = 600$

Total:

$1 \cdot 600 = 600$

$12 \cdot 100 = 1200$

$4 \cdot 150 = 600$

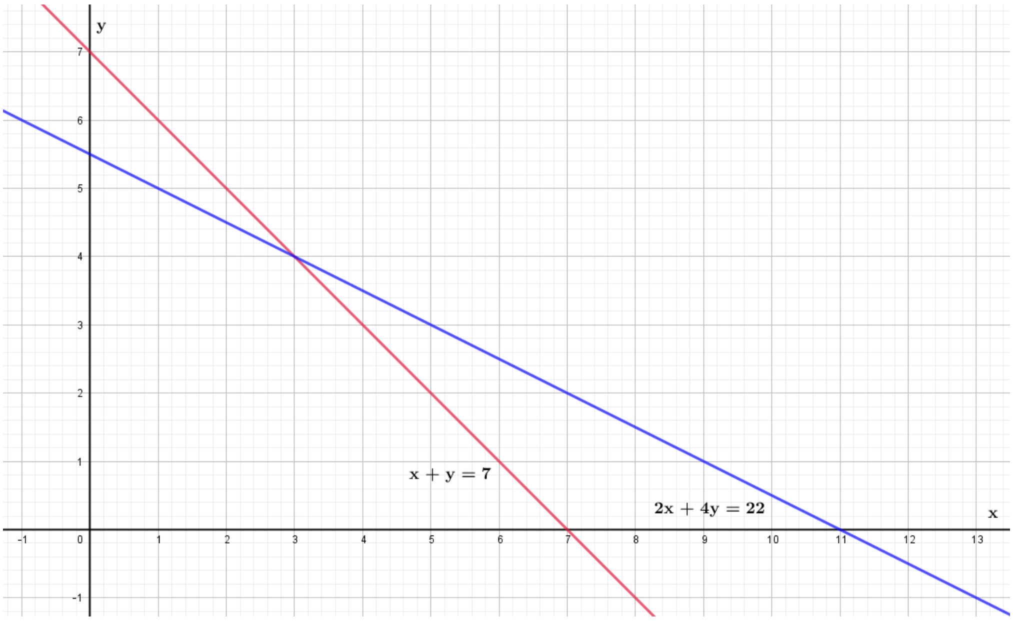
$2 \cdot 250 = 500$

$3 \cdot 200 = 600$

Ao todo são 3500g ou 3,5kg na fruteira de Angélica.

iv) retrospectiva da resolução: conferir as operações feitas e verificar se não há outro caminho mais fácil para se chegar aos valores das incógnitas, possivelmente excluindo equações que não foram utilizadas.

4) Observe o gráfico abaixo e cite duas soluções para cada uma das equações. Ainda, verifique uma solução que satisfaça as duas equações simultaneamente.



Resolução:

i) compreensão do problema: as duas equações apresentam duas incógnitas x e y, representadas por retas concorrentes e decrescentes no plano cartesiano.

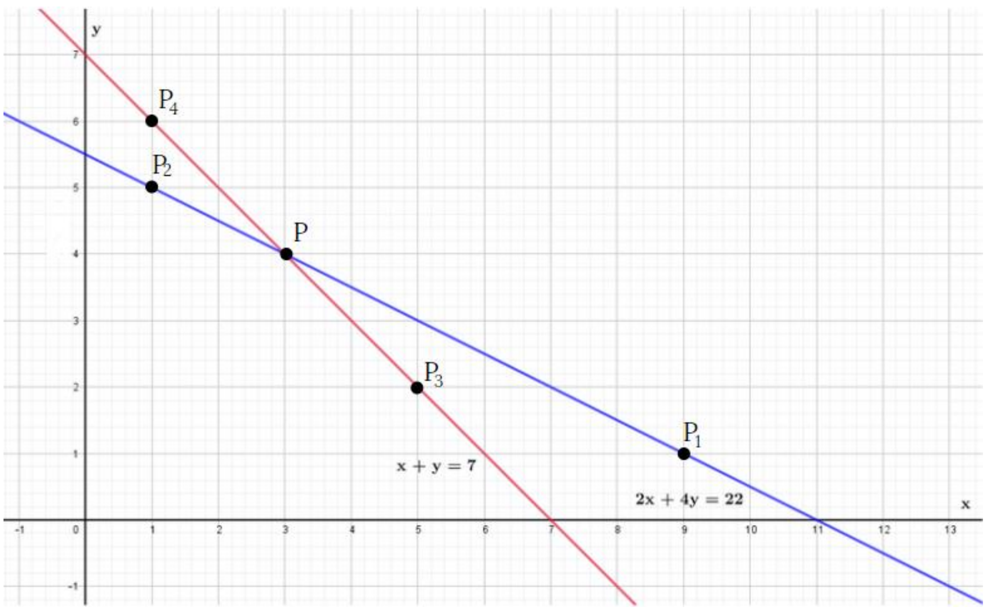
ii) estabelecimento de um plano:

- Plano 1: a partir do gráfico, identificar os pontos que representam as soluções das equações.

- Plano 2: manipular algebricamente as equações de primeiro grau com duas incógnitas para chegar aos pontos que representam suas soluções.

iii) execução do plano:

- Plano 1:



azul => $2x + 4y = 22$ P_1 (9,1) P_2 (1,5) rosa => $x + y = 7$ P_3 (5,2) P_4 (1,6) Ponto em comum => P (3,4)

- Plano 2:

azul => $2x + 4y = 22$ se $x = 10$, então y => $2 \cdot 10 + 4y = 22$ $4y = 2$ $y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ P_1 (10,1/2) se $y = 3$, então x => $2x + 4 \cdot 3 = 22$ $2x = 10$ $x = \frac{10}{2} = 5$ P_2 (5,3)	rosa => $x + y = 7$ se $x = 2$, então y => $2 + y = 7$ $y = 5$ P_3 (2,5) se $y = \frac{2}{3}$, então x => $x + \frac{2}{3} = 7$ $x = 7 - \frac{2}{3}$ $x = \frac{21-2}{3} = \frac{19}{3}$ P_4 (19/3,2/3)

Ponto em comum: $\begin{cases} 2x + 4y = 22 \\ x + y = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 4y = 22 \\ x + y = 7 \quad (\cdot 2) \end{cases}$ $- \begin{cases} \cancel{2x} + 4y = 22 \\ \cancel{2x} + 2y = 14 \end{cases}$ $2y = 8$ $y = 4$ x => $x + 4 = 7$ $x = 3$ P (3,4)

iv) retrospectiva da resolução: verificar quais outros pontos representam as soluções das equações e chegar à conclusão de que existem infinitos pares ordenados que satisfazem a cada uma dessas equações separadamente, e apenas um que satisfaz as duas simultaneamente, por tratarem-se de retas concorrentes. Além disso, buscar outro caminho de resolução para o sistema de duas equações com duas incógnitas que foi formado.

5) Descubra quais são os valores de x que satisfazem a equação: $(2x - 1)^2 = 9$

Resolução:

i) compreensão do problema: o termo desconhecido x compõe a equação, aparecendo uma vez no primeiro membro, constituindo o produto notável do quadrado da diferença.

ii) elaboração de um plano: desenvolver a equação de 2º grau a partir da manipulação do produto notável e aplicar a fórmula de Bháskara para encontrar os valores que a incógnita pode assumir.

iii) execução do plano:

$$(2x-1)^2 = 9$$

$$(2x - 1)\,(2x - 1) = 9$$

$$4x^2 - 2x - 2x + 1 - 9 = 0$$

$$4x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-\,b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 4$; $b = -\,4$; $c = -\,8$

$$x = \frac{-\,(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-8)}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{144}}{8}$$

$$x = \frac{4 \pm 12}{8}$$

$$x' = \frac{16}{8} = 2 \quad \text{e} \quad x'' = \frac{-8}{8} = -1$$

iv) retrospectiva da resolução: conferir as operações feitas e realizar a prova real, substituindo o valor de x encontrado na equação inicial, para verificar se a igualdade se mantém.

Uma segunda opção de resolução é através do método de completar quadrados, considerando que a equação de 2º grau já é apresentada na forma do produto notável do quadrado da diferença, a solução é facilitada.

Iniciamos extraindo a raiz quadrada de ambos os lados da equação inicial: $\sqrt{(2x-1)^2} = \sqrt{9}$ => $(2x - 1) = \pm 3$

Daí temos que $2x - 1 = 3$ ou $2x - 1 = -\,3$, chegando respectivamente em $x' = 2$ e $x'' = -1$.

6) Observe as figuras abaixo, formadas por palitos:

a) Complete a tabela com o número de palitos necessário para formar os triângulos:

Resolução:

i) <u>compreensão do problema:</u> a tabela apresenta o número de triângulos variando de um em um, a partir de 1 e o número de palitos variando de dois em dois, a partir de 3 que é a quantidade mínima para formar um triângulo.

ii) <u>estabelecimento de um plano:</u> observar a regularidade encontrada nos valores da tabela, a fim de preencher os valores que faltam e, em seguida, generalizar a relação encontrada.

iii) <u>execução do plano:</u>

Número de triângulos	**Número de palitos**
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
...	...
20	41

b) Observando que o número de palitos depende do número de triângulos, quantos palitos são necessários para formar n triângulos?

Resolução:

triângulo = n; nº de palitos = p

$1 \Rightarrow 3 = 2 \cdot 1 + 1$

$2 \Rightarrow 5 = 2 \cdot 2 + 1$

...

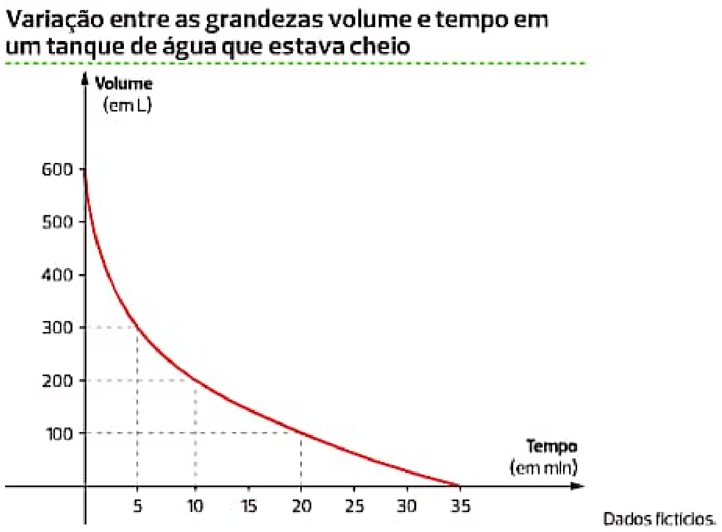
$n \Rightarrow p = 2n + 1$

c) O resultado encontrado no item anterior é classificado como uma equação ou uma função? Por quê?

Resolução: O problema como um todo se desenvolve a partir da interpretação, simbolização e manipulação da letra em relação funcional, ou seja, é verificada a relação de dependência entre o número de palitos e a quantidade de triângulos, desse modo trata-se de uma função.

iv) retrospectiva da resolução: substituir na relação encontrada na alternativa b, os valores iniciais de número de triângulos, para verificar se corresponde ao número de palitos encontrados a partir da construção da imagem.

7) O gráfico mostra como as grandezas volume e tempo variam, uma dependendo da outra, em um tanque de água que estava cheio e foi se esvaziando. Vemos que o volume de água foi diminuindo em função do tempo; quanto maior o tempo (de 0 a 35 minutos), menor o volume de água no tanque (de 600 a 0 litros).



Responda:

i) compreensão do problema: o gráfico traz a grandeza volume variando e diminuindo conforme o tempo percorrido. No tempo 0, há 600 litros no tanque; no tempo 5 minutos, 300 litros; no tempo 10 minutos, 200 litros; no tempo 20 minutos, 100 litros e no tempo 35 minutos, o tanque está vazio.

ii) elaboração de um plano: identificar as informações necessárias analisando os dados do gráfico.

iii) execução do plano:

a) Qual é o volume total desse tanque?

Resolução: A partir do gráfico é possível determinar que o volume máximo, em litros, é 600.

b) Após 20 minutos de esvaziamento, quantos litros de água ainda havia no tanque?

Resolução: Quando o gráfico marca, no eixo horizontal, 20 minutos, corresponde a 100 litros no eixo vertical, do volume.

c) O tempo e o volume variam de forma proporcional?

Resolução: Não, nem direta nem inversamente proporcional. Por exemplo: depois de 5 minutos, há 300 litros e depois de 10 minutos, há 200 litros, que não é o dobro nem a metade de 300.

iv) retrospectiva da resolução: analisar novamente o gráfico e verificar se seria possível chegar a respostas diferentes para as perguntas anteriores.

Material 3) Questão final

A caixa d'água de Carlos:

A caixa d'água de uma residência continha, inicialmente, 600 litros de água. A fim de enchê-la, Carlos a abasteceu por 2 horas, recebendo um volume de água na razão constante de 20 litros por minuto. Sabendo disso, responda as questões a seguir:

a) Passados 10 minutos, quantos litros de água haviam na caixa d'água?

b) Após 1 hora e 10 minutos, quantos litros haviam na caixa d'água?

c) Sabendo que a capacidade total da caixa d'água é de 3200 litros, após esse abastecimento de 2 horas, ela atingiu sua capacidade máxima? Se não, quantos litros ainda faltaram?

d) Em quanto tempo a caixa d'água será abastecida por completo, atingindo seus 3200 litros?

e) Caso Carlos deixasse a caixa d'água sendo abastecida por duas horas e meia, o que ocorreria?

f) Organize na tabela abaixo alguns dados referentes ao total de litros na caixa d'água em determinados tempos:

Volume de água (litros)	Tempo de abastecimento (minutos)
600	0
	30

1700	
	71
	90
3200	
	150

g) Supondo que a caixa d'água seja abastecida por x minutos, quantos y litros seriam acumulados ao total?

h) Plote o gráfico que representa o abastecimento desta caixa d'água em razão do tempo.

Resoluções:

i) <u>compreensão do problema:</u> o problema traz as seguintes informações: no tempo 0 ("inicialmente") há 600 litros na caixa d'água. A cada minuto, ela é abastecida com 20 litros. E, sabendo que uma hora tem 60 minutos, em 2 horas (120 minutos) a caixa d'água será abastecida com $120 \cdot 20 = 2400$ litros.

ii) <u>elaboração de um plano:</u> partir da informação de que já existe 600 litros de água na caixa d'água e que a cada minuto ela recebe 20 litros, fazendo comparações e manipulações para responder às questões.

iii) <u>execução do plano:</u>

a) Passado 1 minuto, terá 20 litros mais os 600 existentes. Passados 10 minutos, terá $10 \cdot 20 + 600 = 800$ litros.

b) Sabendo que 1 hora e 10 minutos é igual à 70 minutos, a caixa d'água terá $70 \cdot 20 + 600 = 2000$ litros.

c) Em 2 horas, ou 120 minutos, a caixa d'água será abastecida com 2400 litros, somando os 600 já existentes, terá 3000 litros, não atingindo a sua capacidade máxima. Precisará ser abastecida com mais 200 litros.

d) Para ter 3000 litros na caixa d'água, é preciso abastecê-la por 120 minutos. Logo, para os 200 litros restantes, será preciso mais $^{200}/_{20}$ = 10 minutos. Será abastecida por completo em 130 minutos, ou 2 horas e 10 minutos.

e) Em 2 horas e 30 minutos, a caixa d'água seria abastecida 20 minutos depois de já ter atingido a sua capacidade máxima, sendo desperdiçados 20 · 20 = 400 litros.

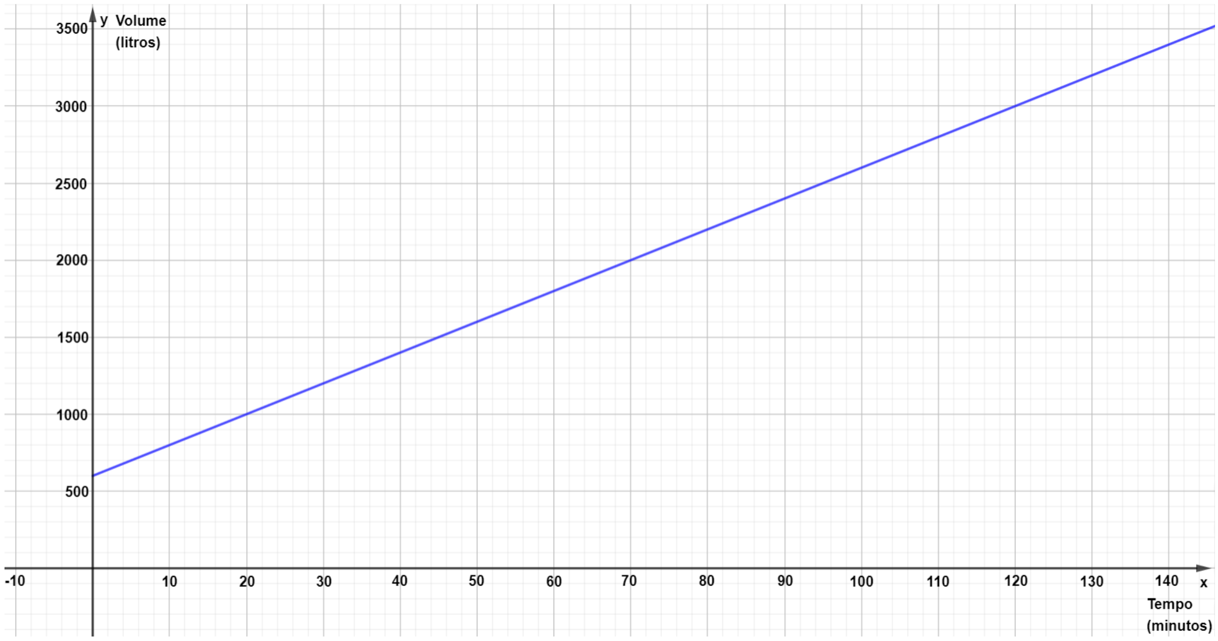
f)

Volume de água (litros)	**Tempo de abastecimento (minutos)**
600	0
600 + 30 · 20 = 1200	30
1700	1700 – 600 = 1100 => $^{1100}/_{20}$ = 55
600 + 71 · 20 = 2020	71
600 + 90 · 20 = 2400	90
3200	3200 – 600 = 2600 => $^{2600}/_{20}$ = 130
600 + 150 · 20 = 3600	150

g) Observando a regularidade da primeira coluna da tabela do item anterior é possível chegar à conclusão de que o volume (y) será sempre 600 + 20 multiplicado pelos minutos (x) de abastecimento. Logo, y = 600 + 20x

h) Considerando o volume como sendo a variável que depende da quantidade de tempo de abastecimento, tem-se o gráfico a seguir:

Abastecimento da caixa d'água da casa de Carlos:



iv) <u>retrospectiva da resolução:</u> verificar se as informações dadas nos itens anteriores correspondem aos dados do gráfico e vice-versa.

<u>Sugestão ao professor:</u> nas etapas de resolução i e ii, de compreensão do problema e elaboração de um plano, respectivamente, das questões que compõem a sequência didática, foram elaboradas explicações a partir das etapas de simbolização, interpretação e manipulação estipuladas por Reyes, Trigueros e Ursini (1996) para o trabalho com os três usos da variável. Porém, ao invés de adotar a palavra "variável", optou-se por "letra", considerando que normalmente, conforme é trazido em Brasil (1998; 2017), as letras no ensino de Matemática representam incógnitas e variáveis, ainda associadas ao estudo de equações e funções, respectivamente. A sugestão aos docentes ao trabalhar a sequência didática é que mencionem a letra como incógnita, letra como número genérico e letra em relação funcional (variável), para evitar possíveis confusões por parte dos estudantes. Ainda, sugere-se que, se possível, os alunos tenham acesso ao modelo 3UV na íntegra, com suas diferenciações acerca da simbolização, interpretação e manipulação como um material complementar, que possa agregar aos seus estudos de Álgebra.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como salientado no decorrer do presente trabalho, o ensino de Álgebra tem sido alvo de preocupação entre a comunidade matemática devido ao baixo rendimento apresentado pelos alunos e a deficiência da prática docente exercida pelos professores ao ministrarem esta unidade temática (BRASIL, 1998). Através da pesquisa quantitativa desenvolvida, foi possível identificar como essa prática está ocorrendo dentro das salas de aula de um grupo de professores de Matemática do litoral norte do Rio Grande do Sul e assim, posteriormente, através da teoria de ensino da Aprendizagem Significativa e da metodologia de Resolução de Problemas, foi elaborada uma sequência didática a fim de contribuir para um melhor desenvolvimento do ensino de Álgebra e, consequentemente, do desempenho dos discentes.

Participaram da pesquisa 12 professores que ministram aulas para a educação básica nas redes municipal, estadual e federal. A coleta de dados foi realizada através da análise de um questionário online, aplicado durante a realização de um projeto de pesquisa desenvolvido na instituição, composto por 19 questões sendo, em sua maioria, dissertativas.

Através desse instrumento foi possível identificar, além do desenvolvimento das práticas de ensino de Álgebra, se os docentes envolvidos conheciam a teoria da Aprendizagem Significativa e, mais do que isso, se realmente haviam aspectos da teoria de David Ausubel em seus planejamentos. Acredita-se, como afirmado por Ausubel, Novak e Hanesian (1980) que, ao propor em sala de aula atividades que têm um máximo potencial de desencadear uma aprendizagem significativa e que sejam desenvolvidas com constância, é possível reduzir as lacunas de aprendizagem que os estudantes apresentam em Álgebra, assim como nas demais unidades temáticas da Matemática, contribuindo para um melhor rendimento e aproveitamento na última etapa da educação básica, que é o foco do presente trabalho.

O questionário continha perguntas referentes ao ensino de Álgebra em geral e, em específico, perguntas relacionadas ao conteúdo de Funções e, pelo fato de esse conteúdo ser o primeiro de Álgebra previsto para o ensino médio, nível de ensino mais frequente entre as atuações dos docentes participantes, optou-se por desenvolver a pesquisa com foco neste conteúdo. No que diz respeito às metodologias e recursos de ensino adotados pelos professores participantes, houveram respostas diversificadas.

Os recursos de ensino variaram entre ferramentas tecnológicas, jogos, paródias, livros didáticos, histórias variadas, atividades práticas, desafios, softwares, aplicativos, materiais recicláveis, vídeos, lista de exercícios, sites e Google Meet. Já as metodologias de ensino entre construtivista, resolução de problemas, tecnologia da informação, metodologias ativas, tradicional e humanista. Fato interessante é que, apesar de a maior parte do grupo de professores ter mencionado trabalhar a partir de situações problemas e problemas contextualizados, por exemplo, apenas um professor afirmou utilizar a metodologia de Resolução de Problemas e, mesmo cada um apresentando uma lista variada de metodologias, ainda sim a essência de seus planejamentos era baseada na solução de problemas.

Nota-se assim que os docentes acabam não aprofundando realmente em uma metodologia que melhor se adeque a sua prática docente, considerando que ao adotar a resolução de problemas como metodologia, há inúmeros autores que orientam esse trabalho, apresentando um referencial teórico consistente capaz de potencializar o estudo da Matemática.

Com relação ao conhecimento a respeito da teoria de David Ausubel, de todos os 9 participantes que afirmaram incorporar essa teoria aos seus planejamentos, nenhum satisfez a todos os parâmetros listados para tal. Os parâmetros, delimitados por Moreira, Palmero e Sahelices (2011), foram: (A) descobrir os conhecimentos prévios ou subsunçores que o aluno detém; (B) analisar criteriosamente os conteúdos que leciona, facilitando a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora no momento em que ocorre a interação entre os novos e os antigos conhecimentos; (C) apresentar organizadores avançados que interliguem os tópicos conceituais que o aluno já sabe com os que ele pretende aprender e; (D) organizar o conteúdo sequencialmente, de maneira a explicitar que há uma relação de dependência natural entre esse e seu precedente.

Os dois últimos parâmetros listados acima foram satisfeitos por apenas três docentes. Nessa análise conclui-se que o que ocorre com relação às teorias de ensino é uma forte banalização, já constatada também pelos autores supracitados, onde conceitos como aprendizagem significativa fazem parte do discurso dos professores que nem sequer têm conhecimento do que trata esta teoria de ensino.

Com o intuito de exemplificar a aplicação de ferramentas da teoria de ensino da Aprendizagem Significativa, buscando ainda satisfazer a esses quatro parâmetros mencionados, foi desenvolvida a sequência didática acerca do ensino de Funções para o 1º ano do ensino médio, utilizando como metodologia a Resolução de Problemas. A sequência didática proposta tem o potencial de desenvolver uma aprendizagem subordinada correlativa dos conceitos envolvidos, pelo fato de, como salienta Ausubel (2003), o objetivo consistir em incrementar conceitos já conhecidos pelos estudantes ao mesmo tempo em que são modificadas concepções incorretas que se encontram ancoradas na estrutura cognitiva desses.

Considerando os parâmetros necessários para a incorporação da teoria da Aprendizagem Significativa listados acima, podemos atentar a duas das principais ferramentas que os compõem: recurso capaz de delimitar os subsunçores que os alunos já detêm e que se fazem necessários à tal aprendizagem e organizador avançado que sirva de ponte cognitiva entre os antigos e novos conhecimentos. É a partir dessas duas ferramentas norteadoras que a sequência didática do presente trabalho se desenvolve.

O teste de sondagem, que dá início às atividades, representa a etapa de verificação dos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos indivíduos em questão. Essa etapa faz parte da prática docente de 8 dos 9 professores participantes que afirmam utilizar a teoria de Ausubel, sendo verificada a necessidade de que sejam feitas apenas pequenas modificações como a inserção de problemas, além dos exercícios, conforme propõe o autor.

O organizador avançado, como definido por Ausubel, é uma ferramenta que dá início a uma nova aprendizagem, estabelecendo conexão entre o que o aluno já sabe e o que pretende aprender, sendo o organizador avançado comparativo utilizado quando há uma certa familiaridade com os conceitos envolvidos, sendo necessários apenas esclarecimentos (MOREIRA, 2008). Como foi mencionado pelos professores participantes que as grandes dificuldades enfrentadas pelos estudantes eram trabalhar com as letras em matemática e elaborar estratégias de resolução para as atividades propostas, foi pensado em um organizador avançado comparativo que trouxesse as diferentes aplicações das letras em Álgebra, enquanto incógnitas e enquanto variáveis, já colocando essas aplicações em prática na resolução de problemas, seguindo as etapas estipuladas por Polya, a fim de trabalhar a dificuldade de resolução e raciocínio lógico dos estudantes.

Dessa forma, o presente organizador caracterizou-se como uma ferramenta para uso imediato, antes da iniciação efetiva de Funções do 1º ano do ensino médio, porém também será um material útil a longo prazo, orientando os estudantes no desenvolvimento de quaisquer atividades matemáticas, tendo em vista que contém as etapas de resolução de problemas de maneira sucinta e prática. Adotando a metodologia de Resolução de Problemas de maneira contínua ao longo do desenvolvimento dos diversos conteúdos matemáticos, conforme foi apresentada na sequência didática, o organizador será dispensável, pois as etapas de resolução se tornarão um hábito aos estudantes.

Assim como para os estudantes, é preciso que os professores também desenvolvam o hábito de trabalhar a partir dessa metodologia – ou de outra que julgar mais adequada à situação de ensino –, até que as práticas envolvidas nessa sejam totalmente familiares aos estudantes e incorporadas à sala de aula. A teoria de ensino da Aprendizagem Significativa mais do que hábito, exige constância para surtir o efeito esperado, ou seja, para que seja possível diminuir as lacunas de aprendizagem que os estudantes apresentam nos estudos de Matemática de modo geral, é necessário que as ferramentas como o teste de sondagem e a utilização do organizador avançado sejam aplicadas periodicamente, sempre no início do ano ou a cada trimestre letivo (MOREIRA; PALMERO; SAHELICES, 2011).

Como salientado por um professor participante, mesmo ministrando aulas para a mesma turma há anos, não há como afirmar o que os alunos aprenderam significativamente e trazem de um ano para o outro sem a verificação através de teste de sondagem. Ainda, é válido salientar que, para Ausubel, neste teste precisa haver, necessariamente, problemas, pois os exercícios podem ser resolvidos apenas reproduzindo métodos, não apresentando o real aprendizado e capacidade do aluno de aplicar o que foi aprendido anteriormente (MOREIRA, 2017). Ainda, apenas a observação e o acompanhamento não são suficientemente válidos para verificar a presença de aprendizagem significativa, mas podem servir como um recurso complementar para isso.

Acredita-se ter sido possível apresentar as ferramentas que embasam a teoria de David Ausubel e dão origem à Aprendizagem Significativa, utilizando-se a metodologia de Resolução de Problemas em uma situação concreta. Dessa forma, a sequência didática apresentada no presente trabalho pode nortear a elaboração de outros planejamentos que tenham o objetivo de adotar tais teorias. Ainda, há inúmeros fatores teóricos e práticos que podem ser inseridos ao planejamento a fim de agregar conhecimento aos estudantes, como é o caso do modelo dos 3 usos da variável mencionado ao final da sequência didática. Este modelo apresenta uma síntese do uso das letras na Matemática e, sendo trabalhado gradativamente, conforme o aparecimento dessas ao longo da educação básica, tem o potencial de sanar possíveis dúvidas e evitar que os alunos cheguem ao final do ensino médio sem o pleno entendimento da simbolização, interpretação e manipulação das letras em Álgebra.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, Marli E. D. A.; LÜDKE, Menga. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Portugal: Plátano, 2003.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução de Eva Nick. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos.** PNLD 2018. Matemática. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática Anos Iniciais. Brasília-DF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BRAVO, José A. F.; HUETE, Juan C. S. **O ensino da matemática**: Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

COSTA, Manoel dos S.; ALLEVATO, Norma S. G. **Avaliação**: um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. v. 17. n. 2. Canoas: Revista Acta Scientiae, 2015, p. 294-310.

COUTINHO, Renata P. et al. **Resolução de problemas em matemática**: uma aplicação. Revista Ensino, Saúde e Ambiente. v. 9. 2016, p. 249-268.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. 23. ed. Campinas-SP: Papirus, 2012.

DANTE, Luiz R. **Matemática**: Contextos e aplicações. 1º ano Ensino Médio. 2. ed. São Paulo: Ática, 2014.

DANTE, Luiz R. **Projeto Teláris**: Matemática. 7º ano Ensino Fundamental. São Paulo: Ática, 2015.

DANTE, Luiz R. **Projeto Teláris**: Matemática. 8º ano Ensino Fundamental. 2 ed. São Paulo: Ática, 2016.

DANTE, Luiz R. **Projeto Teláris**: Matemática. 9º ano Ensino Fundamental. 2. ed. São Paulo: Ática, 2016a.

ECHEVERRÍA, María del P. P.; POZO, Juan I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

ECHEVERRÍA, María del P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

FILHO, José C. dos S. Pesquisa quantitativa *versus* pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático. In: GAMBOA, Silvio Sánchez. **Pesquisa educacional**: quantidade-qualidade. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2002, p. 13-60.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Mª Ângela; MIGUEL, Antonio. **Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar**. vol. 4. n. 1. Revista Pro-Posições, 1993, p. 78-91.

FREITAS, Henrique; JANISSEK Raquel. **Análise léxica e análise de conteúdo**: técnicas complementares, sequenciais e recorrentes para exploração de dados qualitativos. Porto Alegre: Sphinx: Editora Sagra Luzzatto, 2000.

GIL, Antonio C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LIMA, Elon L. **Matemática e ensino**. 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

LINS, Romulo C.; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LOZANO, Dolores; TRIGUEROS, María; URSINI, Sonia. **La conceptualización de la variable en la enseñanza media**. Artículos de Investigación. Educación Matemática: México. v. 12, 2000, p. 27-48.

MICOTTI, Mª Cecília de O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 153-167.

MOREIRA, Marco A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: UnB, 2006.

MOREIRA, Marco A. **Organizadores prévios e aprendizagem significativa**. Revista Chilena de Educación Científica. v. 7. 2008, p. 23-30.

MOREIRA, Marco A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências**: a teoria da aprendizagem significativa. 2. ed. Porto Alegre, 2016.

MOREIRA, Marco A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: E.P.U., 2017.

MOREIRA, Marco A.; PALMERO, Mª Luz R.; SAHELICES, Concesa C. **Aprendizaje significativo y formación del profesorado**. v1(1). Aprendizagem Significativa em Revista, 2011, p. 58-83.

OBMEP. **Banco de questões**. Rio de Janeiro: IMPA, 2018. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2018.pdf>. Acesso em: 26 de julho de 2020.

ONUCHIC, Lourdes de la R. **A resolução de problemas na educação matemática**: onde estamos e para onde iremos? Universidade de Passo Fundo (UPF)-IV Jornada Nacional de Educação Matemática. XVII Jornada Regional de Educação Matemática. 2012.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G. **Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas.** Boletim GEPEM. n. 55. 2009, p. 133-154.

ONUCHIC, Lourdes de la R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

OLIVEIRA, Ana T. de C. C. de. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra**. n. 12. ano 9. Educação Matemática em Revista, 2002, p. 35-39.

PAIS, Luiz C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PINTO, Neuza B.; SOARES, Mª Teresa C. **Metodologia da resolução de problemas**. UFPR, 2012.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

QUEIROZ, Paulo C. G. **Algumas reflexões relativas à variável, mobilizadas segundo o modelo 3UV**. XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM). São Paulo, Rio Claro: UNESP, 2008.

REYES; Araceli; TRIGUEROS, Maria; URSINI, Sonia. **College student's conceptions of variable**. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. v. 4. Universitat de València: Spain, 1996, p. 315-322.

RIBEIRO, Alessandro C.; CURY, Helena N. **Álgebra para a formação do professor**: Explorando os conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: autêntica, 2015.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER, Frank K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed). **New directions for elementar school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

STANIC, George M. A.; KILPATRICK, Jeremy. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston: NCTM, 1989, p. 1-22.

TAVARES, Romero. **Aprendizagem significativa**. Revista Conceitos. v. 5. n. 10. 2004, p. 55.

TAVARES, Romero. **Aprendizagem significativa, codificação dual e objetos de aprendizagem**. Revista Brasileira de Informática na Educação. v. 18. n. 2. 2010, p. 4.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução: Ernani F da F. Rosa. Porto Alegre: Penso, 2014.

ANEXOS

ANEXO A – QUESTIONÁRIO PROFESSORES EDUCAÇÃO BÁSICA GOOGLE FORMS

INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Sul
Campus Osório

Questionário Professores Educação Básica

Este questionário é o principal instrumento de coleta de dados de um projeto de pesquisa do IFRS Campus Osório, intitulado "Aprendizagem Significativa e a formação de professores", e tem por objetivo retratar as diferentes salas de aula de professores de Matemática das redes municipal, estadual e federal, que apresentam históricos de formação inicial e continuada diversificados, bem como analisar sua familiaridade com o trabalho a partir da teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, em se tratando da área de Álgebra.

Quanto mais detalhadas forem suas respostas, mais você contribuirá para esta pesquisa. Desde já, agradecemos a sua participação!

*Tempo de realização do questionário, em média: 15 a 40 minutos.

*Obrigatório

Termo de aceite

Ao aceitar participar desta pesquisa, você concorda em responder o presente questionário, que contém perguntas de múltipla escolha e dissertativas, e está ciente de que os resultados apresentados aqui serão analisados e poderão ser publicados em revista da área do Ensino de Matemática, assim como poderão compor os trabalhos de conclusão de curso dos bolsistas do projeto em questão. Em ambas as produções, a identidade de todos os participantes será preservada, não sendo publicada qualquer informação que possa identificá-los. E a qualquer momento, caso surjam dúvidas, os bolsistas estarão à disposição. Diante destes termos, você acha que está suficientemente informado(a) e deseja participar desta pesquisa, como colaborador(a)? *

○ Sim

○ Não

Perfil dos participantes

1) Qual é a sua formação inicial? Em que ano e em qual instituição de ensino superior você concluiu a graduação? *

Sua resposta

2) Possui alguma pós-graduação? Se sim, em qual área? Se não possui, quais os motivos? *

Sua resposta

3) Há quanto tempo atua como professor(a) de Matemática? *

Sua resposta

4) Atua em qual(is) rede(s) e nível(is) de ensino: *

Marque, no mínimo, duas caixas de seleção.

- [ ] Rede municipal
- [ ] Rede estadual
- [ ] Rede federal
- [ ] Ensino fundamental
- [ ] Ensino Médio
- [ ] Ensino Superior

5) O que te fez optar pela profissão docente e pela Matemática? *

Sua resposta

6) O que te mantém nesta profissão? *

Sua resposta

Conhecimentos a respeito da teoria da Aprendizagem Significativa

1) Quais os critérios que você utiliza para filtrar os conteúdos a serem ministrados, além da prévia seleção de conteúdos mínimos disponibilizada pela instituição? *

Sua resposta

2) Quais metodologias e ferramentas de ensino você normalmente utiliza em sala de aula? *

Sua resposta

3) Conhece a teoria da Aprendizagem Significativa? Se sim, essa faz parte do teu objetivo de ensino? Como? *

Sua resposta

4) O quão importante é, para você, fazer uma sondagem a respeito dos conhecimentos prévios dos estudantes? Você costuma fazer esta sondagem antes de iniciar um conteúdo? *

Sua resposta

Situações de ensino

1) Você tem que introduzir o ensino de Álgebra com uma turma de 6º ano do ensino fundamental, quais conceitos são extremamente importantes neste processo? *

Sua resposta

2) Quais dificuldades você percebe em seus alunos ao ser feita essa introdução? E quais mecanismos você utiliza para identificá-las? *

Sua resposta

3) Você precisa iniciar o estudo de Funções com uma turma de 1º ano do ensino médio para a qual você não ministrou aulas no ensino fundamental. Quais conhecimentos prévios você acredita que os alunos precisam ter para que o ensino desta temática se dê de maneira mais fluída? *

Sua resposta

4) Quais questionamentos são normalmente levantados pelos alunos ao ser trabalhado este conteúdo? *

Sua resposta

5) Qual metodologia e recursos você utiliza ao propor o conteúdo de Funções? Sente necessidade de apresentá-lo de uma forma diferente, ou acredita que assim os alunos têm um bom entendimento? *

Sua resposta

6) Após 2 anos ministrando aulas para a turma referida no item anterior, você deve iniciar o primeiro conteúdo do ano letivo. Como são inseridos no seu planejamento os conhecimentos construídos pelos alunos ao longo desses anos? *

Sua resposta

Informações adicionais

1) Você teria interesse em aprimorar seus conhecimentos sobre a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel?

- ◯ Sim
- ◯ Não
- ◯ Talvez

2) Caso fosse ofertado um curso de extensão pelo IFRS sobre este assunto, você faria?

- ◯ Sim
- ◯ Não
- ◯ Talvez

3) Qual seria o melhor meio de realização deste curso?

- ◯ Presencial (no campus Osório)
- ◯ Online (pelo sistema Moodle)
- ◯ Outro: ______

ANEXO B – CONTEÚDOS DE ÁLGEBRA DO 6º AO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE ACORDO COM A BNCC

Conteúdos de Álgebra do 6º ao 9º ano

6º ano
1) Propriedades da igualdade 2) Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo
7º ano
3) Linguagem algébrica: variável e incógnita 4) Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica 5) Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais 6) Equações polinomiais do 1º grau
8º ano
7) Valor numérico de expressões algébricas 8) Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano 9) Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano 10) Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2=b$ 11) Sequências recursivas e não recursivas 12) Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais
9º ano
13) Funções: representações numérica, algébrica e gráfica 14) Razão entre grandezas de espécies diferentes 15) Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais 16) Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BNCC). (BRASIL, 2017)