

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL
CAMPUS CANOAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

BRUNO BASTOS BRAGA

**ESTATÍSTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA PARA O CÁLCULO DA MÉDIA
ARITMÉTICA UTILIZANDO AS FREQUÊNCIAS DAS NOTAS MUSICAIS**

CANOAS

2026

BRUNO BASTOS BRAGA

**ESTATÍSTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA PARA O CÁLCULO DA MÉDIA
ARITMÉTICA UTILIZANDO AS FREQUÊNCIAS DAS NOTAS MUSICAIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Instituto Federal do Rio Grande do Sul (IFRS) – Campus Canoas como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Brogni Uggioni

CANOAS

2026

CIP - Catalogação na publicação

Braga, Bruno Bastos
ESTATÍSTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA PARA O CÁLCULO
DA MÉDIA ARITMÉTICA UTILIZANDO AS FREQUÊNCIAS DAS NOTAS
MUSICAIS / Bruno Bastos Braga. -- 2026.
76 f.
Orientador: Bruno Brogni Uggioni.

Dissertação (Mestrado) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul,
Campus Canoas, Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional - PROPMAT, Canoas, BR-RS, 2026.

1. Medidas Centrais da Estatística.. 2. Música e a
Física do Som.. I. Uggioni, Bruno Brogni. II. Título.

BRUNO BASTOS BRAGA

**ESTATÍSTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA PARA O CÁLCULO DA MÉDIA
ARITMÉTICA UTILIZANDO AS FREQUÊNCIAS DAS NOTAS MUSICAIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Instituto Federal do Rio Grande do Sul (IFRS) – Campus Canoas como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Canoas, 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Bruno Brogni Uggioni
Orientador

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. Lucas Spillere Barchinski
Instituto Federal Catarinense

Prof. Dr. Simone Maffini Cerezer
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul

*Dedico este trabalho a minha rainha Rosita
e nossas princesas Monalisa e Gioconda.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e aos meus pais que pela dádiva da vida e toda a criação por eles dispendida.

Aos meus sogros e a Jordana por ter me apresentado a Rosita, a pessoa mais importante da minha vida. Sem ela este trabalho seria apenas um sonho.

Ao meu irmão e minha cunhada pelo meu afilhado, pelos doces e pela música.

Sou grato a todos os professores que me guiaram até aqui desde os anos iniciais até agora no mestrado e aos colegas que tive o prazer de ter convivido e as amizades que permanecem até hoje.

Aos colegas de trabalho da EMEF Max Adolfo Oderich pela paciência das minhas piadas no grupo da rede social da escola.

Aos meus tios Luciano e Cláudio pelas discussões sobre matemática, política e futebol nos almoços na praia do Magistério. A tia Enira que quer me ver formado nos mais altos níveis de educação. A tia Clara, ao tio Carlinhos e todos que cuidam dos meus pais quando não estou presente. Aos meus tios Rui, Inácio Antônio, Octávio Luiz e José Cláudio que fazem muita falta e não puderam ver onde cheguei, mas que certamente estão felizes por mim.

A minha madrinha Ema Luiza que é uma segunda mãe.

A todos os inúmeros primos que tenho orgulho imenso de ter.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma alternativa de ensino do conceito de *Média Aritmética* a partir de dados musicais como a frequência sonora das notas quando emitida por estudantes quando cantam e tem como problema de pesquisa a seguinte pergunta: é verdadeira ou ilusória a percepção de que, em um espetáculo musical qualquer, a plateia parece cantar afinadamente mesmo nela havendo pessoas desafinadas? A pesquisa também pretendeu verificar se este método interdisciplinar Físico – Matemático – Musical contribuiu para a aprendizagem dos alunos. Para tanto, duas aulas foram ministradas. Antes delas foi utilizado um questionário para verificar o quanto os estudantes sabiam de música e de estatística e, durante as aulas, foram propostos dois exercícios introdutórios aos conteúdos estatísticos: média, moda, mediana e desvio padrão; uma prática musical na qual os alunos cantaram algumas notas em coro da canção *Twist and Shout* do conjunto musical *The Beatles* e ao fim da segunda aula, um último questionário foi sugerido, idêntico ao primeiro. A prática foi desenvolvida com uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental no município de Canoas no Rio Grande do Sul. A proposta didática utilizou-se de afinadores on-line para medir as frequências das vozes dos estudantes e o *Google Sheets* para a realização do cálculo da média aritmética. Nesta dissertação é mostrado que a *Média Aritmética* das frequências emitidas pelas vozes dos alunos (plateia) se aproxima da frequência original da música e, dessa forma, dá significado a esse conceito estatístico tão importante. O questionário final revelou que grande parte dos estudantes compreendeu de forma significativa a concepção da média.

Palavras chave: Estatística; Média Aritmética; Frequência.

ABSTRACT

This work presents an alternative way of teaching the concept of Arithmetic Mean using musical data such as the sound frequency of notes when emitted by students while singing, and its research problem is the following question: is the perception that, in any musical performance, the audience seems to sing in tune even if there are out-of-tune people among them true or illusory? The research also aimed to verify if this interdisciplinary Physical-Mathematical-Musical method contributed to student learning. To this end, two classes were taught. Before the classes, a questionnaire was used to assess students' knowledge of music and statistics. During the classes, two introductory exercises on statistical concepts were proposed: mean, mode, median, and standard deviation; a musical practice in which students sang some notes in chorus from the song "*Twist and Shout*" by *The Beatles*; and at the end of the second class, a final questionnaire, identical to the first, was suggested. This experiment was conducted with a class of 9th-grade students in the municipality of Canoas, Rio Grande do Sul. The teaching approach used online tuners to measure the frequencies of the students' voices and *Google Sheets* to calculate the arithmetic mean. This dissertation shows that the *Arithmetic Mean* of the frequencies emitted by the students' (audience's) voices approximates the original frequency of the music and, in this way, gives meaning to this important statistical concept. The final questionnaire revealed that a large portion of the students significantly understood the concept of the average.

Keywords: Statistics; Arithmetic Mean; Frequency.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Monocórdio	29
Figura 2: Primeiro exercício da atividade prática.....	38
Figura 3: Segundo exercício da atividade prática.....	39
Figura 4: Afinador do Cifra Club.....	41

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Frequência das notas Musicais em Hz.....	31
Quadro 2: Primeiro Exercício da Atividade.....	34
Quadro 3: Segundo Exercício da Atividade.....	34
Quadro 4: Frequências anotadas pelos alunos em Hz.....	42
Quadro 5: Frequências Transpostas em Hz.....	45

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 METODOLOGIA DE PESQUISA E COLETA DE DADOS	14
2.1 Procedimentos de Pesquisa Teórica.....	14
2.2 Procedimentos de Pesquisa de Campo	15
2.3 Metodologia de Análise dos Dados.....	16
3 REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
3.1 Música no Ensino Fundamental	18
3.2 A Importância do Ensino de Estatística.....	20
3.3 Alguns Conceitos Físicos	24
3.4 Pitágoras, o Monocórdio e a Relação Entre Música e Matemática.....	28
4 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E METODOLOGIA DE ENSINO	33
4.1 Sequência Didática	33
4.2 Relato de Experiência da Atividade Proposta	36
4.3 Uma Reflexão sobre a Metodologia de Ensino que Embasou a Proposta.....	46
5 ANÁLISE DOS DADOS	49
5.1 Quanto a Atividade Musical	49
5.2 Quanto aos Questionários	51
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
REFERÊNCIAS.....	56
APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).....	60
APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)	63
APÊNDICE C – Questionário Investigativo	66
APÊNDICE D – Respostas dos Questionários.....	67

1 INTRODUÇÃO

A música tem a capacidade de aproximar as pessoas com ideologias e pensamentos diferentes. Diferentemente do esporte, por exemplo, onde, salvo raras exceções, torce-se apenas para uma equipe e despreza-se as demais, na música a identificação com um estilo musical não impede a admiração por outros ritmos. Religião e política também são exemplos de unicidade de escolhas e são motivos de discussões por vezes violentas; não é esperado que isso ocorra por motivos musicais.

Difícilmente ocorrerá que um estudante não goste de ouvir nenhum tipo de música; alguma canção deve lhe ser agradável ao ouvido. Pensando nisso, neste trabalho pretende-se unir teoria musical ao ensino de matemática, mais precisamente à compreensão do conceito de *Média Aritmética*, já que os métodos tradicionais de ensino podem causar desconforto em alguns estudantes (Freire, 1970).

Sabe-se que este conceito estatístico é uma ferramenta de imensa importância na análise de dados que auxiliam na gestão financeira das empresas e das famílias, como no cálculo da previsão dos gastos ou receitas. Dessa forma, este trabalho propôs uma atividade na qual os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental tentaram cantar afinadamente algumas notas de determinado trecho da música *Twist and Shout* da banda *The Beatles*, e após uma aferição das frequências obtidas, eles calcularam a *Média Aritmética* das frequências das vozes dos estudantes participantes para comparar com a frequência original da música, a fim de responder o seguinte problema: é verdadeira ou ilusória a percepção de que, em um espetáculo musical qualquer, a plateia parece cantar afinadamente mesmo nela havendo pessoas desafinadas? Com a amostra da sala, que é de aproximadamente 30 alunos, a *Média Aritmética* das frequências resultou em um valor próximo à frequência original, dando sentido ao problema em questão.

Além do objetivo geral, este trabalho também se estruturou em objetivos específicos que orientam a construção da proposta didática e a análise dos dados produzidos. Primeiramente, buscou-se investigar de que maneira a utilização das frequências das notas musicais pode favorecer a compreensão das medidas estatísticas de tendência central, especialmente da *Média Aritmética*, no contexto do 9º ano do Ensino Fundamental. Além disso, pretendeu-se analisar se a experiência musical coletiva contribui para a aprendizagem significativa desses conceitos, observando como os estudantes articulam suas percepções auditivas com a

interpretação numérica dos dados. Por fim, objetivou-se verificar se a vivência prática com ferramentas digitais — como afinadores e planilhas eletrônicas — potencializa o engajamento e o raciocínio crítico dos alunos, aproximando a *Estatística* de situações reais e interdisciplinarmente relevantes.

Esta pesquisa está dividida em cinco seções. A primeira, relata a metodologia utilizada na construção deste trabalho. A segunda, trata do referencial teórico: a relevância do ensino da *Música* e da *Estatística* no ensino regular, assim como alguns conceitos musicais, matemáticos e físicos necessários para a compreensão da sequência didática desenvolvida na seção seguinte. A quarta seção, relata os resultados obtidos e, por fim, as considerações finais.

2 METODOLOGIA DE PESQUISA E COLETA DE DADOS

A presente pesquisa caracteriza-se, na visão de Creswell (2010), como uma investigação de abordagem mista (qualitativa e quantitativa), de natureza aplicada, com objetivo exploratório e interventivo, realizada em contexto escolar real.

A pesquisa de métodos mistos é uma abordagem da investigação que combina ou associa as formas qualitativa e quantitativa. Envolve suposições filosóficas, o uso de abordagens qualitativas e quantitativas e a mistura das duas abordagens em um estudo (Creswell, 2010, p. 27).

O estudo foi desenvolvido a partir de uma proposta interdisciplinar que articula Música, Física e Estatística, buscando compreender como a utilização das frequências sonoras de notas musicais pode contribuir para a aprendizagem significativa dos conceitos de medidas centrais estatísticas dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

A investigação foi estruturada em duas etapas principais: a pesquisa teórica (bibliográfica e documental) e a pesquisa de campo (coleta e análise dos dados).

2.1 Procedimentos de Pesquisa Teórica

A construção do referencial teórico deu-se, inicialmente, por meio de uma busca sistemática na internet por autores e obras que abordassem a relação entre:

- Música e educação;
- Ensino de Estatística na Educação Básica;
- Conceitos físicos relacionados ao som;
- Relação histórica entre Matemática e Música.

As buscas foram realizadas em plataformas como *Google Acadêmico*, *SciELO*, *ResearchGate*, *Periódicos CAPES* e bibliotecas digitais de universidades, utilizando-se de palavras-chave como: “*ensino de estatística*”, “*música na educação básica*”, “*acústica musical*”, “*frequência sonora*”, “*pensamento estatístico*”, “*Pitágoras e a música*”, “*interdisciplinaridade entre música e matemática*”, entre outras.

A seleção dos autores baseou-se, principalmente, nos seguintes critérios:

- Relevância acadêmica do autor na área investigada;
- Atualidade e consistência teórica do material;

- Conexão direta com o objetivo da pesquisa;
- Reconhecimento e circulação em meios científicos ou educacionais.

Desta busca resultaram referências fundamentais que sustentam o trabalho, tais como os estudos de Freire (1970), Vygotsky (1984), Ausubel (1963), Lopes (2008), Carvalho (2010), Garfield (2002), Halliday, Resnick e Walker (2011), além dos documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Esses autores foram essenciais para fundamentar as relações entre ensino, *Música*, *Física* e *Estatística* apresentadas no Capítulo 3 – Referencial Teórico.

Essa etapa permitiu construir o embasamento conceitual necessário para a elaboração da sequência didática descrita no Capítulo 4 e para a definição dos instrumentos de coleta de dados utilizados na pesquisa de campo.

2.2 Procedimentos de Pesquisa de Campo

A pesquisa de campo foi realizada em uma escola de Ensino Fundamental no município de Canoas – RS, com uma turma de 9º ano composta por 26 estudantes participantes. A coleta de dados ocorreu em dois encontros presenciais, totalizando 3h40min, e utilizou três instrumentos principais:

1. Questionário diagnóstico inicial: aplicado antes do início da sequência didática, com o objetivo de investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre:
 - *Estatística e Média Aritmética*;
 - Relação entre *Matemática*, *Música* e *Física*;
 - Opiniões sobre o uso da *Música* no ensino da *Matemática*.
2. Planilhas com dados de frequência sonora: durante a atividade musical, cada aluno, utilizando um afinador online, registrou as frequências das notas cantadas em coro. Posteriormente, esses dados foram organizados em uma planilha no *Google Sheets*, constituindo um banco de dados quantitativo para análise estatística (média e desvio padrão). Esses valores passaram, posteriormente, por um processo de transposição de oitavas, a fim de garantir a coerência matemática e musical das análises, conforme será descrito na seção 4.
3. Questionário final: o mesmo questionário inicial foi aplicado novamente após a realização da atividade, com a finalidade de verificar:

- A compreensão do conceito de *Média Aritmética*;
- A percepção dos alunos sobre a relação entre *Música e Matemática*;
- A contribuição da atividade para o aprendizado;
- O nível de engajamento e interesse gerado pela proposta interdisciplinar.

Todos os procedimentos foram realizados respeitando os preceitos éticos da pesquisa em educação (processo de número 91209225.1.0000.8024), com a assinatura do *Termo de Consentimento Livre e Esclarecido* (TCLE) pelos responsáveis e do *Termo de Assentimento Livre e Esclarecido* (TALE) pelos estudantes conforme exigido pelo *Comitê de Ética e Pesquisa* (CEP).

2.3 Metodologia de Análise dos Dados

A análise dos dados ocorreu de forma complementar, envolvendo procedimentos quantitativos e qualitativos:

1. Análise quantitativa: consistiu no tratamento estatístico dos dados de frequência sonora registrados nas planilhas. Foram calculadas:
 - *Média aritmética*;
 - *Desvio padrão*.

Esses resultados foram comparados com as frequências musicais esperadas das notas de referência, permitindo verificar o fenômeno da convergência das vozes para a média, conforme apresentado na seção 5. Essa etapa fundamenta-se nos princípios da estatística descritiva (TRIOLA, 1999).

2. Análise qualitativa: foi realizada a partir das respostas dos questionários inicial e final, buscando identificar:
 - Mudanças na compreensão conceitual;
 - Evidências de aprendizagem significativa;
 - Desenvolvimento do pensamento crítico e interdisciplinar;
 - Ampliação do interesse e da percepção sobre a presença da *Matemática* em fenômenos reais.

As respostas foram organizadas em quadros no *Google Sheets* e interpretadas à luz da literatura educacional, especialmente nas perspectivas dos autores devidamente referenciados neste trabalho.

Essa escolha metodológica permitiu uma compreensão mais ampla da aprendizagem dos estudantes, não apenas em termos numéricos, mas também em

relação às mudanças de percepção, postura e significado atribuídos ao conhecimento matemático.

A proposta aqui delineada se fundamenta nas Metodologias Ativas, com destaque para a *Aprendizagem Baseada em Problemas* (PBL). Na PBL, o ponto de partida é um problema real, que instiga a investigação por parte dos alunos (Bergmann; Sams, 2016). De acordo com Moran (2015, p. 24), “o uso de situações reais desafia os alunos e amplia a motivação para aprender, ao mesmo tempo em que desenvolve competências cognitivas e sociais”. Nesse sentido, o uso de dados vocais reais de um coral representa uma oportunidade de conectar a *Estatística*, a *Música* e a *Ciência* em uma experiência interdisciplinar. A proposta deste trabalho também se fundamenta na teoria da *Aprendizagem Significativa* de Ausubel na obra *The Psychology of Meaningful Verbal Learning* de 1963. Segundo o autor, a aprendizagem ocorre de forma mais profunda quando novos conhecimentos se relacionam de maneira não arbitrária com conceitos já presentes na estrutura cognitiva do aluno. Dessa forma, o estudante não apenas memoriza informações, mas constrói novos significados a partir da integração entre conhecimentos prévios e novos conteúdos apresentados (Ausubel, 1963). Nesse sentido, ao utilizar elementos familiares aos estudantes — como a própria voz, o canto coletivo e a percepção sonora — a atividade proposta favorece a ancoragem de conceitos estatísticos em experiências concretas do cotidiano. Assim, a média aritmética deixa de ser apenas um procedimento algébrico e passa a representar um fenômeno observável na prática musical.

Assim, a análise dos dados quantitativos e qualitativos, articulada com o referencial teórico, possibilitou responder ao problema central da pesquisa e fundamentar as reflexões apresentadas nos capítulos posteriores.

A próxima seção está dividida em quatro partes e traz reflexões sobre o ensino de *Música* no *Ensino Fundamental*, a importância do ensino de *Estatística*, conceitos físicos que contribuem para a compreensão da atividade e posterior análise, e a relação entre *Música* e *Matemática* descoberta por *Pitágoras de Samos* (570 a.C – 495 a.C).

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Música no Ensino Fundamental

A *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) determina diretrizes para a educação brasileira, assegurando que os estudantes tenham acesso a um aprendizado diversificado e de qualidade. Levando isso em consideração, a *Música* enquadra-se de forma relevante no Ensino Fundamental, sendo caracterizada como uma linguagem artística importante para o desenvolvimento integral dos alunos. Dessa forma, investir no ensino musical significa investir em uma educação mais ampla, criativa e inclusiva, além de incentivar a interdisciplinaridade dos componentes curriculares.

Atividades que facilitem um trânsito criativo, fluido e desfragmentado entre as linguagens artísticas podem construir uma rede de interlocução, inclusive, com outros componentes curriculares. Temas, assuntos ou habilidades afins de diferentes componentes podem compor projetos nos quais saberes se integram, gerando experiências de aprendizagem amplas e complexas (BRASIL, 2018, p. 154).

De acordo com Szűcs e Juhász (2023) a música exerce funções essenciais no desenvolvimento das crianças, ultrapassando o entretenimento e se consolidando como um instrumento educativo poderosíssimo. A BNCC fortalece essas funções ao orientar que a música pode estar presente no currículo escolar desde a educação infantil dentro do componente das Artes, possibilitando experiências que enriquecem a formação dos estudantes. Conforme a BNCC:

A Música é a expressão artística que se materializa por meio dos sons, que ganham forma, sentido e significado no âmbito tanto da sensibilidade subjetiva quanto das interações sociais, como resultado de saberes e valores diversos estabelecidos no domínio de cada cultura. A ampliação e a produção dos conhecimentos musicais passam pela percepção, experimentação, reprodução, manipulação e criação de materiais sonoros diversos, dos mais próximos aos mais distantes da cultura musical dos alunos. Esse processo lhes possibilita vivenciar a música inter-relacionada à diversidade e desenvolver saberes musicais fundamentais para sua inserção e participação crítica e ativa na sociedade (BRASIL, 2018, p. 196).

Assim a BNCC insere a música dentro do componente curricular de *Arte*, juntamente com outras vertentes como o teatro, a dança e as artes visuais. Segundo o documento, a música deve ser trabalhada de forma ativa, promovendo a

experimentação, a criação e a apreciação musical. O objetivo é desenvolver nos alunos a capacidade de interpretar, produzir e refletir sobre manifestações culturais e artísticas (Brasil, 2018). Além disso, a música contribui para o desenvolvimento de diversas habilidades cognitivas e socioemocionais. Por meio do ensino musical, as crianças exercitam a criatividade, a concentração e a coordenação motora, além de fortalecerem habilidades matemáticas e linguísticas. Da mesma forma, o contato com diferentes estilos musicais amplia a percepção cultural e promove a valorização da diversidade (Zotto, 2018).

Estudos, como o do neurocientista Dr. Mauro Muszkat (que pode ser encontrado em: https://www.amusicanaescola.com.br/pdf/Mauro_Muszkat.pdf), indicam que a música fomenta áreas do cérebro responsáveis pelo raciocínio lógico, memória e aprendizado de linguagens escritas ou simbólicas. A utilização de instrumentos musicais em atividades rítmicas contribui na coordenação motora fina e ampla. O ensino musical possibilita que os alunos expressem emoções e desenvolvam a imaginação, como relata Leonardo (2017. p. 35): “A música produz dopamina¹ que estimula o *Núcleo Accumbens*² e também graças ao cerebelo³ que regula as emoções através das suas conexões como o lobo frontal⁴ e com o sistema límbico⁵”.

Ao participar de atividades musicais coletivas, como corais e bandas, os estudantes aprendem sobre trabalho em equipe, respeito e cooperação. A música possibilita o contato com diferentes tradições, fortalecendo o reconhecimento e a apreciação da diversidade cultural do Brasil e do mundo (Fonterrada, 2008).

Apesar da sua relevância, a implementação efetiva do ensino de música no Ensino Fundamental enfrenta desafios, como a falta de recursos, materiais e formação adequada de professores. No entanto, estratégias como a utilização de tecnologias digitais, parcerias com instituições culturais e formação continuada para docentes podem contribuir para a superação dessas barreiras. Por sua vez, a integração da música com outras disciplinas pode potencializar o aprendizado e tornar as aulas mais dinâmicas. Projetos interdisciplinares que relacionam música à história, geografia e as

¹ Neurotransmissor que transmite informações do cérebro para o corpo.

² Estrutura cerebral que integra informações de estruturas límbicas e corticais, mediando comportamentos como a busca por recompensa, prazer e impulsividade.

³ Parte do cérebro que controla a coordenação, o equilíbrio e a postura.

⁴ Parte do cérebro que se encontra na frente do crânio e é responsável por diversas funções, como o pensamento, as emoções, a personalidade e o movimento.

⁵ Conjunto de estruturas cerebrais que regulam as emoções, a motivação, o comportamento e a memória.

ciências podem ampliar o engajamento dos estudantes e fortalecer sua compreensão sobre os temas abordados (Amato, 2010).

Por tudo isso, as políticas educacionais que valorizam a música e a arte na escola devem ser fortalecidas sendo um passo essencial para a construção de uma sociedade mais sensível, expressiva e conectada com sua identidade cultural. A música não apenas educa, mas também transforma vidas, proporcionando um espaço de acolhimento, expressão e crescimento para crianças e adolescentes em sua jornada de aprendizado.

Diante dessas concepções, este trabalho investigou a união entre música, física e matemática no ensino de Estatística para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando as frequências das notas cantadas por eles e calculando a sua média aritmética. Falaremos a seguir sobre a relevância do ensino de *Estatística*.

3.2 A Importância do Ensino de Estatística

A sociedade contemporânea é marcada por uma infinidade de informações, muitas das quais são apresentadas em forma de dados numéricos, gráficos, tabelas e porcentagens. Nesse contexto, a estatística não é apenas uma ferramenta matemática, mas um componente essencial na formação de alunos críticos e questionadores. Ensinar estatística desde os primeiros anos da educação básica, especialmente no ensino fundamental, é uma forma de preparar os estudantes para interpretar, questionar e tomar decisões conscientes diante do mundo em que vivem. Nesse sentido, Lopes (2008) destaca que o ensino de conceitos estatísticos desde os anos iniciais é fundamental para que os indivíduos possam compreender e analisar as informações que circulam na sociedade contemporânea. Além disso, a autora enfatiza que a Estatística possui um caráter interdisciplinar, sendo utilizada em diversas áreas do conhecimento, como *Biologia, Física, Geografia e Ciências Sociais*. Dessa forma, seu ensino pode atuar como um instrumento de integração entre diferentes disciplinas escolares, ampliando as possibilidades de contextualização do conhecimento matemático (Lopes, 2008).

De acordo com o currículo da *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*, a estatística é uma das áreas contempladas na Matemática desde os primeiros anos escolares, inserida no eixo temático "Probabilidade e Estatística". A BNCC reconhece que "a compreensão de conceitos estatísticos e probabilísticos favorece o

desenvolvimento do pensamento crítico e a leitura do mundo” (Brasil, 2018). Assim, o ensino de estatística vai muito além do simples aprendizado de técnicas de organização e representação de dados: trata-se de desenvolver competências fundamentais para o desenvolvimento e a formação integral dos estudantes.

O pensamento estatístico refere-se à capacidade de coletar, organizar, representar, analisar e interpretar dados para responder perguntas, resolver problemas e tomar decisões informadas. No Ensino Fundamental, isso significa incentivar as crianças e os adolescentes a desenvolverem uma postura investigativa diante das informações que os cercam. Como afirma Garfield (2002, p. 33), “A singularidade do pensamento estatístico reside no fato de que ele consiste em processos de pensamento, e não em técnicas numéricas. Esses processos de pensamento influenciam a maneira como as pessoas recebem, processam e reagem às informações”.

Desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, os alunos podem ser introduzidos à estatística por meio de atividades contextualizadas que envolvam a coleta de dados simples, como medir a altura dos colegas, contar o número de livros lidos em um mês ou registrar a frequência de determinado fenômeno natural. Com o passar dos anos, essas atividades podem evoluir para análises mais complexas, envolvendo média, moda, mediana, gráficos de colunas, de setores e até noções iniciais de probabilidade.

Essas experiências possibilitam que os estudantes desenvolvam uma compreensão intuitiva da variabilidade, do acaso e da incerteza, aspectos centrais do raciocínio estatístico. Como argumenta Lopes (2008, p. 71), “o ensino e a aprendizagem que abordem o pensamento estatístico e o probabilístico, desde a educação infantil, possibilitarão a formação de um aluno com maiores possibilidades no exercício de sua cidadania”.

Em um mundo permeado por discursos sustentados em dados, sejam eles políticos, econômicos, científicos ou enganosos como as *Fake News*⁶, é imprescindível que os estudantes saibam interpretar e questionar essas informações. O ensino de estatística, nesse sentido, alinha-se ao objetivo maior da educação básica: formar cidadãos críticos, autônomos e conscientes.

⁶ Termo utilizado para informações falsas veiculadas principalmente em redes sociais como ferramenta para iludir as pessoas.

A falta de entendimento dos conceitos estatísticos pode tornar as pessoas vulneráveis à manipulação. Um gráfico mal elaborado ou um dado apresentado fora de contexto pode distorcer a realidade e induzir a conclusões equivocadas. Como destaca Gal (2002, p. 2), “O letramento estatístico é a capacidade de compreender e avaliar criticamente os resultados estatísticos presentes no cotidiano, aliada à habilidade de reconhecer as contribuições que o pensamento estatístico pode trazer para decisões públicas e privadas, profissionais e pessoais”.

Portanto, introduzir a estatística de maneira significativa no Ensino Fundamental contribui para o empoderamento dos alunos, tornando-os sujeitos ativos na construção de seus conhecimentos e na interpretação do mundo ao seu redor. Isso inclui, por exemplo, o entendimento das informações sobre saúde pública, como as estatísticas de vacinação ou de disseminação de doenças, ou ainda a análise de dados ambientais e sociais.

Apesar da crescente valorização da Estatística no currículo escolar, seu ensino ainda enfrenta desafios significativos nas escolas brasileiras. A formação inicial e continuada dos professores, muitas vezes insuficiente para abordar esse campo com profundidade, somada à escassez de materiais didáticos contextualizados, contribui para uma prática pedagógica limitada (Rodrigues; Ponte, 2020). Como consequência, o ensino da estatística frequentemente se reduz a procedimentos mecânicos, desprovidos de sentido e desconectados do cotidiano dos estudantes. Ainda segundo, Rodrigues e Ponte (2020):

[...] esta literacia não é promovida quando o ensino da Estatística é centrado no uso de fórmulas e cálculos sem relação com dados reais, sem promover a formação de cidadãos críticos, capazes de lidar adequadamente com os dados que os rodeiam. Em contrapartida, um processo de ensino e aprendizagem que envolva tarefas de cunho exploratório – com o uso de investigações estatísticas e recursos tecnológicos – possibilita o processo de desenvolvimento da literacia estatística. (2020, p. 6).

Para que o ensino e a aprendizagem da estatística sejam efetivamente significativos, é necessário que os professores estejam preparados para trabalhar com metodologias ativas, projetos investigativos e uso de tecnologias digitais. Segundo Modelski, Giraffa e Casarelli (2019, p. 3), “o processo de formação docente precisa ser revisitado para contemplar os novos elementos que emergem com a inclusão das Tecnologias digitais no contexto escolar” (tecnologias estas que foram utilizadas neste estudo e relatadas nos próximos capítulos).

A estatística descritiva é a área responsável pela coleta, organização, análise e interpretação de dados. Entre os conceitos fundamentais encontram-se as medidas de tendência central — *Média*, *Moda* e *Mediana* — e as medidas de dispersão, como o *Desvio Padrão*.

Segundo Triola (1999) a *Média Aritmética* representa o ponto de equilíbrio de um conjunto de dados, calculada pela soma dos valores dividida pela quantidade de elementos. Já a *Moda* é o valor mais frequente e, portanto, o mais comum no conjunto. A *Mediana*, por sua vez, é o valor central dos elementos ordenados de forma crescente, o que proporciona resistência a extremos e outliers⁷. O *Desvio Padrão* é uma medida da variação dos valores em relação à *Média Aritmética* quantificando o grau de dispersão dos dados em torno dela, sendo uma medida crucial para compreender a variabilidade de um conjunto (TRIOLA, 1999). O uso dessas medidas torna-se mais completo quando associado à representação visual por gráficos de distribuição de frequência e histogramas, que auxiliam na análise da concentração e dispersão dos dados.

Segundo Lopes (2008), o ensino de Estatística deve ser pautado em situações concretas, com dados reais, para promover uma aprendizagem significativa. A utilização de dados coletados pelos próprios estudantes promove o engajamento, favorece a autonomia e estimula a análise crítica. Ao trabalhar com dados de frequência vocal de um coral escolar, o educador insere os conceitos estatísticos em um contexto real, artístico e interdisciplinar, o que está em consonância com os princípios da BNCC (Brasil, 2018) e com a abordagem construtivista, que entende o conhecimento como uma construção ativa do sujeito em interação com o meio (Vygotsky, 1984).

A aprendizagem estatística, nesse formato, não apenas adquire um caráter mais concreto e motivador, como também estimula o desenvolvimento de competências cognitivas superiores, como análise, interpretação, inferência e argumentação, conforme defendido por Lopes (2008). O uso de dados oriundos de um fenômeno sonoro e corporal (a voz) ativa diversas áreas do conhecimento e estabelece conexões com as linguagens artística, tecnológica e matemática.

⁷ É um valor atípico em uma amostra de dados estatísticos, uma observação que difere significativamente dos demais valores, ou seja, distante do conjunto principal dos dados.

Além disso, a interdisciplinaridade pode ser uma aliada importante para o ensino de estatística. Projetos que envolvam estatística podem ser desenvolvidos em parceria com outras disciplinas, tais como *Ciências*, *Geografia* e *Língua Portuguesa*, ampliando a compreensão dos alunos sobre o papel dos dados em diferentes contextos do conhecimento humano.

O ensino de estatística no Ensino Fundamental não é apenas um conteúdo curricular, mas uma necessidade social e educativa. Ele promove o desenvolvimento do pensamento crítico, o letramento estatístico e a autonomia intelectual dos estudantes. Para que isso aconteça de forma eficaz, é preciso investimento na formação docente, na produção de materiais significativos e em práticas pedagógicas que envolvam os alunos em situações reais de investigação e análise de dados. Em resumo, ensinar estatística no Ensino Fundamental é ensinar os alunos a pensarem por si mesmos, a questionarem o que leem, veem ou escutam e a tomarem decisões baseadas em evidências. Em tempos de desinformação e excesso de dados, isso é, mais do que nunca, um ato de cidadania.

O próximo tópico fala sobre conceitos físicos que estão diretamente relacionados com a estrutura da sala de aula onde serão medidas as frequências das notas das vozes dos estudantes na atividade prática deste trabalho.

3.3 Alguns Conceitos Físicos

A música, expressão artística presente em praticamente todas as culturas humanas, é profundamente enraizada em princípios físicos. O som musical, tal como o percebemos, é resultado direto da vibração de corpos materiais e da propagação de ondas mecânicas no meio ambiente. Compreender os fenômenos físicos por trás da música, como a natureza das ondas sonoras, a frequência, a amplitude e a ressonância, é essencial para aprofundar a percepção dessa arte e das tecnologias que a envolvem (Grillo; Perez, 2016).

Fisicamente, o som é definido como uma onda mecânica longitudinal que se propaga em meios materiais (sólidos, líquidos e gases) a partir da vibração de uma fonte emissora, como as cordas de um violão, por exemplo. Essas vibrações causam compressões e atenuações no meio, formando uma onda que se desloca transportando energia, mas não matéria (Halliday; Resnick; Walker, 2011).

O som não se propaga no vácuo, pois, sendo uma onda mecânica, necessita de um meio material para transmitir suas oscilações. No ar, a velocidade do som, em condições normais de temperatura e pressão, é de aproximadamente 343 m/s (metros por segundo). Essa velocidade varia conforme o meio e sua densidade: no aço, por exemplo, pode ultrapassar 5000 m/s, e na água, cerca de 1480 m/s (Tipler; Mosca, 2010).

A frequência de uma onda sonora está diretamente ligada à percepção do que é chamado de altura musical. Sons de frequência mais alta são percebidos como mais agudos (geralmente nas vozes femininas por exemplo), enquanto frequências mais baixas soam mais graves (vozes masculinas). A unidade de frequência é o *Hertz* (Hz), e o ouvido humano é capaz de perceber sons entre aproximadamente 20 Hz (frequências graves) e 20.000 Hz (frequências agudas).

A fórmula fundamental que relaciona frequência (f), comprimento de onda (λ) e velocidade de propagação (v) é:

$$v = f \cdot \lambda$$

Essa relação é crucial para entender como instrumentos musicais produzem diferentes notas. Um piano, por exemplo, produz sons com frequências específicas determinadas pelo comprimento, tensão e densidade das cordas. Ao pressionar uma tecla com uma corda mais curta, aumenta-se a frequência, e o som se torna mais agudo (Halliday; Resnick; Walker, 2011). Ao cantar, mesmo que desafinadamente, quando utilizadas as cordas vocais para aumentar as frequências emitidas, está-se escolhendo as cordas vocais de menor comprimento de forma natural. A redução das frequências é um caso análogo.

Falar-se-á agora sobre alguns conceitos físicos que podem ser determinantes no momento de aferição das frequências emitidas pelas vozes dos alunos na atividade musical.

A *Amplitude* da onda sonora está relacionada à intensidade do som, ou seja, ao volume que percebemos. Ondas com maior amplitude transportam mais energia e são percebidas como mais "fortes" ou "altas". Já ondas com menor amplitude têm menos energia e resultam em sons mais suaves. A intensidade sonora é medida em decibéis (dB), e variações significativas podem influenciar diretamente na dinâmica musical, um elemento essencial da expressividade artística.

Neste estudo, por exemplo, é provável que teremos alunos cantando notas com mais intensidade do que outros. Isto depende, entre outros fatores, da respiração e da timidez deles. O nível de decibéis emitido por cada aluno pode alterar a precisão na medição das frequências pelos computadores, uma vez que os microfones podem captar vozes dos outros estudantes dentro da sala. O que pode atenuar este problema é o *Timbre* das vozes, que é a qualidade sonora que permite distinguir sons de mesma altura e volume, produzidos por fontes diferentes. No caso de vozes, o timbre é influenciado por fatores anatômicos (como formato da laringe, cavidade nasal) e hábitos vocais. O timbre é o que diferencia dois sons com a mesma frequência e intensidade, como um dó emitido por um piano e outro por um violino. O timbre está associado à complexidade do som, que raramente é uma onda senoidal pura⁸ (Ferreira, 2025).

Sons musicais são, em geral, compostos por uma frequência fundamental e diversas harmônicas⁹ que enriquecem sua textura sonora (Wisnik, 2002). Instrumentos diferentes têm padrões harmônicos diferentes, o que resulta em timbres distintos. A forma como o som começa, se mantém e termina (ataque, sustentação e decaimento) também influencia no timbre e, portanto, na identidade sonora de cada instrumento.

Outro fator que influencia a captação das frequências das vozes dos alunos é a *Ressonância* da sala, uma vez que os timbres das vozes dos alunos poderão entrar em harmonia confundindo os computadores. A ressonância é um fenômeno físico fundamental na produção musical. Ela ocorre quando um material vibrante transmite energia a outro corpo que compartilha a mesma frequência natural de vibração. Esse princípio é a base do funcionamento de diversos instrumentos que utilizam cordas (violino, o violão, ou contrabaixo), e os de sopro (flauta, saxofone). No caso de uma corda vibrante, como em um piano, múltiplas frequências são produzidas simultaneamente (Halliday; Resnick; Walker, 2011). A frequência fundamental determina a nota, mas as frequências harmônicas (múltiplos inteiros da fundamental) contribuem para o timbre; um exemplo é que a afinação dos pianos deve ser levemente desafinada de forma proposital, visto que, caso contrário, ao pressionar uma ou mais teclas, outras que não foram acionadas entrariam em ressonância com

⁸ É uma forma de onda elétrica ou sonora suave e contínua, com um padrão repetitivo que se assemelha à função matemática do seno.

⁹ Referem-se a frequências de notas que vibram em múltiplos inteiros da frequência fundamental de uma nota.

as que foram tocadas gerando notas indesejadas. A afinação de instrumentos e até mesmo o design acústico de auditórios e salas acústicas dependem da compreensão e do controle da ressonância (Fletcher; Rossing, 1998).

A *Acústica* que estuda o comportamento do som em diferentes ambientes é determinante para a qualidade sonora percebida. Fenômenos como *Reverberação*¹⁰, *Eco*¹¹, *Absorção Sonora*¹² e *Difração*¹³ influenciam significativamente a experiência auditiva (Carvalho, 2010). Ainda segundo o autor, salas de concerto, estúdios de gravação e teatros são projetados com base em princípios acústicos para maximizar a clareza, a homogeneidade e a riqueza sonora. Pequenas alterações nos materiais das paredes, na disposição do espaço, aberturas (portas e janelas) e nos revestimentos podem modificar completamente a resposta acústica de um ambiente.

Geralmente as esquadrias de abertura em giro promovem melhor isolamento acústico que as corredeiras, uma vez que estas, para funcionarem, requerem pequenas folgas, que se constituem em aberturas suficientes para o comprometimento do isolamento acústico do conjunto (CARVALHO, 2010, p. 110).

Todos estes conceitos contribuem para justificar o problema central dessa pesquisa: vozes ecoando em uma sala com uma certa acústica mesmo que desafinadas tendem a ressonar em conjunto, parecendo afinadas.

Além de impactar diretamente a percepção auditiva em ambientes específicos, como salas de aula ou estúdios, o conhecimento acústico também serve como ponte entre diferentes áreas do saber, especialmente entre a *Física* e a *Música*. A compreensão dos fenômenos sonoros em espaços físicos — como reverberação e ressonância — não apenas influencia a forma como ouvimos, mas também pode ser explorada como um recurso didático. Essa aproximação entre campos permite que conteúdos tradicionalmente considerados abstratos no ensino de Física se tornem mais tangíveis e contextualizados quando associados à experiência musical. Assim, os mesmos princípios acústicos que explicam o eco de vozes desafinadas se fundindo em um ambiente também podem ser aplicados em sala de aula como estratégias para

¹⁰ Persistência de um som causada pela reflexão das ondas sonoras em várias superfícies de um ambiente fechado.

¹¹ Repetição de um som causada pela reflexão de ondas sonoras em um obstáculo.

¹² Processo pelo qual um material reduz a energia sonora, transformando-a principalmente em calor e diminuindo a reverberação em um ambiente.

¹³ Fenômeno ondulatório que ocorre quando uma onda contorna um obstáculo ou se espalha ao passar por uma abertura.

tornar o ensino mais significativo, abrindo espaço para abordagens interdisciplinares que envolvem ciência, arte e tecnologia.

A intersecção entre *Física* e *Música* não se limita à teoria. Ela se estende à prática por meio da engenharia de áudio, construção de instrumentos, tecnologia de gravação e síntese sonora digital. O desenvolvimento de sintetizadores, softwares de edição musical e sistemas de sonorização avançados depende profundamente da modelagem física do som. Nesse sentido, não apenas no ensino de matemática que a música poderia aparecer, mas também o professor de física pode se beneficiar do uso da música como recurso didático. Muitos conceitos abstratos, como ondas, frequência e ressonância, tornam-se mais acessíveis quando contextualizados musicalmente. Como afirma Lérias (2016, p. 20), “As mídias integradas no processo de construção da linguagem da Física- Matemática básica na Música podem auxiliar em uma mudança de paradigma muito importante para o ensino de Física”.

A música, em sua beleza e complexidade, é sustentada por fundamentos físicos precisos. Ondas sonoras, frequência, amplitude, timbre e ressonância são mais do que conceitos científicos; são os pilares invisíveis que tornam possível a experiência musical. O estudo desses fenômenos não apenas aprofunda a compreensão da música, mas também revela a harmonia entre ciência e arte.

A seguir, segue um pequeno relato sobre a descoberta das relações entre as notas musicais e a matemática pelo filósofo e matemático Pitágoras de Samos (570 a.C. a 495 a.C) bem como o instrumento criado por ele para exemplificá-las.

3.4 Pitágoras, o Monocórdio e a Relação Entre Música e Matemática

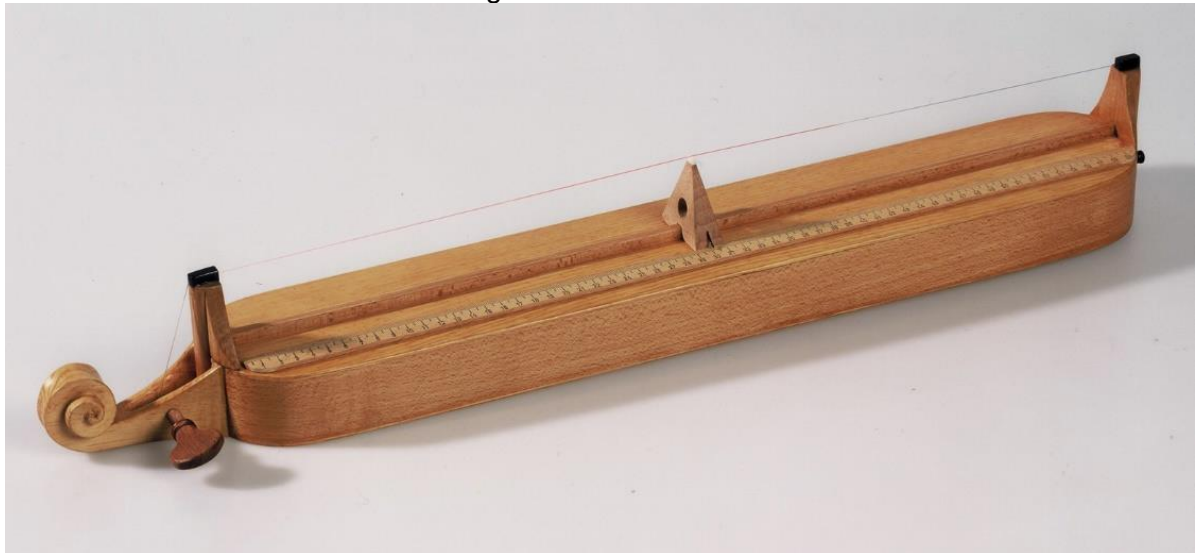
A intersecção entre *Música* e *Matemática* tem raízes na Antiguidade, e uma das figuras centrais nesse encontro é *Pitágoras de Samos*, filósofo e matemático Grego que viveu entre 570 a.C. a 495 a.C. Mais conhecido por seu famoso teorema geométrico¹⁴, *Pitágoras* também foi um pensador que procurou descobrir uma ordem racional e matemática por trás dos fenômenos naturais e, particularmente, da música. Através do *Monocórdio*, um instrumento similar a um violão com apenas uma corda, ele demonstrou que há uma relação proporcional entre os sons musicais e os

¹⁴ O teorema de Pitágoras afirma que em um triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa desse triângulo.

comprimentos das cordas que os produzem (Abdounur, 2014). Este experimento fundamentou os princípios das escalas musicais e estabeleceu uma conexão entre a matemática e a música — uma ponte que, com criatividade pedagógica, pode se estender até o ensino da *Estatística*.

O *Monocórdio* é um dos instrumentos mais emblemáticos da história da ciência e da *Música*. Sua importância transcende a prática musical e entra no campo da experimentação científica e filosófica. Trata-se, essencialmente, de uma corda esticada sobre uma caixa de ressonância, com uma escala graduada (régua) ao longo de seu comprimento.

Figura 1: Monocórdio



Fonte: <https://musica.ufmg.br/padovani/edu/2020s1-harmonia/aula-02.1.php?print>

A divisão dessa corda em diferentes segmentos permite produzir sons de frequências variadas, cuja relação é diretamente observável e mensurável. Pitágoras teria descoberto que quando o comprimento da corda é inteiro (1), ela emite uma nota base com uma certa frequência (por exemplo, a nota Lá, com 110 Hz). Quando a corda é dividida na metade do comprimento a frequência resultante é o dobro da frequência anterior (Lá com 220 Hz). Com a proporção de $2/3$, obtém-se uma quinta justa (a quinta nota acima da nota Lá de 220 Hz é a nota Mi, com 330 Hz), e com $3/4$, uma quarta justa (quarta nota acima de Lá de 220 Hz é a nota Ré, com 294 Hz).

De acordo com a física do som, quando duas frequências possuem razões simples — como $2/1$ (oitava), $3/2$ (quinta) ou $4/3$ (quarta) — suas ondas sonoras apresentam coincidências periódicas que produzem interferências construtivas,

resultando em sensação de consonância e harmonia (Rossing; Moore; Wheeler, 2002; Benward; Sadie, 1994).

Essas relações são simples e baseadas em números racionais pequenos, o que, segundo os pitagóricos, indicava uma harmonia matemática no próprio universo (Godwin, 1993). Ainda segundo o autor, a música não era apenas uma forma de arte: era a manifestação sensível de leis matemáticas universais. O monocórdio ofereceu aos pitagóricos a primeira evidência experimental de que fenômenos aparentemente subjetivos (como o som agradável) poderiam ser explicados por meio de relações numéricas objetivas. Isso representou uma revolução no pensamento: pela primeira vez, emoções e sensações humanas (como a percepção da harmonia musical) foram colocadas sob investigação matemática. Essa concepção influenciou o desenvolvimento da teoria musical ocidental, da construção de escalas à afinação de instrumentos.

Ao introduzir a ideia de que os sons musicais podem ser medidos, classificados e organizados com base em relações matemáticas, Pitágoras abriu caminho para a quantificação da música. Essa abordagem é essencialmente estatística na medida em que busca medir, classificar e interpretar padrões. Na prática musical moderna, os conceitos físicos do som, vistos anteriormente, como a frequência, a amplitude e a ressonância — são quantificáveis e podem ser representados em gráficos, tabelas e médias. Isso demonstra a proximidade entre música e estatística, especialmente no que se refere ao tratamento de informações sonoras.

A relação entre música e matemática possui raízes históricas profundas. Estudos sobre a teoria musical desde a Antiguidade demonstram que fenômenos sonoros podem ser descritos por meio de relações numéricas. O experimento do monocórdio, atribuído a Pitágoras, revelou que a harmonia musical está associada a proporções matemáticas simples entre os comprimentos das cordas e as frequências produzidas (Abdounur, 2014). Ainda, segundo o autor, essa descoberta representou um marco importante para o pensamento científico, pois evidenciou que fenômenos sensoriais, como a percepção da harmonia sonora, poderiam ser explicados por relações matemáticas objetivas. Esse entendimento contribuiu para o desenvolvimento tanto da teoria musical quanto da própria matemática ao longo da história.

A seguir, temos um quadro com as frequências das notas musicais entre a primeira oitava (notas mais graves) e a quinta oitava (notas mais agudas) ressaltando

que de uma oitava mais grave para a oitava consecutiva, as frequências das notas dobram. O símbolo # (sustenido) representa o aumento da nota em um semitom (metade do tom que é o intervalo entre uma nota e outra), por exemplo, a nota Dó# é um semitom acima da nota Dó e um semitom abaixo da nota Ré. Esses dados servirão como base para os cálculos da atividade descrita no capítulo seguinte.

Quadro 1: Frequência das notas Musicais em Hz.

1ª oitava		2ª oitava		3ª oitava		4ª oitava		5ª oitava	
Nota	Frequência	Nota	Frequência	Nota	Frequência	Nota	Frequência	Nota	Frequência
Dó	32,7	Dó	65,4	Dó	130,8	Dó	261,6	Dó	523,2
Dó#	34,6	Dó#	69,2	Dó#	138,5	Dó#	277,1	Dó#	554,3
Ré	36,7	Ré	73,4	Ré	146,8	Ré	293,6	Ré	587,3
Ré#	38,8	Ré#	77,8	Ré#	155,5	Ré#	311,1	Ré#	622,2
Mi	41,2	Mi	82,4	Mi	164,8	Mi	329,6	Mi	659,2
Fá	43,6	Fá	87,3	Fá	174,6	Fá	349,2	Fá	698,4
Fá#	47,4	Fá#	94,9	Fá#	189,9	Fá#	369,9	Fá#	739,9
Sol	48,9	Sol	97,9	Sol	195,9	Sol	391,9	Sol	783,9
Sol#	51,9	Sol#	103,8	Sol#	207,6	Sol#	415,3	Sol#	830,6
Lá	55	Lá	110	Lá	220	Lá	440	Lá	880
Lá#	58,2	Lá#	116,5	Lá#	233,1	Lá#	466,1	Lá#	932,3
Si	61,7	Si	123,4	Si	246,9	Si	493,8	Si	987,7

Fonte: <https://fraternidaderosacruz.com/o-piano-as-notas-as-frequencias-e-a-nocao-de-escala-musical/>

Com base nos dados do quadro acima, o estudo das escalas musicais, por exemplo, pode ser convertido em uma análise estatística de frequências sonoras. Cada nota possui mais de uma frequência específica para cada oitava, e as distribuições dessas frequências em uma música ou em diferentes culturas musicais podem ser objeto de análise estatística como a que foi feita com a frequência das vozes dos alunos, durante a aplicação da sequência didática, a ser detalhada mais adiante neste trabalho. Além disso, ao estudar ritmos, padrões de repetição e ocorrências de notas em composições musicais, é possível empregar ferramentas como *Frequência Relativa*, *Moda* (nota ou acorde mais recorrente), *Média Rítmica*¹⁵ e *Desvios Padrão*. Tais aplicações são formas naturais de integrar a *Estatística* ao contexto musical. Cabe salientar que entre cada nota há um “salto” no valor das frequências chamado de *Intervalo Musical* (Grillo; Perez, 2016). Os valores que não constam no *Quadro 1* correspondem as frequências que estão “desafinadas”

¹⁵ Conceito aplicado principalmente em contextos musicais, de movimento corporal ou de análise de ritmo.

harmonicamente, ou seja, se encontram fora dos padrões musicais. Esse conceito será utilizado na análise dos cálculos do *Desvio Padrão* do capítulo 5.

Cabe salientar que, devido à natureza humana da percepção do som, os intervalos do som de tom são percebidos de forma logarítmica, de modo que a “média” natural entre duas frequências é melhor representada pela *Média Geométrica*¹⁶ e não a *Aritmética* (Santos; Teotonio; Pereira, 2023). Entretanto, como estamos tratando de conceitos iniciais da Estatística para o Ensino Fundamental, acreditamos que a *Média Aritmética* cumpre melhor esse papel.

Pitágoras não via separação entre arte, ciência e espiritualidade. Para ele, o universo era uma orquestra cósmica regida por proporções matemáticas (Burkert, 1962). Hoje, essa visão pode inspirar uma educação interdisciplinar que recuse compartimentos estanques entre saberes. De acordo com Skovsmose (2008), o ensino da matemática deve ser contextualizado, crítico e refletir sobre os significados sociais do conhecimento. A compreensão das proporções sonoras foi, em muitos sentidos, o primeiro passo para a quantificação da *Arte*. Ao trazer essa perspectiva para o ambiente escolar atual, é possível construir pontes entre diferentes disciplinas, estimulando nos alunos uma visão integrada do conhecimento.

A próxima seção está dividida em três partes: a primeira descreve a sequência didática, a segunda relata a aplicação da atividade com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental e a terceira faz uma reflexão sobre a metodologia de ensino utilizada na elaboração desta atividade e a segunda parte a descreve.

¹⁶ A média geométrica é pela raiz n-ésima do produto de n números positivos.

4 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E METODOLOGIA DE ENSINO

4.1 Sequência Didática

Roteiro do curso: Matemática, Música e Estatística.

Etapa 1 (20 minutos): Entregar aos alunos o seguinte questionário inicial sem explicações prévias. Solicitar a eles que o respondam em uma folha que será recolhida.

- 1) (Opcional) Você acha que estatística, matemática e música se relacionam ou não? Por quê?
- 2) (Opcional) O que você entende por média? Como poderíamos calcular a média das notas das provas dos alunos da turma?
- 3) (Opcional) Você acha que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical? Por quê?
- 4) (Opcional) Em geral, você tem a percepção de que uma plateia em um espetáculo musical canta afinadamente?
- 5) (Opcional) Na sua opinião, como a matemática pode ajudar a entender fenômenos físicos e musicais?

Etapa 2 (20 minutos): Explicar o conceito de média, moda e mediana a partir dos dados do *Quadro 2* bem como apresentar as fórmulas para o cálculo dessas medidas estatísticas. O professor resolverá os problemas juntamente com os estudantes.

- 1) O quadro a seguir mostra as notas de uma prova em uma turma de 10 alunos.

Quadro 2: Primeiro Exercício da Atividade.

Aluno	Nota
Aluno 1	5
Aluno 2	7
Aluno 3	8
Aluno 4	5
Aluno 5	7
Aluno 6	7
Aluno 7	6
Aluno 8	10
Aluno 9	7
Aluno 10	8

Fonte: Elaborado pelo(a) autor(a).

Com base nessas informações determine:

- a) a média das notas.
- b) a mediana das notas.
- c) a moda das notas.

Etapa 3 (30 minutos): Explicar o conceito de desvio padrão utilizando um segundo quadro para comparação com a anterior. Prevê-se a utilização de computadores e do *Google Planilhas* para realização dos cálculos. Nessa etapa, os alunos serão convidados a fazer os cálculos dos itens A, B, C e D sozinhos, desacompanhados do professor (que estará de prontidão para sanar eventuais dúvidas).

2) Calcule agora a média das notas de outra turma (quadro abaixo) e compare com a média obtida no exercício anterior e responda às seguintes questões.

Quadro 3: Segundo Exercício da Atividade.

Aluno	Nota
Aluno 1	2
Aluno 2	10
Aluno 3	10
Aluno 4	9
Aluno 5	9
Aluno 6	7
Aluno 7	4
Aluno 8	10
Aluno 9	1
Aluno 10	8

Fonte: Elaborado pelo(a) autor(a).

- a) Se as médias das duas turmas forem iguais, isso significa que as duas turmas tiveram o mesmo desempenho?
- b) Calcule as diferenças entre as notas de cada aluno e a média geral da turma nas duas situações.
- c) Eleve ao quadrado essas diferenças e calcule a média delas.
- d) Tire a raiz quadrada do resultado.

Etapa 4 (10 minutos): Explicar que, nestes exemplos, os desvios padrão resultaram diferentes mesmo com médias iguais, e isso se dá porque na primeira amostra os valores estão mais próximos da média do que na segunda amostra.

Etapa 5 (20 minutos): Explicações iniciais sobre as teorias musicais. Quais são as notas musicais, o que é um sustenido, o que é um bemol e que cada uma dessas notas emite uma frequência. Esta etapa não será muito aprofundada (apenas os conceitos básicos) para não influenciar o julgamento dos alunos na etapa seguinte.

Etapa 6 (40 minutos): Nessa etapa os alunos serão convidados a cantar quatro pequenos trechos da música *Twist and Shout* da banda *The Beatles*, mais especificamente os quatro “ah” do minuto 1:25 até o minuto 1:35. Em posse dos computadores, cada estudante acessará o site do Cifra Club (<https://www.cifraclub.com.br/afinador/>) que irá medir as frequências das quatro notas cantadas (que deveriam coincidir com as frequências de Lá, Dó#, Mi e Sol). Também será solicitado a cada estudante que anote essas frequências num papel e o entregue ao professor, mas sem o seu nome, por motivos éticos e para evitar brincadeiras indevidas.

Etapa 7 (30 minutos): Após a medição das frequências, o professor montará junto aos alunos uma planilha contendo as quatro medições (uma para cada um dos quatro “ah” cantados) e os alunos calculam a média e o desvio padrão de cada uma das notas.

Etapa 8 (30 minutos): Roda de conversa sobre as seguintes questões:

- 1) Compare as médias obtidas nas quatro notas. Elas estão próximas as frequências originais (afinadas)? O que isso significa? (Se estiverem próximas significa que o coro dos alunos parece afinado, ou desafinado caso contrário).
 - 2) Onde entra o desvio padrão nessa atividade? Será que podemos ter um intervalo de afinação?
 - 3) Essa atividade, para você, mostra um exemplo daquilo que nossos ouvidos já nos sugeriam, de que uma plateia de um espetáculo musical parece sempre afinada quando canta acompanhando o vocalista?
 - 4) Alguma pergunta sobre música ou sobre tecnologia educacional ou sobre estatística que julgar relevante.
 - 5) Algumas considerações finais?
- Aqui podem ser explicados mais a fundo outros conceitos musicais.

Etapa 9 (20 minutos): Será pedido aos alunos que respondam novamente o mesmo questionário inicial da primeira etapa para comparação das respostas e verificar se a atividade contribuiu ou não para a aprendizagem dos estudantes.

- 1) (Opcional) Você acha que estatística, matemática e música se relacionam ou não? Por quê?
- 2) (Opcional) O que você entende por média? Como poderíamos calcular a média das notas das provas dos alunos da turma?
- 3) (Opcional) Você acha que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical? Por quê?
- 4) (Opcional) Em geral, você tem a percepção de que uma plateia em um espetáculo musical canta afinadamente?
- 5) (Opcional) Na sua opinião, como a matemática pode ajudar a entender fenômenos físicos e musicais?

O próximo item desta seção descreve como foi a aplicação da sequência didática.

4.2 Relato de Experiência da Atividade Proposta

Inicialmente a atividade foi pensada para ter a duração de um encontro com dois períodos totalizando uma hora e cinquenta minutos (1h50). Entretanto a aplicação

necessitou de dois encontros (4 períodos), resultando em três horas e quarenta minutos (3h40) de atividade. Isto ocorreu por diversos fatores durante a aplicação: os questionamentos e curiosidades dos estudantes durante as etapas do trabalho, o não conhecimento da música escolhida por alguns deles, etc.

Participaram da atividade 26 alunos do 9º ano de uma escola de Ensino Fundamental no município de Canoas – RS, com o objetivo principal de responder a seguinte pergunta: porque a plateia de um espetáculo musical qualquer parece cantar afinada ou próxima da afinação mesmo que haja muitas pessoas desafinadas na mesma? Para isto, foram realizadas algumas etapas descritas a seguir.

Em um primeiro momento, algumas aulas antes da aplicação da atividade, foi descrito aos alunos como a atividade musical se daria e foram entregues a cada estudante o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) e o Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE), ambos anexados nos apêndices (A e B respectivamente) ao final deste trabalho, solicitando a ciência e assinatura deles e de seus respectivos responsáveis legais para a realização das atividades conforme solicita o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP). Estes documentos foram devidamente preenchidos por 28 dos 30 alunos matriculados na turma, entretanto, quatro deles (os dois que não assinaram e mais dois que assinaram) não compareceram nos dias de realização da pesquisa.

Após a devolutiva dos documentos solicitados, tivemos o primeiro dia da prática. Inicialmente foi entregue aos alunos um questionário investigativo (Apêndice C) com algumas perguntas sobre estatística, matemática e música, sem qualquer explicação inicial do professor, a fim de averiguar o quanto os estudantes tinham de conhecimento prévio. Cada um deles tinha a opção de não responder a nenhuma das questões caso quisessem. A ideia aqui era verificar o que eles entendiam por média, como procederiam se tivessem que calculá-la, se entendiam de que matemática, música e estatística se relacionam, se gostariam de ter aulas de matemática envolvendo música e se percebiam a presença da matemática nos fenômenos físicos que envolvem conceitos musicais.

Esta etapa se relaciona com as competências gerais número 2, 4 e 7 da BNCC respectivamente: exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo investigação, reflexão, análise crítica e imaginação; utilizar diferentes linguagens – matemática, científica e artística; argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, e também com a habilidade EF09MA24:

Planejar e realizar pesquisas envolvendo coleta, organização e interpretação de dados.

Após o preenchimento do questionário, o professor explicou os conceitos de *Média Aritmética*, *Moda* e *Mediana* resolvendo junto aos estudantes a seguinte situação problema que dialoga com a *Competência Geral 1* da BNCC (utilizar conhecimentos para compreender a realidade) e a habilidade EF08MA25 (Obter os valores de medidas de tendência central (média, moda e mediana) e interpretar esses resultados):

Figura 2: Primeiro exercício da atividade prática.

1) O quadro a seguir mostra as notas de uma prova em uma turma de 10 alunos.

Aluno	Nota
Aluno 1	5
Aluno 2	7
Aluno 3	8
Aluno 4	5
Aluno 5	7
Aluno 6	7
Aluno 7	6
Aluno 8	10
Aluno 9	7
Aluno 10	8

Com base nessas informações determine:

- a média das notas.
- a mediana das notas.
- a moda das notas.

Fonte: Elaborado pelo(a) autor(a).

Foi explicado, conforme mencionado na seção anterior, que a *Média Aritmética* é calculada pela soma dos valores dividida pela quantidade de elementos, a *Moda* como o valor mais frequente e a *Mediana* como valor central (no caso de um número ímpar de elementos da amostra) ou a *Média Aritmética* dos termos centrais (no caso de um número par de elementos da amostra) quando os valores estão ordenados de forma crescente ou decrescente. Essas três medidas tiveram o número 7 como resultado: somando todas as notas dos dez alunos temos 70, assim a média é igual a

$70/10 = 7$; 7 também é o valor que mais se repete entre as notas e, portanto, é o valor da moda; por fim, escrevendo as notas dos alunos de forma crescente obtemos a sequência 5, 5, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 10, cujo valor médio dos termos centrais é 7 novamente.

Esses resultados não foram propositais, mas serviram como discussão e houve um diálogo rápido sobre eles: “a média sendo 7 significa que a turma inteira obteve bons resultados? Esses valores sempre se repetem?” Para responder esses questionamentos foi pedido aos alunos que tentassem calcular a média de um problema similar, porém com outras notas e com itens que introduzem o conceito de *Desvio Padrão*. Este exercício está de acordo com as competências gerais 2 e 7 da BNCC e a habilidade EF09MA25 (Interpretar medidas estatísticas em diferentes contextos). Observemos a figura a seguir:

Figura 3: Segundo exercício da atividade prática.

2) Calcule agora a média das notas de outra turma (quadro abaixo) e compare com a média obtida no exercício anterior e responda às seguintes questões.

Aluno	Nota
Aluno 1	2
Aluno 2	10
Aluno 3	10
Aluno 4	9
Aluno 5	9
Aluno 6	7
Aluno 7	4
Aluno 8	10
Aluno 9	1
Aluno 10	8

- Se as médias das duas turmas forem iguais, isso significa que as duas turmas tiveram o mesmo desempenho?
- Calcule as diferenças entre as notas de cada aluno e a média geral da turma nas duas situações.
- Eleve ao quadrado essas diferenças e calcule a média delas.
- Tire a raiz quadrada do resultado.

Fonte: Elaborado pelo(a) autor(a).

Os alunos verificaram que, embora as notas sejam diferentes, a média resultou igual a 7 novamente. Assim, surgiu a questão de qual turma obteve melhores resultados. Dessa forma, foi esclarecido que a média por si só não responde à pergunta e por isso, o desvio padrão (calculado pelos itens B, C e D respectivamente) torna-se importante. A primeira turma obteve notas mais próximas à média do que a segunda e, portanto, o desvio padrão é mais baixo (1,41 da primeira turma e 3,25 da segunda turma). Isto retrata que a primeira amostra de notas é mais homogênea (mais perto da média) do que a segunda amostra que é mais dispersa. Esses questionamentos e diálogos necessitaram de mais tempo do que o esperado e foi, portanto, um dos motivos pelos quais houve uma segunda aula.

Concluída esta etapa, passou-se agora à prática musical em si. Nesta parte foram introduzidos os conceitos básicos da teoria musical (competências gerais 1 e 4): cada nota musical tem um som diferente e uma frequência diferente. O conceito frequência (o número de vibrações que ocorrem em um segundo e sua medição em Hertz) também foi explicado relacionando as diferenças entre notas graves com baixa frequência e notas agudas com frequências mais altas. Citei o exemplo da frequência da nota Lá (220 Hz) que “se conseguíssemos bater na mesa 220 vezes dentro de um segundo, estaríamos produzindo essa nota musical”. É claro que a teoria musical é muito mais densa do que isso, e carece de muito tempo. O que foram esclarecidas em aula são apenas as suas concepções iniciais para o bom andamento da atividade.

A música escolhida para a atividade foi a canção *Twist and Shout* da banda de rock internacional *The Beatles*. A escolha dessa música deu-se pela duração das quatro sílabas “ah” cantadas entre o minuto 1:25 até o minuto 1:35 o que facilita na captação das frequências delas. Cada um destes “ah” produz uma frequência específica e o objetivo era cantar o mais próximo possível dela. Cabe salientar novamente que muitos dos alunos não conheciam a música e, dessa forma, antes de os estudantes cantarem houve a reprodução da mesma com o professor tocando e cantando a música no violão por algumas vezes, sem o auxílio de qualquer mídia o que também tomou algum tempo. Nada impede que o professor que queira replicar essa atividade utilize a música original em uma caixa amplificadora, por exemplo. Entretanto, acredito que o próprio professor reproduzindo a música seja mais interessante.

Mostrei aos alunos a parte da música onde eles deveriam cantar e pedi que eles tentassem me acompanhar. Depois de um pouco de ensaio, foi pedido aos alunos

que, em posse dos *Chromebooks*¹⁷, acessassem o site do *Cifra Club* (conforme a imagem a seguir) para medir as frequências das quatro notas citadas no parágrafo anterior. Elas deveriam coincidir, ou se aproximar das frequências corretas das notas Lá (220 Hz), Dó# (277,1 Hz), Mi (329,6 Hz) e Sol (391,6 Hz) respectivamente. Estes valores só foram revelados aos estudantes após os cálculos no fim da prática para evitar qualquer tendência a burlar os dados corretos. Esta etapa utilizou as competências gerais 2 e 5 (cultura digital: uso de afinador online para medir frequências sonoras) da BNCC e a habilidade EF09MA24 (planejar e realizar pesquisas envolvendo coleta e organização de dados).

Figura 4: Afinador do Cifra Club.



Fonte: <https://www.cifraclub.com.br/afinador/>

A figura acima mostra a visão dos alunos na hora da medição das frequências das notas cantadas na atividade. Também foi solicitado a cada estudante que

¹⁷ Computadores disponibilizados aos alunos pela prefeitura do município de Canoas – RS.

anotasse essas frequências em um papel e entregasse ao professor, de forma anônima, por motivos éticos e para evitar brincadeiras indevidas. Assim, após algumas tentativas, ou por não entenderem a medição do afinador, ou por acharem que não ficou bom e querer a repetição da atividade, a música foi cantada novamente e os alunos registraram as suas frequências (competências gerais 5 e 7, habilidades EF09MA23 e EF09MA25). Os resultados seguem no *Quadro 4*:

Quadro 4: Frequências anotadas pelos alunos em Hz.

	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4
Aluno 1	112	322	234	270
Aluno 2	110	388	418	618
Aluno 3	152	232	429	529
Aluno 4			110	198
Aluno 5	110	212	216	114
Aluno 6	400	137	325	196
Aluno 7	215	107	130	204
Aluno 8	277	287	302	363
Aluno 9	275	287	327	498
Aluno 10	220	290	360	469
Aluno 11	220	278	331	202
Aluno 12	226	230	104	306
Aluno 13	224	102	106	202
Aluno 14	220	269	329	201
Aluno 15	152	224	123	255
Aluno 16	170	199	208	205
Aluno 17	266	121	109	104
Aluno 18	116	175	180	224
Aluno 19	222	281	307	287
Aluno 20	110	268	330	192
Aluno 21	333	223	367	200
Aluno 22	185	224	345	427
Aluno 23	93	102	166	280
Aluno 24	110	116	234	310
Aluno 25	106	172	184	201
Aluno 26	263	292	330	350

Fonte: Elaborado pelo(a) autor(a).

Esses dados foram coletados e organizados junto aos estudantes, em tempo real, no *Google Sheets*¹⁸, com a observação atenta dos alunos na tela de projeção da sala de aula, encerrando, dessa maneira, o primeiro dia de prática. Cada aluno montou em seu Chromebook uma planilha igual a descrita acima e cada um deles teve a responsabilidade de calcular, com o apoio da planilha, as medidas estatísticas da amostra (média, moda, mediana e desvio padrão) no segundo dia de atividade.

A segunda aula iniciou com algumas discussões. Observando o *Quadro 4*, vimos que o aluno 4 não anotou as duas primeiras frequências. Assim, foi dito aos alunos que no cálculo da média das duas primeiras notas o somatório das frequências deveria ser dividido por 25 e não por 26, já que havia um elemento a menos na amostra. Também foi dialogado que, assim como este aluno não anotou dois dos quatro valores pedidos, um ou outro estudante pode ter anotado valores incorretos, o que deixa uma margem de erro em toda base de cálculo, como aparece em pesquisas eleitorais¹⁹.

Também foi levado em consideração o fato de que se um aluno cantou em uma frequência próxima à razão de $3/2$ ou à razão de $4/3$ da frequência correta, esta soaria em harmonia com a nota principal (conforme visto no item 3.4). Por exemplo, no caso da primeira nota Lá de 220 Hz, se um aluno emitiu uma frequência de 330 Hz, que corresponde a $3/2$ de 220 Hz, ele estaria cantando em harmonia com a frequência correta. Esses valores, que prejudicam o cálculo da *Média Aritmética* (no sentido de estarem distantes do valor da frequência desejada), foram considerados no cálculo de forma proposital para evidenciar que mesmo com estes valores o coral dos estudantes ainda se aproximou da média esperada principalmente nas três primeiras notas cantadas.

Outro detalhe importante que foi discutido (conforme visto no *Quadro 1*) é que uma mesma nota tem frequências diferentes em oitavas diferentes. Dessa forma, se calcularmos a média utilizando os valores de um aluno que cantou a nota Lá próximo a frequência de 110 Hz e outro aluno que cantou próximo a frequência de 220 Hz resultaria em um valor 165 Hz que é incorreto pois os alunos cantaram a mesma nota Lá em oitavas diferentes. Por isso, fez-se necessário a transposição das notas para uma mesma oitava, a fim de não prejudicar os resultados das médias: as notas abaixo

¹⁸ Aplicativo online gratuito e colaborativo disponibilizado pela empresa Google para criar e editar planilhas.

¹⁹ A margem de erro em pesquisas eleitorais é uma medida estatística que indica a variação máxima provável dos resultados para mais ou para menos, assim como nesta prática.

de 165 Hz na 3ª oitava foram multiplicadas por dois para corresponder às frequências da 4ª oitava e, analogamente, as notas acima de 330 Hz, da 5ª oitava, foram divididas por dois para corresponderem às frequências da 4ª oitava. Este procedimento (de dividir ou de multiplicar a frequência por 2, ou de inalterá-la) não é o ideal²⁰, mas foi utilizado por refletir melhor o que foi feito nas duas aulas, nas quais nada fora ensinado sobre logaritmos ou média geométrica (o que demandaria, certamente, muito tempo, visto que os alunos tinham pouca ou nenhuma familiaridade com esses assuntos) Assim, o *Quadro 4*, após a aplicação desse procedimento, transformou-se no *Quadro 5* a seguir.

²⁰ Um método mais adequado seria a divisão e multiplicação dos valores pela raiz quadrada de dois levando-se em consideração a Média Geométrica descrita na página 32.

Quadro 5: Frequências Transpostas em Hz.

Aluno	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4
Aluno 1	224	322	468	270
Aluno 2	220	388	418	309
Aluno 3	304	232	429	264,5
Aluno 4			220	396
Aluno 5	220	212	432	228
Aluno 6	200	274	325	392
Aluno 7	215	214	260	408
Aluno 8	277	287	302	363
Aluno 9	275	287	327	249
Aluno 10	220	290	360	469
Aluno 11	220	278	331	404
Aluno 12	226	230	208	306
Aluno 13	224	204	212	404
Aluno 14	220	269	329	402
Aluno 15	304	224	246	255
Aluno 16	170	398	416	410
Aluno 17	266	242	218	208
Aluno 18	232	350	360	448
Aluno 19	222	281	307	287
Aluno 20	220	268	330	384
Aluno 21	166,5	223	367	400
Aluno 22	185	224	345	427
Aluno 23	186	204	332	280
Aluno 24	220	232	468	310
Aluno 25	212	344	368	402
Aluno 26	263	292	330	350
Média Aritmética	227,66	270,76	334,92	347,13
Média esperada	220	277,1	329,6	391,6
Desvio Padrão	36,2	54,6	74,9	85,0

Fonte: Elaborado pelo(a) autor(a).

Em posse desse novo quadro, os alunos calcularam no Google Sheets a média e o desvio padrão das quatro notas que eles cantaram. Discutimos como as três primeiras mostraram-se próximas as frequências da voz do músico profissional e que, portanto, nosso coral pareceu afinado mesmo contendo desafinações. Já o desvio padrão obteve um valor significativo visto que, além de estarmos trabalhando com números na casa das centenas, alguns valores estavam um pouco distantes da média, assim como no segundo exercício da aula anterior. Também dialogamos sobre a média da quarta sílaba “ah” apresentar um valor mais distante da média esperada

para essa nota, que, provavelmente, deveu-se ao fato de que as frequências mais altas são mais difíceis de serem atingidas (Sundberg, 1991). Para o autor, a frequência da vibração das cordas vocais depende da tensão, comprimento e massa, e para atingir notas altas, os músculos da laringe²¹ precisam esticar as cordas vocais, tornando-as mais finas e rígidas. Além disso, ainda segundo o autor, atingir notas altas exige maior pressão subglótica²² para mover as pregas vocais sob alta tensão. Isto também auxiliou na explicação do porque o *Desvio Padrão* foi aumentando da primeira à quarta nota cantada.

Ao final do segundo dia, o mesmo questionário do início da primeira aula foi repetido nos mesmos moldes, no intuito de verificar a evolução dos estudantes, o que eles assimilaram ou ainda não entenderam. As respostas deles e a análise dos cálculos do *Quadro 5* serão detalhadas no próximo capítulo.

Algum tempo depois da aplicação desta atividade, percebi que não havia comentado sobre a mediana dos valores do *Quadro 5*. Entretanto, fica sugerido aos professores que por ventura queiram reaplicar este estudo com seus alunos. Verifica-se que os valores das *Medianas* para as quatro notas são, respectivamente: 220 Hz, 269 Hz, 330,5 Hz e 373,5 Hz. Cada um desses valores está mais próximo da frequência esperada do que a própria *Média Aritmética*, e isso se dá pela presença de *Outliers* (mencionado na página 23), ou seja, mesmo um único valor muito alto ou muito baixo pode puxar a média amostral para longe do que se imagina central, ou ideal, e isso não ocorre com tanta facilidade com a *Mediana*. Este é mais um ponto que poder ser discutido com os alunos.

No próximo item desta seção, está a descrita a metodologia de ensino aplicada neste trabalho.

4.3 Uma Reflexão sobre a Metodologia de Ensino que Embasou a Proposta

A proposta pedagógica desenvolvida nesta pesquisa fundamenta-se em uma metodologia ativa, investigativa e interdisciplinar, integrando conceitos da Matemática, da Física e da Música com o objetivo de promover uma aprendizagem significativa do conteúdo de Estatística, em especial do conceito de *Média Aritmética*, conforme

²¹ Órgão cartilaginoso do sistema respiratório, situado no pescoço.

²² Pressão do ar acumulada logo abaixo das cordas vocais (na região da glote) durante a expiração, necessária para vencer a resistência delas e iniciar a fonação.

descrito no item anterior desta seção e encontra respaldo nas orientações da *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) buscando desenvolver competências e habilidades relacionadas à área da *Matemática*, especialmente no campo da *Estatística e Probabilidade*, ao mesmo tempo em que promove uma abordagem interdisciplinar envolvendo conceitos de música e tecnologia digital.

A metodologia de ensino utilizada rompe com a prática tradicional baseada apenas na exposição de fórmulas e exercícios descontextualizados, ao colocar o estudante como sujeito ativo do processo de aprendizagem. Nesse sentido, a proposta se aproxima das concepções de Ausubel (2003), ao considerar os conhecimentos prévios dos estudantes como ponto de partida para a aquisição de novos significados, e de Vygotsky (1984), ao valorizar a interação social e o trabalho colaborativo como elementos essenciais na construção do conhecimento.

A atividade foi estruturada a partir de uma situação-problema concreta, relacionada às frequências sonoras das notas musicais emitidas pelos próprios alunos ao cantarem em conjunto. A partir dessa experiência sonora, os estudantes foram convidados a registrar, organizar e analisar os dados obtidos, atribuindo significado às grandezas numéricas envolvidas. Dessa forma, o conceito de média deixou de ser apenas um valor calculado mecanicamente e passou a representar, de maneira concreta, um ponto de convergência entre diversas frequências individuais.

Do ponto de vista metodológico, a proposta também se caracteriza como uma aprendizagem baseada em fenômenos, uma vez que parte de um fenômeno real — o som produzido pelas vozes humanas — para desenvolver conceitos matemáticos. Segundo Silander (2019):

Na Aprendizagem Baseada em Fenômenos (PhenoBL), fenômenos reais e holísticos do mundo servem como ponto de partida para a aprendizagem. Esses fenômenos são estudados como totalidades, em seu contexto real, e os conhecimentos e habilidades a eles relacionados são desenvolvidos por meio da superação das fronteiras entre as disciplinas (Silander, 2019, p. 17).

Ao utilizarem um afinador digital para identificar as frequências das notas cantadas, os alunos passaram a compreender que cada voz apresenta pequenas variações, mas que, quando agrupadas estatisticamente, tendem a uma frequência central, evidenciando de forma prática o comportamento da *Média Aritmética*.

Além disso, a atividade promoveu a interdisciplinaridade, articulando conteúdos de diferentes áreas do conhecimento. A relação entre a frequência e a nota musical

possibilitou conexões diretas com a Física, enquanto a organização dos dados, o cálculo das medidas de tendência central estabeleceu relações diretas com a Estatística. Essa abordagem está em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que propõe o desenvolvimento de competências por meio da integração entre saberes e da contextualização dos conteúdos escolares.

O papel do professor, nesta metodologia, configurou-se principalmente como o de mediador e orientador do processo, estimulando questionamentos, conduzindo reflexões e auxiliando os estudantes na interpretação dos resultados. Os alunos, por sua vez, assumiram uma postura investigativa, participando ativamente da coleta dos dados, do preenchimento das planilhas, dos cálculos estatísticos e das discussões no grande grupo.

Essa estratégia favoreceu o desenvolvimento do pensamento estatístico, conforme defendido por Lopes (2008) e Garfield (2002), uma vez que os estudantes não apenas calcularam valores, mas também analisaram padrões, compararam resultados e interpretaram o significado dos dados dentro de um contexto real. Dessa forma, a metodologia de ensino adotada nesta pesquisa e utilizada nas aulas ministradas na proposta didática pode ser classificada como:

- Ativa, por envolver diretamente os alunos em todas as etapas do processo (Moran, 2018);
- Investigativa, por se basear na exploração, análise e interpretação de dados reais e aprimoramento do raciocínio e habilidades do estudante (Arruda; Coutinho, 2019);
- Interdisciplinar, por integrar Música, Física e Matemática (Amato, 2010);
- Contextualizada, por partir de uma experiência concreta e significativa para os estudantes (Ausubel, 1963);
- Experimental, por envolver a observação e o registro de um fenômeno físico real (Gil, 2008).

Essa combinação metodológica reforça a ideia de que a aprendizagem da Matemática, especialmente no campo da Estatística, pode se tornar mais eficaz quando vinculada a situações concretas, próximas da realidade dos estudantes e carregadas de significado, contribuindo para uma compreensão mais profunda, crítica e duradoura dos conceitos trabalhados.

5 ANÁLISE DOS DADOS

5.1 Quanto a Atividade Musical

A análise dos dados coletados na atividade musical evidencia que os objetivos propostos foram alcançados de maneira significativa. Ao observarem o *Quadro 5* (seção anterior), os alunos puderam constatar empiricamente que a média aritmética das frequências das notas cantadas pelo grupo se aproximou dos valores esperados para cada uma delas — 220 Hz, 277,1 Hz, 329,6 Hz e 391,6 Hz — revelando, portanto, que, mesmo com variações individuais, o conjunto das vozes produziu um resultado próximo da afinação correta, respondendo de forma afirmativa o problema principal deste trabalho que a plateia em um espetáculo musical realmente parece estar cantando de forma afinada. Essa constatação empírica permitiu que o conceito de *Média Aritmética* deixasse de ser um mero cálculo numérico para assumir um significado concreto e perceptível aos sentidos, reforçando a ideia de aprendizagem significativa (Ausubel, 1963).

Os dados mostram que as médias obtidas (227,66 Hz, 270,76 Hz, 334,92 Hz e 347,13 Hz) ficaram próximas das médias esperadas (intervalos pequenos em relação aos do *Quadro 1*), com pequenas discrepâncias explicadas pela variação vocal, pela ressonância do ambiente ou ainda por erro de anotação dos alunos. O desvio padrão crescente nas notas subsequentes (36,2 Hz, 54,6 Hz, 74,9 Hz e 85 Hz) indica que, conforme as notas se tornavam mais agudas, as diferenças individuais se ampliavam — fenômeno compatível com as características fisiológicas da voz humana e com a física do som, já que frequências mais altas são mais difíceis de controlar e mais sensíveis a pequenas variações de tensão das cordas vocais (Sundberg, 1991) e isto também pode explicar porque a média da última nota (347,13 Hz) tenha ficado um pouco mais distante da média em relação as três primeiras notas. Do ponto de vista matemático, como as frequências de uma oitava para outra de forma crescente dobram, a mesma variação em frequências mais altas produz desvios mais discrepantes. Por exemplo, o aluno 25 que emitiu as frequências de 368 Hz e 402 Hz para a terceira e a quarta nota respectivamente, caso o mesmo tivesse emitido as frequências 378 Hz e 412 Hz, ou seja, com mesma variação de 10 Hz para as referidas notas, os desvios padrão passariam de 74,7 Hz para 74,9 Hz (0,2 de variação) e 84,4 Hz para 84,5 Hz (0,1 de variação) obtendo variações diferentes.

Já do ponto de vista estatístico, o exercício tornou-se um laboratório vivo para observar o comportamento de uma amostra real e sua tendência à convergência, expressando concretamente o princípio de que a média suaviza as variações individuais e aproxima o conjunto de um valor representativo. Essa percepção se consolidou quando os alunos compararam seus resultados e perceberam que, apesar de “desafinarem” isoladamente, o grupo, como um todo, soava afinado — ou seja, que a dispersão (desvio padrão) não impede que a média se mantenha próxima do valor central.

Essa compreensão dialoga com a explicação física e matemática apresentada nos capítulos anteriores, especialmente com a ideia pitagórica de que a harmonia musical é resultado de proporções matemáticas simples. A constatação de que as vozes desafinadas produziam, ainda assim, uma harmonia perceptível reforça a concepção de Pitágoras de que a beleza e a ordem na música se manifestam por relações numéricas (Godwin, 1993).

Além da dimensão conceitual, a atividade promoveu um envolvimento afetivo e colaborativo entre os alunos. O ambiente musical reduziu a tensão normalmente associada às aulas de Matemática e despertou curiosidade e engajamento. Partiu deles a vontade de repetir a prática musical mais de uma vez: “vamos de novo sor, ainda não ficou bom”. Segundo Freire (1970), o ato de aprender se fortalece quando o estudante se reconhece como sujeito ativo do processo. Essa participação foi perceptível quando os próprios alunos, ao manipular as planilhas no *Google Sheets*, passaram a questionar os motivos das variações, questionando se o volume da própria voz ou da voz do colega, a distância do microfone ou a sua posição na sala poderiam influenciar as medições — o que demonstra o desenvolvimento de um pensamento crítico e investigativo, conforme defendido por Lopes (2008).

Do ponto de vista pedagógico, a experiência se alinha às metodologias ativas e à aprendizagem significativa, pois partiu de uma situação-problema concreta (“por que a plateia soa afinada mesmo com desafinações individuais?”) e conduziu os alunos à construção do conhecimento por meio da experimentação e da reflexão. Também reforçou as competências gerais da BNCC (Brasil, 2018), ao promover a argumentação com base em evidências, o raciocínio lógico, a utilização de tecnologias digitais e o trabalho colaborativo.

A atividade proposta também se aproxima do que Lopes (2008) descreve como investigação estatística no contexto escolar. Para a autora, o ensino de Estatística

deve envolver processos como formular perguntas, coletar dados, organizá-los, analisá-los e interpretar os resultados obtidos. Durante o desenvolvimento da atividade, os estudantes participaram justamente dessas etapas ao registrar as frequências das notas cantadas, organizar os dados em planilhas e calcular medidas estatísticas como a média. Esse processo contribuiu para que os alunos percebessem a Estatística como uma ferramenta de investigação da realidade, e não apenas como um conjunto de fórmulas matemáticas.

Portanto, a prática musical não apenas cumpriu sua função de ensino do conceito de *Média Aritmética*, mas também ampliou a percepção interdisciplinar dos estudantes, integrando Física, Matemática e Arte em uma vivência significativa que deu concretude a conceitos abstratos.

5.2 Quanto aos Questionários

Os resultados dos questionários (Apêndice D) aplicados antes e depois da atividade revelam mudanças perceptíveis na compreensão e na atitude dos alunos em relação à *Estatística* e à *Matemática*. As respostas foram analisadas qualitativamente, identificando-se padrões e recorrências nas percepções expressas pelos estudantes e podem ser verificadas no apêndice D deste trabalho.

Na primeira questão “Você acha que estatística, matemática e música se relacionam ou não? Por quê?”, a maioria dos participantes (57%) reconheceu que *Estatística*, *Matemática* e *Música* se relacionam, embora inicialmente alguns tenham respondido “não sei” ou “não sei o que é estatística”. Após a atividade, no segundo questionário, as respostas tornaram-se um pouco mais elaboradas, mencionando explicitamente que a música possui números, ritmos e frequências que podem ser medidos e comparados, como na resposta do aluno 13: “Sim, por exemplo, contar batidas é matemática, medir quantas pessoas gostam de música é estatística, ambos se ajudam.”. Essa mudança indica a internalização de uma visão interdisciplinar, conforme preconizado por Amato (2010), que defende o ensino musical como espaço de diálogo entre ciências exatas e humanas.

Na segunda questão “O que você entende por Média Aritmética? Como poderíamos calcular a média das notas das provas dos alunos da turma?”, verificou-se inicialmente uma compreensão operacional um pouco limitada, com explicações centradas apenas na fórmula “é só dividir” ou ainda a ideia de que a média é “é a nota

para passar” de ano. Contudo, após a prática, surgiram respostas que relacionavam o conceito à ideia de “valor do meio” e “somando e dividindo”, conforme a resposta do aluno 9: “Média é o número que calcula o centro de alguma coisa. Contar o número de alunos, juntar todos os números, juntar e dividir o resultado pelo número de alunos.” — evidenciando uma evolução conceitual compatível com o desenvolvimento do pensamento estatístico (GARFIELD, 2002). Além disso, os resultados obtidos indicam que os estudantes passaram a compreender o conceito de *Média Aritmética* não apenas como um procedimento de cálculo, mas como um recurso para interpretar fenômenos reais. Essa compreensão mais profunda pode ser interpretada à luz da teoria da aprendizagem significativa proposta por Ausubel. Segundo o autor, a aprendizagem ocorre quando novas informações se relacionam de forma não arbitrária com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do estudante (Ausubel, 1963). No contexto desta pesquisa, o uso das frequências das notas cantadas pelos próprios alunos funcionou como um elemento de ancoragem conceitual, permitindo que o conceito estatístico de média fosse associado a uma experiência concreta e significativa.

A terceira questão “Você acha que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical? Por quê?” teve aceitação de poucos alunos inicialmente. Alguns deles relataram, inicialmente, que o uso da música seria “uma aula bem legal”, que eles “podem aprender mais e se divertir” e “que existem diversos meios de ensinar”. Outros responderam que não sabiam, que não entendiam ou ainda ironicamente que era “desnecessário”. Já no segundo questionário, as respostas afirmativas dos estudantes tornaram-se maioria. De acordo com o aluno 11: “Sim, porque ainda ajuda os alunos a ver que matemática está em tudo até no som da música.”. Esse resultado demonstra o potencial das metodologias ativas para promover engajamento e aprendizagem significativa, aproximando o ensino da realidade e dos interesses dos estudantes (Moran, 2015).

Quanto à quarta questão “Em geral, você tem a percepção de que uma plateia em um espetáculo musical canta afinadamente?”, sobre o problema central desta pesquisa, a maioria respondeu inicialmente que “nem sempre”, “depende”, “algumas pessoas podem desafinar”, mas não sabiam explicar o motivo. Após a explicação física e estatística, alguns alunos foram capazes de relacionar o fenômeno à média das frequências e ao efeito de compensação entre vozes desafinadas, como na resposta do aluno 8 no segundo questionário: “A plateia canta, em grande parte

desafinadamente, mas como é um número alto de pessoas cantando, eles se aproximam da média e dão a impressão de ter boa afinação.”, evidenciando que compreenderam o princípio da convergência para a média de modo conceitual e intuitivo.

Na quinta questão “Na sua opinião, como a matemática pode ajudar a entender fenômenos físicos e musicais?”, as respostas pré-atividade apresentaram exemplos como “sei lá”, “não sei”, “talvez”. Já as respostas pós-atividade apresentaram exemplos como “frequências e harmonia”, “fenômenos naturais” e “diferentes probabilidades”, mostrando que os alunos reconheceram a presença da *Matemática* na natureza e na arte como na resposta do aluno 20: “A Matemática ajuda a entender padrões, movimentos e sons em física e música.”. Essa consciência reflete o desenvolvimento da leitura de mundo proposta por Freire (1970), na qual o conhecimento científico é uma forma de interpretar criticamente a realidade.

De modo geral, a análise dos questionários indica que os alunos passaram de uma postura receptiva para uma postura investigativa, articulando conceitos de diferentes áreas e reconhecendo a Matemática como linguagem do mundo físico e artístico. Isso confirma o potencial da proposta para desenvolver letramento estatístico, raciocínio lógico e sensibilidade estética, em consonância com os objetivos da BNCC e com a perspectiva interdisciplinar de Skovsmose (2008). A utilização da música como contexto para o ensino de conceitos matemáticos também dialoga com estudos históricos sobre a relação entre essas duas áreas do conhecimento. Abdounur (2014) destaca que, desde a Antiguidade, fenômenos musicais vêm sendo compreendidos por meio de relações matemáticas, como demonstrado nos experimentos pitagóricos com o monocórdio. Ao trabalhar com frequências sonoras e médias aritméticas, a atividade desenvolvida nesta pesquisa retoma essa tradição histórica de aproximação entre matemática e música, evidenciando que conceitos matemáticos podem emergir naturalmente da análise de fenômenos sonoros.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou aproximar a *Estatística* da experiência estética da Música, demonstrando que o ensino de conceitos matemáticos pode ser profundamente enriquecido quando ancorado em práticas interdisciplinares e vivências sensoriais. A análise das frequências vocais mostrou empiricamente que a média aritmética é um fenômeno observável na natureza, capaz de explicar por que um coral ou uma plateia aparentam estar afinados mesmo diante de variações individuais.

Os resultados da atividade e dos questionários confirmam que boa parte dos 26 alunos compreenderam o conceito de média de forma significativa, não apenas como operação numérica, mas como instrumento de interpretação da realidade. É possível que essa evolução conceitual se deu porque o ensino foi contextualizado e experiencial, o que corrobora as ideias de Vygotsky (1984) sobre a importância da interação social e da mediação pedagógica no desenvolvimento cognitivo.

Além disso, o uso de ferramentas digitais, como o afinador e o *Google Sheets*, contribuiu para o desenvolvimento da competência digital e para a autonomia dos estudantes, tornando a aprendizagem mais ativa e participativa. Essa integração de tecnologias, ciência e arte está em plena sintonia com as diretrizes da BNCC (Brasil, 2018) e com os princípios da Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) e da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 1963).

Do ponto de vista metodológico, a proposta se mostrou viável e replicável em diferentes contextos escolares, podendo ser adaptada/melhorada para o ensino de outros conceitos estatísticos como a *Variância*²³ e o uso de gráficos de distribuição de frequências. Do ponto de vista humano, revelou-se uma experiência de valorização do estudante, que passou a perceber a Matemática não apenas como disciplina abstrata, mas como linguagem universal capaz de explicar sons, movimentos e fenômenos do cotidiano.

Conclui-se, portanto, que a integração entre *Estatística* e *Música* é um caminho promissor para o ensino de *Matemática* no Ensino Fundamental, pois promove engajamento, compreensão conceitual e desenvolvimento crítico. Ao trazer o som e a

²³ É uma medida de dispersão estatística que indica o quão distantes os valores de um conjunto de dados estão da sua média aritmética, o quadrado do Desvio Padrão.

emoção para dentro da sala de aula, a *Matemática* deixa de ser vista como distante e se transforma em uma forma viva de perceber o mundo — em harmonia, como diria Pitágoras, com as proporções que regem o universo.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, Oscar João. *Matemática e música sob uma perspectiva histórico-epistemológica: mudanças conceituais*. Revista Música, v. 14, n. 1, p. 115–128, 2014.
- AMATO, R. C. F. *Interdisciplinaridade, Música e Educação Musical*. Opus, Goiânia, v. 16, n. 1, p. 30-47, jun. 2010.
- ARRUDA, M. C. B. V.; COUTINHO, D. J. G. *Metodologias investigativas no ensino médio: um mapeamento das pesquisas em periódicos nacionais entre os anos de 2015 a 2019*. Brazilian Journal of Development. Curitiba, 2019.
- AUSUBEL, D. *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. New York: Grune & Stratton, 1963.
- AUSUBEL, David Paul. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano, 2003.
- BERANEK, L. L. *Concert Halls and Opera Houses: Music, Acoustics, and Architecture*. New York: Springer, 2004.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. *Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem*. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- BRASIL. *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.
- BURKERT, Walter. *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*. Cambridge: Harvard University Press, 1962.
- CARVALHO, Régio Paniago. *Acústica Arquitetônica*. 2. ed. Brasília: Thesaurus, 2010.
- CRESWELL, J. W. *Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Arned, 2010.

FLETCHER, Neville H.; ROSSING, Thomas D. *The Physics of Musical Instruments*. 2. ed. New York: Springer, 1998.

FERREIRA, Karla, D. D. S; *Voz e Sentido: Um Estudo Sobre as Negociações Simbólicas que Formam o Timbre Vocal do Cantor Popular*. Curitiba, 2025.

FONTEERRADA, Marisa Trench de Oliveira. *De tramas e fios: um ensaio sobre música e educação*. 4. ed. São Paulo: UNESP, 2008.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

GAL, I. *Statistical literacy: meanings, components, responsibilities*. In: BEN-ZVI, D.; 2002.

GARFIELD, J. B. (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Dordrecht: Springer, 2002.

GIL, A. C. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. 6. ed. São Paulo, 2008.

GODWIN, J. *Harmonia das Esferas: A Tradição Pitagórica na Ciência e na Filosofia Ocidental*. São Paulo: Cultrix, 1993.

GRILLO, Maria, L.; PEREZ, Luiz R. *Física e Música*. Livraria da Física. São Paulo, 2016.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física – Volume 2: Oscilações e Ondas, Termodinâmica*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

HELMHOLTZ, Hermann von. *On the Sensations of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*. 4th ed. New York: Dover Publications, 1954.

LEONARDO, Ana Maria Manito. *O Ensino da Música e o Despertar de Emoções*. ESEC. Coimbra 2017.

LERIAS, Washington, R. *A Física da Música e a Pluralidade Didática*. Campo Mourão, 2016.

LOPES, C. E. *O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores*. Campinas, n. 74, p. 57-73, 2008.

MODELSKI, D.; GIRAFFA, Lúcia, M. M.; CASARELLI, Alam de O. *Tecnologias Digitais, Formação Docente e Práticas Pedagógicas*. São Paulo, 2019.

MORAN, J. M. *A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*. Campinas: Papyrus, 2015.

MORAN, J. M. *Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda*. São Paulo, 2018.

MURRAY, R. S.; SPIEGEL, J. S. L. *Estatística*. São Paulo: Saraiva, 2010.

RODRIGUES, B; PONTE, J. P. M. *A Perspectiva dos Professores Numa Formação em Estatística*. Revista em Educação em Ciências e Matemática. v16, n. 37. 2020.

ROSSING, T. D.; MOORE, F. R.; WHEELER, P. A. *The Science of Sound*. 3. ed. San Francisco: Addison Wesley, 2014.

SANTOS, Luciano Miguel Moreira dos; TEOTONIO, Daniela Pereira; PEREIRA, Júlia Gabriella. A matemática e a audição humana. Revista Foco, Curitiba, v. 16, n. 2, p. e1196, 2023.

SILANDER, P. *Phenomenon-based learning as the pedagogical approach for eLearning*. In: MATTILA, P. (org.). *How to create the school of the future: revolutionary thinking and design from Finland*. Helsinki: Center for Internet Excellence, 2019. p. 17–20.

SKOVSMOSE, O. *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SUNDBERG, J. *A Ciência da Voz*. Imprensa da Universidade do Norte de Illinois, 1991.

SZÚCS, Tímea; JUHÁSZ, Erika. *The Role of Music Education in Childhood*. *Acta Educationis Generalis*, v. 13, n. 2, p. 30-49, 2023. DOI: 10.2478/atd-2023-0012.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. *Física para Cientistas e Engenheiros – Volume 1: Mecânica, Oscilações e Termodinâmica*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

TRIOLA, M. F. *Introdução à Estatística*. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

ZOTTO, Mario Gilvani Dal. *A Importância da Música no Processo de Ensino e Aprendizagem*. UTFP. Medianeira 2018.

VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

WISNIK, J. M. *O Som e o Sentido: Uma Outra História das Músicas*. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – IFRS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPI
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PAIS OU RESPONSÁVEIS

Prezado (a) Senhor (a):

Seu(ua) _____ (definir grau de relação, exemplo, filho, neto),
_____ (nome completo do estudante)
está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa intitulado: Estatística E Música: Uma Proposta Para o Cálculo da Média Aritmética Utilizando as Frequências das Notas Musicais. Este projeto está vinculado ao programa de mestrado PROFMAT da instituição IFRS/Canoas. Nessa pesquisa pretendemos trabalhar os conceitos estatísticos como media Aritmética, mediana e desvio padrão, no intuito de desenvolver o raciocínio crítico, a partir de ferramentas matemáticas, preparando os estudantes para a cidadania.

A pesquisa será feita na Escola Municipal de Ensino Fundamental Max Adolfo Oderich e deverá contar com dois encontros, no qual os alunos cantarão uma música, responderão questionários, realizarão tarefas nas Planilhas Google e debater os resultados. Para a coleta de dados serão utilizados os questionários impressos, anotações do professor, as Planilhas Google produzidas pelos estudantes. Não haverá gravações em audio ou vídeo, apenas dados quantitativos salvos nas Planilhas Google com as devidas descrições sem expor os nomes dos estudantes.

A participação do seu representado na pesquisa pode ter alguns riscos, como o desconforto ou timidez para cantar frente ao grupo, porém, em nenhum momento a atividade será obrigatória, podendo o aluno recusar-se a participar, tanto de maneira escrita quanto oral. Caso seja necessário, diante de algum desconforto ou intercorrência oriunda da participação na atividade, seu representado poderá contar com o serviço de assistência psicológica do campus IFRS/Canoas, a fim de receber o acompanhamento necessário. Além disso, diante de qualquer tipo de questionamento ou dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato imediato com o pesquisador responsável pelo estudo.

A participação na pesquisa poderá ter benefício direto, como induzir o pensamento para além da sala de aula, relacionando ferramentas matemáticas ao mundo real, muitas vezes em situações pessoais, promover a cidadania de forma a interpretar informações e

tomar decisões, sob um viés científico-matemático, obtendo um arsenal crítico e argumentativo maior do que a simples opinião ou o senso comum por isso a importância da sua participação.

Ao participar desta pesquisa, saiba que o seu representado tem direito:

- de retirar o seu consentimento, a qualquer momento, sem que isso traga qualquer prejuízo ao seu representado;
- a não ser identificado e que as informações relacionadas à privacidade são confidenciais;
- de ter acesso às informações em todas as etapas do estudo, bem como aos resultados, ainda que isso possa afetar seu interesse em continuar participando da pesquisa;
- de não ter despesas ou ônus financeiro relacionado à participação nesse estudo;
- de se recusar a responder qualquer pergunta que julgar constrangedora ou inadequada.
- de que serão mantidos todos os preceitos ético-legais durante e após o término da pesquisa, de acordo com a Resoluções 466/2012, 510/2016 e outras do Conselho Nacional de Saúde relacionadas à ética em pesquisa.

=====

Concordo em autorizar a participação do meu representado na pesquisa intitulada: “Estatística E Música: Uma Proposta Para o Cálculo da Média Aritmética Utilizando as Frequências das Notas Musicais”.

Recebi uma via assinada e rubricada deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Canoas, 11 de agosto de 2025

Assinatura do(a) responsável

Bruno Bastos Braga
Assinatura do(a) pesquisador(a)

Contato do pesquisador:

Nome: Bruno Bastos Braga

Instituição: IFRS/Canoas

Telefone: (51)996359690

e-mail: bruno_b_braga@hotmail.com

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, por favor consulte o **Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)** responsável pela avaliação. Um CEP é um colegiado interdisciplinar e independente, de relevância pública, de caráter consultivo, deliberativo e educativo, que tem como objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

CEP/IFRS

E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO SUL – IFRS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPII
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP**

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) para participar do projeto de pesquisa intitulado: Estatística E Música: Uma Proposta Para O Cálculo da Média Aritmética Utilizando As Frequências das Notas Musicais. Seus pais/responsáveis concordaram com a sua participação. Se você quiser participar, vamos te explicar como será essa pesquisa. Se você não quiser participar, não tem problema, não vai ter nenhum prejuízo para você ou para os seus pais.

Este projeto está vinculado ao programa de mestrado PROFMAT da instituição IFRS/Canoas. Nessa pesquisa pretendemos trabalhar os conceitos estatísticos como media Aritmética, mediana e desvio padrão, no intuito de desenvolver o raciocínio crítico, a partir de ferramentas matemáticas, preparando os estudantes para a cidadania.

A pesquisa será feita na Escola Municipal de Ensino Fundamental Max Adolfo Oderich e deverá contar com dois encontros, no qual os alunos cantarão uma música, responderão questionários, realizarão tarefas nas Planilhas Google e debater os resultados. Para a coleta de dados serão utilizados os questionários impressos, anotações do professor, as Planilhas Google produzidas pelos estudantes. Não haverá gravações em áudio ou vídeo, apenas dados quantitativos salvos nas Planilhas Google com as devidas descrições sem expor os nomes dos estudantes.

A sua participação na pesquisa pode ter alguns riscos, como o desconforto ou timidez para cantar frente ao grupo, porém, em nenhum momento a atividade será obrigatória, podendo o aluno recusar-se a participar, tanto de maneira escrita quanto oral. Caso seja necessário, diante de algum desconforto ou intercorrência oriunda da participação na atividade, seu representado poderá contar com o serviço de assistência psicológica do campus IFRS/Canoas, a fim de receber o acompanhamento necessário. Além disso, diante de qualquer tipo de questionamento ou dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato imediato com o pesquisador responsável pelo estudo.

A participação na pesquisa poderá ter benefício direto, como induzir o pensamento para além da sala de aula, relacionando ferramentas matemáticas ao mundo real, muitas vezes em situações pessoais, promover a cidadania de forma a interpretar informações e tomar decisões, sob um viés científico-matemático, obtendo um arsenal crítico e

argumentativo maior do que a simples opinião ou o senso comum, por isso a importância da sua participação.

As informações e os dados que você informar para esta pesquisa serão mantidos confidenciais, não haverá nenhuma identificação sua ou de sua família. O/A pesquisador(a) se responsabiliza pelos cuidados em preservar a sua identidade e os seus dados.

Os resultados da pesquisa poderão ser acessados na dissertação de mestrado do pesquisador.

Ao participar desta pesquisa, saiba que você tem direito:

- de retirar o seu consentimento, a qualquer momento, sem que isso traga qualquer prejuízo;

- a não ser identificado e ter as informações relacionadas à privacidade mantidas confidenciais;

- de ter acesso às informações em todas as etapas do estudo, bem como aos resultados, ainda que isso possa afetar seu interesse em continuar participando da pesquisa;

- de não ter despesas ou ônus financeiro relacionado à participação nesse estudo;

- de se recusar a responder qualquer pergunta que julgar constrangedora ou inadequada.

- de que serão mantidos todos os preceitos ético-legais durante e após o término da pesquisa, de acordo com a Resoluções 466/2012, 510/2016 e outras do Conselho Nacional de Saúde relacionadas à ética em pesquisa.

=====

Concordo em participar da pesquisa intitulada: "Estatística E Música: Uma Proposta Para O Cálculo da Média Aritmética Utilizando As Frequências das Notas Musicais".

Recebi uma via assinada e rubricada deste termo de assentimento.

Canoas, 11 de agosto de 2025

Assinatura do(a) participante

Bruno Bastos Braga
Assinatura do(a) pesquisador(a)

Contato do pesquisador:

Nome: Bruno Bastos Braga

Instituição: IFRS/Canoas

Telefone: (51)96359690

e-mail: bruno_b_braga@hotmail.com

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, por favor consulte o **Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)** responsável pela avaliação. Um CEP é um colegiado interdisciplinar e independente, de relevância pública, de caráter consultivo, deliberativo e educativo, que tem como objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.


CEP/IFRS

E-mail: cepesquisa@ifrs.edu.br

Endereço: Rua General Osório, 348, Centro, Bento Gonçalves, RS, CEP: 95.700-000

Telefone: (54) 3449-3340

APÊNDICE C – Questionário Investigativo

	E.M.E.F. MAX ADOLFO ODERICH	
	Atividade: Matemática e Música	
	TRIMESTRE: 3	
	Nome:	Turma:
	Data: ___/___/___	

1. (Opcional) Você acha que estatística, matemática e música se relacionam ou não? Por quê? _____

2. (Opcional) O que você entende por Média Aritmética? Como poderíamos calcular a média das notas das provas dos alunos da turma?

3. (Opcional) Você acha que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical? Por quê?

4. (Opcional) Em geral, você tem a percepção de que uma plateia em um espetáculo musical canta afinadamente?

5) (Opcional) Na sua opinião, como a matemática pode ajudar a entender fenômenos físicos e musicais? _____

APÊNDICE D – Respostas dos Questionários

Pergunta 1:	Você acha que estatística, matemática e música se relacionam ou não? Por quê?
Aluno	Primeira resposta.
1	Não sei
2	Sim, a matemática estuda as vibrações da música como a estatística.
3	Não sei o que é estatística.
4	Não sei o que é estatística.
5	Eu acredito que sim, a matemática exige uma média para as provas, a música e a estatística também.
6	A matemática fornece base para a música em ritmo, enquanto a estatística pode ser usada para analisar tendências musicais.
7	Eu acho que não, pois são matérias muito distantes.
8	Acho que sim, pois estatística é ligada diretamente com matemática, e acredito que possa ser usada para entender alguns aspectos musicais.
9	Suponho que sim né, para calcular ritmo e coisa do tipo.
10	Não porque não tem nada a ver.
11	Estatística usamos matemática para montar.
12	Sim, estão ligados. A matemática ajuda a entender ritmos, tempos e padrões da música.
13	Não sei o que é estatística.
14	Não, porque matemática tem cálculos e números e música não.
15	Sim, principalmente na produção de músicas.
16	Querendo ou não sim, tudo pode ser contado como bits, frequências, notas e etc.
17	Acho que não.
18	Sim, pois todos tem números.
19	Sim, elas se relacionam, pois todas envolvem números, padrões e lógica usados de formas diferentes, mas conectados.
20	Sim, porque todos tem uma sequência para seguir.
21	Não sei o que é estatística. E a música não se relaciona.
22	Eu acho que sim, porque tudo envolve um raciocínio.
23	Sim, pois a matemática é presente nessas situações e por isso é fundamental estudar matemática.
25	Sim, porque os três tem números.
26	Não pois eu acho que não tem nada em comum.

Pergunta 1:	Você acha que estatística, matemática e música se relacionam ou não? Por quê?
Aluno	Segunda reposta
1	Não sei
2	Sim, a estatística junto com a matemática é possível calcular as frequências musicais.
3	Sim, porque estatística, matemática e música têm que fazer contas.
4	Não sei.
5	Acredito que sim, pois a matemática está envolvida em tudo.
6	Sim, estatística é a ferramenta de análise. Envolve matemática no ritmo e no tempo.
7	Sim, pois funcionam pela matemática.
8	Acredito que a estatística se relaciona com as médias das notas e o volume das notas.
9	Claro, a média está relacionada em ambas as coisas.
10	Sim, porque sim.
11	Acho que sim, porque a matemática está em tudo.
12	Sim, nas estatísticas somamos e dividimos, na música usamos notas.
13	Sim, por exemplo, contar batidas é matemática, medir quantas pessoas gostam de música é estatística, ambos se ajudam.
14	Sim, porque música tem ritmo e padrões que usam matemática.
15	Não sei o que é estatística.
16	Usamos a matemática para calcular as notas musicais, então eu acho que matemática e música se relacionam sim.
17	Se relacionam só que sempre aproximadamente e não a resposta exata.
18	Sim, pois todos envolvem padrões e lógica. A matemática cria a estrutura.
19	Sim, pois para descobrir a média da minha nota musical precisa de cálculos.
20	Sim, porque todas usam números, padrões e proporções.
21	Sim, porque todos tem números.
22	Não, porque não tem nada em comum.
23	Sim, porque tudo envolve números.
24	Sim, pois pelo aprendizado que foi passado nas aulas comprova isto.
25	Sim, tem padrões e probabilidades na música. A estatística ajuda a analisar a frequência das notas e ajuda na percepção musical.
26	Sim, porque tem que calcular as notas.

Pergunta 2:	O que você entende por média? Como poderíamos calcular a média das notas das provas dos alunos da turma?
Aluno	Primeira resposta.
1	Média é um determinado valor que devemos tirar para ir bem em algo. Para calcular é só dividir.
2	A média é o mínimo de algo, para calcular a média das provas ter que somar e dividir por 2.
3	Para mim, média é nota para passar, eu acho que calcular a média das provas você soma as questões que os alunos acertam.
4	Para calcular a média precisamos calcular ela pelo número de pessoas.
5	Somando as notas e vendo a média de acertos.
6	Com matemática.
7	Para calcular a média de um aluno é possível somar suas notas e dividir pela quantidade de avaliações.
8	O número mais frequente, se um aluno tira 20 e outro 10 a média é 15.
9	Dividir a nota por dois.
10	Poderíamos usar estatísticas para calcular.
11	Média é a soma dos valores dividida pela quantidade. Para calcular notas somamos.
12	Não sei.
13	Somando e pelo menos arredondando a nota para 60.
14	Média é algo que não é muito e nem pouco. Para calcular tem que somar as notas das duas provas e falta mais alguma coisa que eu não me lembro.
15	Sim, se pegamos as notas dos alunos que tiram a média, depende da nota do aluno e dividir por 15.
16	Pegar as notas que você tira em cada prova e depois somar a média.
17	Dividindo por dois.
18	Média é o valor central obtido somando as notas e dividindo pela quantidade de alunos.
19	Como medida metade fazendo a conta das notas.
20	Poderia dividir por dois.
21	Poderíamos dividir a nota do aluno pela média final.
22	Eu acho que os professores dividem a nota e somam, depois eles devem separar as notas e devemos atingir no mínimo 60 em cada trimestre para passar de ano.
23	Não sei como explicar.
24	Média é a nota mínima que um aluno precisa tirar para ir bem e calcula pegando as notas e dividindo por dois.
25	
26	Não sei.

Pergunta 2:	O que você entende por média? Como poderíamos calcular a média das notas das provas dos alunos da turma?
Aluno	Segunda reposta
1	Média é só pegar a quantidade de pessoas e dividir para ter um resultado.
2	Média é a divisão da soma, assim podendo saber qual é a média.
3	Eu entendo por média, a média de música e a média de aluno, somar quantas questões os alunos acertaram.
4	Somando o número de alunos, somando as notas e dividindo.
5	Somar as notas e dividir pelo número de alunos.
6	Somando todas as notas de todos os alunos e dividindo o valor pelo número de alunos (pelo que entendi).
7	Podemos calcular a média somando as notas e dividindo pela quantidade de alunos.
8	Média é o número que calcula o centro de alguma coisa. Contar o número de alunos, juntar todos os números, juntar e dividir o resultado pelo número de alunos.
9	Média a gente soma os números e divide pela quantidade de números.
10	Colocamos as notas dos alunos, calculamos tudo e no final somamos as notas que logo vem a média.
11	Agente soma todos os valores e dividimos, assim tiramos a média.
12	A média é um jeito de saber o valor do "meio" ou normal de um conjunto de números.
13	Média é somar tudo e dividir pela quantidade.
14	Somando e dividindo.
15	Para mim a média é algo que não é muito nem pouco. E ela pode ser calculada da seguinte forma: soma tudo e depois divide.
16	Podemos calcular as notas dos alunos somando as notas da média depois a moda da média e depois elevar ao quadrado e depois tirar a raiz.
17	Somando a nota de todos os alunos e dividindo pelo número de pessoas (a turma).
18	Para calcular a média temos que somar tudo e dividir pelo número de pessoas.
19	É a soma das notas dividida pela quantidade de alunos.
20	É a metade. Soma tudo e divide por a quantidade de coisas.
21	A média tem que ser calculada por a quantidade de alunos.
22	Para calcular a média das notas dos alunos, devemos somar as notas de todos os alunos e depois dividir com o mesmo número de alunos.
23	A média consiste em somar todas as notas dos alunos e depois dividir por 10.
24	
25	A média é o resultado da soma de todos os valores dividida pelo número de pessoas.
26	Média é toda a soma das notas musicais. Poderíamos calcular a média das notas dos alunos fazendo contas matemáticas.

Pergunta 3:	Você acha que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical? Por quê?
Aluno	Primeira resposta.
1	Não porque uma coisa não tem nada a ver com a outra.
2	Sim, porque há coisas de estatística e música relacionadas a matemática.
3	Sim, dependendo do professor, ele gosta de passar uma dinâmica diferente envolvendo isso.
4	
5	
6	Não entendi.
7	Eu acho que as matérias meio distantes uma da outra. Logo eu acho que não.
8	Não tenho conhecimento sobre teoria musical, logo não posso formar uma opinião.
9	Sim, porque matemática e música são bem relacionadas.
10	Não porque não tem nada a ver.
11	
12	Sim, temos notas musicais que podem envolver matemática e estatística.
13	Sim, é possível. A teoria musical usa escalas frequências e padrões que podem ser analisados com estatística e matemática.
14	Acho que eu não sei.
15	Não sei o que é estatística.
16	Não sei.
17	É possível, porque pode fazer contas de estatística ou até mesmo estudando teoria da música.
18	Não sei.
19	Acho que sim, pois envolve uma etapa para cada situação.
20	Não sei.
21	Sim, dependendo do professor.
22	Sim, porque vai ser uma aula bem legal.
23	Para mim sim, porque os alunos podem aprender mais e se divertir.
24	Acho que sim, pois a matemática pode estar envolvendo as notas musicais, talvez.
25	Sim, pois existem diversos meios de se ensinar.
26	Sim, porque os três envolvem letras e números além de dar uma diferenciada no andamento da aula, tornando melhor.

Pergunta 3:	Você acha que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical? Por quê?
Aluno	Segunda resposta
1	Não sei
2	Sim, porque ambas podem ser aplicadas na mesma aula.
3	Sim, porque nelas tem que fazer contas.
4	Não sei o que é teoria musical.
5	Acredito que sim, pois na música há notas e utilizamos estatística e teoria musical.
6	Acho que sim, a música do contexto e também as notas musicais e a estatística da metodologia.
7	Sim.
8	Acredito que seja possível, pois é possível aprender novas fórmulas e calcular com base em estatística musical.
9	Claro, ensinando média é possível sim.
10	Não porque não sei.
11	Sim, porque ainda ajuda os alunos a ver que matemática está em tudo até no som da música.
12	Sim, porque a música tem número e ritmo que podem ser usados para aprender matemática e estatística de um jeito mais legal.
13	Sim, dá para usar ritmo e tempo das músicas.
14	Não sei o que é estatística.
15	Sim, eu acho que é possível uma aula de matemática envolvendo estatística e teoria musical, pois podemos (usamos) a matemática para calcular as notas musicais e etc.
16	Sim, porque dá para usar notas ou bits com estatística.
17	Esqueci.
18	Não porque não entendi.
19	Sim, porque a música tem ritmos e padrões que envolvem matemática e estatística.
20	Sim, pois tem relação com números.
21	Não é possível.
22	Eu acho que sim, porque a matemática envolve números e estatística também.
23	Sim, pois a matemática está presente nas notas musicais.
24	
25	A música tem vários padrões e a estatística analisa. Então sim.
26	Sim.

Pergunta 4:	Pergunta 4: Em geral, você tem a percepção de que uma plateia em um espetáculo musical canta afinadamente?
Aluno	Primeira resposta.
1	Não sei.
2	Não, nem sempre.
3	Sim.
4	Depende. Afinal todos ensaiaram antes. Porém pode sair do tom ao decorrer pelo nervosismo.
5	Não.
6	Parte do público sim.
7	Noto que a maioria das plateias organizadas cantam afinadamente.
8	Sim, tenho.
9	Não eles cantam com o coração.
10	Não.
11	Depende. Se o músico conhece a música e tem senso de afinação, pode cantar afinado.
12	Não entendi a pergunta.
13	Sim.
14	Não.
15	Se a plateia estiver em sincronia a música sairá em conforme.
16	Não tenho percepção.
17	Não, pois eles não sabem cantar, só sabem as letras das músicas.
18	Não sei.
19	Não
20	Não entendi a pergunta.
21	Sim, porque uma plateia vibrante para quem se apresenta é mais do que música para os ouvidos.
22	Sim, pois eu acho que a maioria canta afinadamente, porém não percebemos.
23	Depende, pois embora tenham ensaiado, algumas pessoas podem desafinar no decorrer da música, por nervosismo ou algo do tipo.
24	Sim, sou músico então percebo fácil.
25	Não entendi a pergunta.
26	Acho que não.

Pergunta 4:	Pergunta 4: Em geral, você tem a percepção de que uma plateia em um espetáculo musical canta afinadamente?
Aluno	Segunda resposta.
1	Sim, pois a quantidade de pessoas faz com que tenhamos a percepção que todos cantam afinados.
2	Não.
3	
4	Sim, Apesar dos erros se eles se eles souberem o tom da música podem cantar afinadamente.
5	Não acho, porque na nossa percepção estar, mas não está.
6	Depende, as vezes a pessoa vai no espetáculo sabendo cantar as músicas, mas alguém não.
7	A plateia conta, em grande parte desafinadamente, mas como é um número alto de pessoas cantando, eles se aproximam da média e dão a impressão de ter boa afinação.
8	Claro, se não sai desafinado.
9	Sim, porque sim.
10	Alguns podem até estar afinados e outros podem estar desafinados, mas como uns não sabem a letra pode parecer que estão cantando certo.
11	Sim, mesmo que muitos estejam desafinados, no geral fica afinada a música cantada.
12	Mesma resposta de antes.
13	Não sei.
14	Sim.
15	Não, acho que se pararmos para prestar atenção na plateia vamos perceber que como algumas pessoas estão "preparadas" para cantar e outras não, a plateia não é muito afinada.
16	Se todos da plateia ensaiaram pode ser que sim o som saia afinado, mas se não, não será exato, mas seria próximo.
17	Tenho porque todos chegam na média na frequência certa.
18	Não sei.
19	Não, porque cada pessoa tem um tom de voz diferente e nem todas cantam afinadas.
20	Sim.
21	Não sei.
22	Sim, porque de forma natural a plateia entra em sintonia.
23	Eu acho que sim, pois as notas musicais aumentam e baixam.
24	
25	Sim, pois sei a frequência de cada nota o que torna fácil ter percepção.
26	Num espetáculo musical sim, mas aqui não.

Pergunta 5:	Na sua opinião, como a matemática pode ajudar a entender fenômenos físicos e musicais?
Aluno	Primeira resposta.
1	Sei lá.
2	Não sei.
3	Fenômenos físicos, não sei o que é.
4	
5	Sim, de algum jeito a matemática irá nos acompanhar sempre.
6	Não sei.
7	Talvez.
8	Acredito que algumas fórmulas e conhecimentos matemáticos possam ajudar nisso.
9	Claro, só não sei como.
10	Não porque são coisas diferentes.
11	
12	Podemos entender o grave que o cantor canta, os instrumentos usados.
13	A matemática ajuda a entender frequências.
14	Eu não sei.
15	Eu acho que não tem nada a ver uma coisa com a outra.
16	Sim.
17	Calculando como aquele fenômeno musical acontece por pura matemática.
18	Fazendo cálculos para prever fenômenos e entender como eles funcionam.
19	Não acho que ajude muito nisso.
20	Não sei.
21	Não sei.
22	Não sei o que é fenômeno físico.
23	Porque a ciência envolve matemática e na ciência tem fenômenos físicos e a música é como uma ciência.
24	Eu acho que a matemática ajuda na questão da música, em questão das notas musicais. As vezes a matemática deve ajudar a evitar fenômenos físicos como calcular as altitudes.
25	Acredito que sim, pois existe matemática em tudo.
26	Claro, mas não sei porque.

Pergunta 5:	Na sua opinião, como a matemática pode ajudar a entender fenômenos físicos e musicais?
Aluno	Segunda resposta.
1	Sei lá.
2	Através de seus cálculos para entender diferentes probabilidades.
3	Escutando o que está sendo tocado.
4	Não sei o que são fenômenos físicos.
5	Acredito que a matemática esteja envolvida em tudo, principalmente na música que se relacionam.
6	Sim, para fenômenos físicos ela fornece as ferramentas (equações, cálculos) e para fenômenos musicais também porque as proporções são exatas.
7	A partir de cálculos de frequências ou tempo.
8	Pode nos ajudar por meio das estatísticas.
9	Com média e cálculos estranhos que eu desconheço.
10	Não sei.
11	Acredito que ajuda entender nem que seja um pouco, até porque tudo envolve matemática.
12	A matemática pode ajudar a perceber se um instrumento está afinado ou não, se um cantor está cantando de uma forma grave ou não.
13	Mesma resposta de antes.
14	A matemática ajuda a entender os sons e ritmos.
15	Acho que não.
16	A matemática pode ajudar para calcular a média das notas musicais e etc.
17	Calculando médias e estatísticas e outros como voto.
18	Não sei.
19	Não sei.
20	A matemática ajuda a entender padrões, movimentos e sons em física e música.
21	Ajudando a somar as notas musicais.
22	Não porque não sei.
23	Pode sim, porque a música e fenômenos naturais tem a ver com a matemática.
24	A matemática ajuda a entender as notas musicais e calcular as altitudes e etc.
25	
26	Na parte musical, a matemática ajuda com frequências e harmonia e a matemática modela a física.